

1. Huang, Y.H., W.C. Chao, W.S. Hung, Q.F. An, K.S. Chang, S.H. Huang, K.L. Tung, K.R. Lee and J.Y. Lai (2013) "Investigation of Pore Structure of Polyamide Thin-Film Composite Membranes by Positron Annihilation Spectroscopy and Molecular Dynamics Simulation," *J. Membrane Sci.*, November 1, 417-418, 201-209 (SCI, 2011 Impact factor: 3.850).

2. Chung, K.S., Y.C. Chung, T.H. Yang, J.S. Lee, Y.F. Liu and K.L. Tung (2012) "Free Volume and Alcohol Transport Properties of PDMS Membranes: Insights of Nano-structure and Interfacial Affinity from Molecular Modeling," *J. Membrane Sci.*, November 1, 417-418, 119-130 (SCI, 2011 Impact factor: 3.850).

3. Lee, J.S., T.H. Yang, K.S. Chang and K.L. Tung (2012) "Water Diffusivity Suppression and Ethanol-Over-Water Diffusion Selectivity Enhancement for Ethanol/Water Mixtures in Polydimethylsiloxane-Zeolite Membranes," *J. Membrane Sci.*, October 1, 415-416, 635-693 (SCI, 2011 Impact factor: 3.850).

4. C. Liu, H.H. Ngo, W.S. Guo and K.L. Tung (2012) "Optimal Conditions for Preparation of Banana Peels, Sugarcane Bagasse and Watermelon Rind in Removing Copper from Water," *Process Eng. Technol.*, 119, 349-354 (SCI, 2011 Impact factor: 4.980).

5. Liao, K.S., Y.J. Fu, C.C. Hu, J.T. Chen, D.W. Lin, K.R. Lee, K.L. Tung, Y.C. Jeng and J.Y. Lai (2012) "Microstructure of Carbon-Molecular Sieve Membranes and Their Application to Separation of Acetone from Ethanol," *Carbon*, 50(11), 4220-4227 (SCI, 2011 Impact factor: 3.376).

6. Tung, K.L., S. Komodori, K. Takahashi, T.T. Yung, C.H. Lin, C.H. Chang, S.J. You and C.S. Chang (2011) "Real-time Monitoring of Particle Fouling in a Submerged Membrane Filtration System Using a Photocurrent Sensor Array," *J. Membrane Sci.*, October 1, 415-416, 56-70 (SCI, 2011 Impact factor: 3.850).

7. Zhang, M., L. Zhang, H. Cheng, X. Qian, P. N. Liu, J. J. Liu, J.Y. Lai and K.L. Tung (2011) "Macroporous Poly(ethylene oxide) Membranes Prepared by Novel L-Serine Grafted (PVDI) Membrane Module," *J. Membrane Sci.*, October 1, 415-416, 10-18 (SCI, 2011 Impact factor: 3.850).

8. Lai, J.Y., K.L. Tung, Y.S. Chen and K.L. Tung (2012) "Preparation and Performance of a Novel Membrane Module," *Desalination*, 287, 209-208 (SCI, 2011 Impact factor: 3.850).

9. Lai, J.Y., J.H. Chen, S.H. Hsu, H.C. Hsiao, T.W. Chang and K.L. Tung (2012) "The Synthesis of Layered Silicates and Their Novel Applications in Phospholipid Adsorption," *J. Membrane Sci.*, October 1, 415-416, 19-27 (SCI, 2011 Impact factor: 3.850).

10. Liu, Y.F., K.L. Tung, Y.S. Tseng, J.H. Chen and K.S. Chang (2012) "Rapid Atmospheric Plasma Spray Coating Preparation and Photo-catalytic Activity of Macroporous Titania Nanocrystalline Membranes," *J. Membrane Sci.*, 389, 83-90 (SCI, 2011 Impact factor: 3.850).

11. Tung, K.L., Y.J. Fu, C.C. Hu and Y.S. Chen (2012) "Preparation of Poly(ethylene oxide) Membranes by a Poly(ethylene oxide) Solution in a Poly(ethylene oxide) Solution," *J. Membrane Sci.*, October 1, 415-416, 19-27 (SCI, 2011 Impact factor: 3.850).

### 研究&方法

### 幾何圖形輕鬆畫



一步驟一圖示，動態幾何軟體簡單就上手！



# GeoGebra

## 幾何與代數的美麗邂逅

羅驥譚 著



操作介面詳細解說，輕鬆控制幾何圖形！



國家圖書館出版品預行編目資料

GeoGebra幾何與代數的美麗邂逅／羅驥禪著。

——初版。——臺北市：五南，2013.06

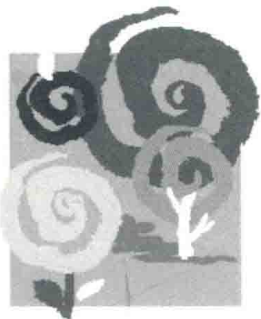
面：公分

ISBN 978-957-11-7089-3 (平裝)

1.幾何 2.代數 3.電腦軟體

316.029

102006756



5DG4

## GeoGebra幾何與代數的美麗邂逅

作者 — 羅驥禪

發行人 — 楊榮川

總編輯 — 王翠華

主編 — 穆文娟

責任編輯 — 王者香

封面設計 — 小小設計有限公司

出版者 — 五南圖書出版股份有限公司

地址：106台北市大安區和平東路二段339號4樓

電話：(02)2705-5066 傳真：(02)2706-6100

網址：<http://www.wunan.com.tw>

電子郵件：[wunan@wunan.com.tw](mailto:wunan@wunan.com.tw)

劃撥帳號：01068953

戶名：五南圖書出版股份有限公司

台中市駐區辦公室/台中市區中山路6號

電話：(04)2223-0891 傳真：(04)2223-3549

高雄市駐區辦公室/高雄市新興區中山一路290號

電話：(07)2358-702 傳真：(07)2350-236

法律顧問 林勝安律師事務所 林勝安律師

出版日期 2013年6月初版一刷

定價 新臺幣400元

## 推薦序

從自己開始學 GeoGebra 到製作教學課件應用到與許多朋友分享製作心得的過程中，最常聽到的一句話是：「國內有沒有 GeoGebra 的書」。這個問題在我收到驥韡老師的一封電子郵件的附件檔後，終於讓我驚喜的找到了答案，能先看到這本大家所期待的作品是何其榮幸！但是更令人訝異的是竟然要我為本書寫【序】，我苦苦思索到底該如何完成此重大的任務呢？

本應在此向大家提示此書一些重點精華的導讀及推介，但是這些介紹對此書來說都似乎是多餘，因為驥韡老師在本書的內容中把 GeoGebra 這個軟體的歷史背景、安裝、使用功能等，已經是既清楚又詳細的介紹了。我又怎忍心去剝奪大家親身體會及發現驚喜的權利呢？

但是這樣不是太不負責嗎？因此只能說：「我推薦一位具有高度的電腦資訊能力及多年的數學教學經驗，再加上多年製作 GeoGebra 的例題及提供 GeoGebra 的祕技在網路上與大家分享，參與翻譯 GeoGebra 中文化經驗的驥韡老師，相信沒有人比他更了解且適合寫 GeoGebra 的書了」。

剩下就是需要大家趕快翻開後面內容，按照驥韡老師提供的武功秘笈修練打通學習 GeoGebra 的任督二脈吧！

官長壽

2013.03

# 自序

2001 年開始，一位年輕的奧地利數學家 Markus Hohenwarter 發明了一個數學動態幾何的開放軟體：GeoGebra。從這一年開始，老師們使用幾何軟體的習慣就註定產生決定性的變化了。

早年，只要是提到「動態幾何軟體」這個名詞，數學老師們無非是想到了美國人開發的 Geometer's Sketchpad 或是法國人開發的 Cabri 等等軟體，但近年來，情況已經開始漸漸改變，就是因為 GeoGebra！

相對於前兩套需要付費的軟體來說，GeoGebra 提供了更優質的選擇，它完全免費，不只如此，它所展現出來的質感，不只沒有遜色於其他軟體，反而可說更優於它們，因此以「動態幾何軟體」來說，GeoGebra 可以說是目前的第一選擇！

但在數年前，在師大物理系黃坤福教授還未引進此套軟體之時，國內可說沒有什麼人知道這套軟體，數學老師間知道者恐怕也只在少數。有鑑於此，筆者透過與黃教授的聯繫，參與了此套軟體的中文化，後來又有師大數學系左台益教授師生的參與推廣，因此 GeoGebra 的知名度逐漸在台灣的數學界中打開。再加上多年來筆者也在自己設立的「學習 GeoGebra」網站中分享了不少的範例與許多的可用資源，承蒙五南出版社不棄，於去年（2012年）與筆者接觸，希望能出版一本有關 GeoGebra 的工具書，我想國內也剛好缺少這樣的入門書，所以就欣然應允，希望此書的出版，能讓更多的學生與老師們在使用此軟體時更容易入手。

寫作期間，這套軟體仍為 4.0 版，但完稿後，官方已經將正式版升級為 4.2 版，因此如果讀者使用最新的版本時，有部分的介面與書中

的描述會有些微差異，還請讀者們體察。另外，由於篇幅的關係，本書並不會涉及 GeoGebra 的功能中較進階的部份，譬如利用 GeoGebra Script、JavaScript、Python 等等程式語言來控制幾何物件，或匯出網頁、上傳 GGB 檔到 GeoGebraTube 等等功能，讀者們如想更上層樓，可至官方線上說明或討論區尋找更多的學習資源。

寫作期間感謝陽明高中數學科同仁們的情義相挺，尤其是羅瑞珍、張幸倍、楊森吉、邱嘉芳等老師，代理我的暑假輔導課，讓我可以專心寫作，不致於延誤截稿時間，萬分感謝！最後感謝家人的體諒，讓我無後顧之憂，可以順利完成此書。

台北市立陽明高中數學科

羅驥韡

2013.03.30

# 目 錄

<b>Part I 認識 GeoGebra</b>	<b>1</b>
<b>第一章 GeoGebra 是什麼？</b>	<b>3</b>
1-1 如何安裝？	5
1-2 啓動模式	9
1-3 有哪些版本？	10
1-4 它可以做什麼？	11
<b>第二章 使用者介面</b>	<b>19</b>
2-1 繪圖區	20
2-2 物件操作方式	24
2-3 內建工具	33
2-4 代數區	73
2-5 指令列	77
2-6 構圖按本	77
<b>第三章 物件屬性</b>	<b>85</b>
3-1 「一般」頁面	86
3-2 「顏色」頁面	89

3-3	「樣式」頁面	89
3-4	「滑桿」頁面	91
3-5	「進階」頁面	91
3-6	「程式」頁面	93

## 第四章 檔案操作 97

4-1	匯出圖檔	97
4-2	計算圖片大小	98
4-3	存檔	100

## Part II 數學大觀園 101

## 第五章 數值與角度 103

5-1	數值	103
5-2	角度	105
5-3	真假值	106

## 第六章 平面座標系 115

6-1	點與向量	115
6-2	直線與座標軸	119
6-3	極座標	121

<b>第七章 內建函數與運算</b>	<b>133</b>
7-1 運算符號	133
7-2 內建函數	133
<b>第八章 自定函數與曲線</b>	<b>141</b>
8-1 函數	141
8-2 圓錐曲線	147
8-3 一般曲線	148
<b>第九章 集合</b>	<b>159</b>
9-1 Sequence 指令	159
9-2 多層的 Sequence 指令	162
9-3 集合的運算與指令	164
<b>第十章 矩陣</b>	<b>169</b>
10-1 輸入矩陣	169
10-2 矩陣運算	172
10-3 矩陣指令	174
<b>第十一章 微積分</b>	<b>179</b>
11-1 導函數	179
11-2 極值	179
11-3 反曲點	180



11-4	泰勒展開式	181
11-5	密切圓	182
11-6	定積分	183
11-7	不定積分	183
11-8	上下和	183
11-9	黎曼和	185
11-10	函數間面積	186

## Part III 進階技巧 189

### 第十二章 製作動畫 191

12-1	蹤跡	191
12-2	動態位置	202
12-3	動態色彩	206
12-4	動態文字	209

### 第十三章 自製工具 219

## Part IV 附錄、參考資料及索引 223

# Part I

---

## 認識 GeoGebra

- ▶ 第一章 GeoGebra 是什麼？
- 第二章 使用者介面
- 第三章 物件屬性
- 第四章 檔案操作



# 第一章 GeoGebra 是什麼？

這就是 GeoGebra !

**Erdos Mordell 不等式**

斜邊大於一般

$$a \geq b \left( \frac{r}{x} \right) + r \left( \frac{q}{x} \right)$$

$$x \geq r \left( \frac{b}{a} \right) + q \left( \frac{r}{a} \right) \dots (1)$$

同理

$$y \geq r \left( \frac{a}{b} \right) + p \left( \frac{r}{b} \right) \dots (2)$$

$$z \geq q \left( \frac{a}{c} \right) + p \left( \frac{b}{c} \right) \dots (3)$$

(1) + (2) + (3)

$$x + y + z \geq p \left( \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \right) + q \left( \frac{c}{a} + \frac{a}{c} \right) + r \left( \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right)$$

$$x + y + z \geq 2(p + q + r)$$

一套可以讓我們畫出任何幾何圖形、幫助我們計算推理、讓老師們可以用來講解艱難的數學概念、讓學生們可以不用再買任何圓規或直尺的軟體，更棒的是——它是一套自由軟體，我們完全不需花費任何一毛錢，就可以經由網路直接下載使用，非常適合每個人使用，尤其是在校的老師與學生們。

它的設計者是一位活潑有為的年輕奧地利數學教授——馬可仕 (Markus Hohenwarter)。他在 2001 年開始發展此軟體，當時他在

奧地利的薩爾茨堡大學<sup>1</sup>做研究，後來陸續在美國佛羅里達亞特蘭提克大學<sup>2</sup>與佛羅里達州立大學<sup>3</sup>持續研發此案。

目前馬可仕已回奧地利的林茨大學<sup>4</sup>，而 GeoGebra 也成為一個由人數眾多的跨國團隊所共同開發的軟體，並且擁有無數協助翻譯成各國語言的翻譯志工。以下是開發團隊的部分主要成員：



### Team



**Markus Hohenwarter**  
Creator of GeoGebra, Project Director  
[markus@geogebra.org](mailto:markus@geogebra.org)  
Johannes Kepler University Linz, Austria

**Questions or suggestions?**  
Visit our [User Forum](#)



**Michael Borcherds**  
Lead Developer  
[michael@geogebra.org](mailto:michael@geogebra.org)  
Birmingham, UK

**Want to help us with coding?**  
Join our [Developer Site](#)

### Developers



**Gabor Ancsin**  
Developer, Mobile  
[gabor@geogebra.org](mailto:gabor@geogebra.org)  
Szeged, Hungary



**Mathieu Blossier**  
Developer, GeoGebra3D  
[mathieu@geogebra.org](mailto:mathieu@geogebra.org)  
Rouen, France



**Calixte Denizet**  
Developer, Formula rendering  
[calixte@geogebra.org](mailto:calixte@geogebra.org)  
France



**Judit Elias**  
Developer, Web Tools  
[judit.elias@geogebra.org](mailto:judit.elias@geogebra.org)  
Tököl, Hungary



**Arpad Fekete**  
Developer, Mobile, Web Tools  
[arpad@geogebra.org](mailto:arpad@geogebra.org)  
Kiskunfélegyháza, Hungary



**Zbyněk Konečný**  
Developer, Helpdesk  
[zbynek@geogebra.org](mailto:zbynek@geogebra.org)  
Brno, Czechia



**Zoltan Kovacs**  
Lead Webmaster, Developer  
[zoltan@geogebra.org](mailto:zoltan@geogebra.org)  
University of Szeged, Hungary



**Yves Kreis**  
Developer, Installers, Web hosting  
[yves@geogebra.org](mailto:yves@geogebra.org)  
University of Luxembourg

註：1. University of Salzburg

2. Florida Atlantic University, 2006-2008

3. Florida State University, 2008-2009

4. University of Linz

根據設計者本人的說法：

## GeoGebra = Geometry + Algebra

也就是「幾何加代數」的意思，意味著它同時擁有處理幾何繪圖與代數計算的能力。然而，發展到現在，這套軟體可以處理的問題，已經不只是幾何與代數而已。

由於 GeoGebra 是利用 Java 語言所設計的，而 Java 本身是一種跨平台的語言，所以 GeoGebra 幾乎可以在所有的電腦上執行，例如：Windows、Mac、Linux 等。



那麼它能在 iPad 或 Android 這類的平板電腦上執行嗎？

答案是：「Yes！」，不過功能尚有限，所以敬請期待開發團隊將來正式發佈專屬的 App 吧！



### 1-1 如何安裝？



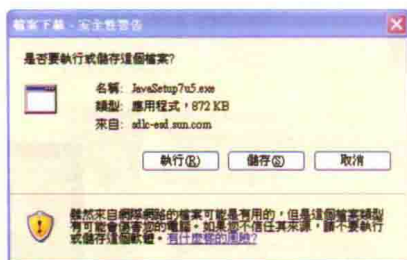
*Step 1.* 首先，進入 GeoGebra 官網：  
<http://www.GeoGebra.org>  
 然後按上面的「Download」按鈕。



Step 2. 然後，按「Webstart」按鈕。



Step 3. 接下來，每個人看到的畫面可能會不太一樣。如果你的電腦中原先並沒有安裝 Java，那麼你會看到類似左圖一樣的網頁，請按中間的紅色按鈕安裝 Java<sup>1</sup>。

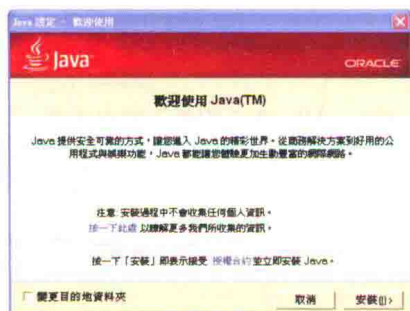


Step 4. 再來會出現要下載 Java 的安裝程式的畫面，請按「執行」即可。

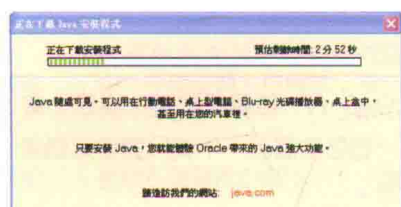


Step 5. 如果出現安全性警告，請繼續按「執行」。

註：1. 如果你電腦中已經有安裝 Java，請跳過這一段。



Step 6. 再來出現 Java 的安裝程式，請按「安裝」。



Step 7. 接著又出現下載畫面，請耐心等待即可<sup>1</sup>。



Step 8. 最後，會出現 Java 已經成功安裝的畫面，請按「關閉」即可<sup>2</sup>。



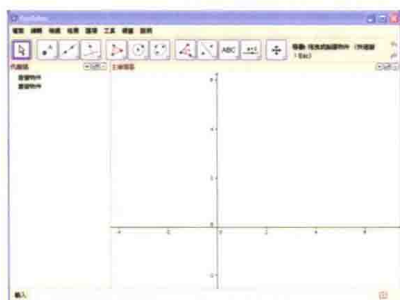
Step 9. 如果電腦中已經安裝好 Java 後，就馬上會出現要執行 GeoGebra 的畫面，請按「執行」即可<sup>3</sup>。

註：1. 這裡需要的下載時間，根據你的網路速度，可能需要一、兩分鐘，或一、二十分鐘不等。

2. 這個安裝 Java 的過程只需要一次，所以以後啟動 GeoGebra 時，並不會再出現要你安裝 Java 的畫面。

3. 這個畫面也只會出現一次。





*Step 10.* 待一切都正常完成後，期盼已久的 GeoGebra 終於千呼萬喚始出來。



*Step 11.* 啟動成功後，桌面上會出現一個啟動圖示，下次只要按這個圖示即可。

這種啟動模式稱為「網路啟動」模式，每次按啟動圖示時，程式都會先連上網（如果有網路連線的話），檢查是否有新版本，如果有，就立刻下載新版本並執行。

事實上，啟動 GeoGebra 有許多不同模式，甚至於還有許多不同的版本，這主要是因為 GeoGebra 的開發團隊非常活躍，時常在嘗試設計新的功能或改善原有功能，所以我們先介紹到底有哪些啟動模式、有哪些不同的版本，到時候你就可以依個人所需判斷，再決定要用哪一個。