

# 2017年管理类专业学位联考 综合能力考试

## 试题归类解析及知识点清单 数学分册

全国管理类专业学位联考辅导用书编写组 ◎ 编写

本书面向以下全国研究生入学统一考试：

工商管理硕士（MBA）

公共管理硕士（MPA）

会计硕士（MPAcc）

工程管理硕士

旅游管理硕士

图书情报硕士

审计硕士

# 2017 年管理类专业学位联考综合能力 考试试题归类解析及知识点清单 数 学 分 册

全国管理类专业学位联考辅导用书编写组 编写

中国人民大学出版社  
• 北京 •

## 图书在版编目(CIP)数据

2017 年管理类专业学位联考综合能力考试试题归类解析及知识点清单. 数学分册/全国管理类专业学位联考辅导用书编写组编写. —北京: 中国人民大学出版社, 2016. 3

ISBN 978-7-300-22650-7

I. ①2… II. ①全… III. ①管理学-研究生-入学考试-自学参考资料②高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①C93②O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 053546 号

## 2017 年管理类专业学位联考综合能力考试试题归类解析及知识点清单 数学分册

全国管理类专业学位联考辅导用书编写组 编写

2017 Nian Guanlilei Zhuanye Xuewei Liankao Zonghe Nengli Kaoshi Shiti Guilei Jiexi ji  
Zhishidian Qingdan Shuxue Fence

---

|      |                                                                       |                     |                   |
|------|-----------------------------------------------------------------------|---------------------|-------------------|
| 出版发行 | 中国人民大学出版社                                                             | 邮政编码                | 100080            |
| 社 址  | 北京中关村大街 31 号                                                          |                     |                   |
| 电 话  | 010-62511242 (总编室)                                                    | 010-62511770 (质管部)  |                   |
|      | 010-82501766 (邮购部)                                                    | 010-62514148 (门市部)  |                   |
|      | 010-62515195 (发行公司)                                                   | 010-62515275 (盗版举报) |                   |
| 网 址  | <a href="http://www.crup.com.cn">http://www.crup.com.cn</a>           |                     |                   |
|      | <a href="http://www.lkao.com.cn">http://www.lkao.com.cn</a> (中国 1 考网) |                     |                   |
| 经 销  | 新华书店                                                                  |                     |                   |
| 印 刷  | 北京七色印务有限公司                                                            |                     |                   |
| 规 格  | 185 mm×260 mm 16 开本                                                   | 版 次                 | 2016 年 4 月第 1 版   |
| 印 张  | 21.75                                                                 | 印 次                 | 2016 年 4 月第 1 次印刷 |
| 字 数  | 500 000                                                               | 定 价                 | 46.00 元           |

---

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换

# 前言

自 2010 年起,管理类专业学位联考综合能力考试开考,其参加对象是报考全日制 MBA、MPA、MPAcc 的考生。综合能力考试延续了 MBA 联考的内容与形式,只是部分科目的题量、分值稍有变化。因此,近几年的试题以及往年的 MBA 试题,对考生具有相当大的价值。

为了满足广大考生的迫切需要,我们根据多年的考试辅导经验,紧密结合最新考试大纲,精心编写了这套联考用书。

“试题归类解析及知识点清单”这套书共包括数学分册、逻辑分册、写作分册,具有如下特色:

## 一、系统、全面、深入剖析历年真题

参加联考的考生,在掌握了考试所要求掌握的最基本的知识点之后,未必能顺利通过联考,还必须有一个提高的过程才能“通关”。我们认为考生应该做到以下几点:(1)辨别考试最重要的知识点,对这些知识点做深入的研究。(2)做一定量的模拟练习,加强记忆。(3)对往年真题按考点进行归类,在归纳常考知识点清单的基础上进行仿真题自测。

这三本书以近年真题带考点,“以一斑而窥全豹”,不仅是讲解真题,更重要的是归纳考点,梳理知识清单。通过分析、比较和研究历年真题,为考生指明高效复习、应试取胜的方向。

## 二、精辟阐明解题思路,全面展现题型特点

书中对历年真题和自测试题都进行了详细的解析。尤其是对解题思路和题型特点都进行了深入和细致的分析。考生在作答试题时,要坚持独立思考、自主分析,自己解答,然后再去对照答案,而不应该先看答案,否则,真题作为练习题的功用会打不小的折扣。此外,在对照答案时,对于自己作答正确的也要参考一下解析,看一看自己是否虽然做对了答案,但解题思路和依据却不正确。对于做错的题目则要对照题解好好总结一下症结之所在。

作为命题成果的集合,书中的试题可以反复练习以便考生揣摩试题的题型套路及解题

技巧。

### 三、注重模拟实战训练，极具操作性

这三本书还有一个很大的亮点：以知识清单为原点，“命制”仿真题。这样，既预测了命题角度，又为考生巩固知识提供了新思路。

参加这三本图书编写的除了主编童武、成芬、李雪、刘岩以外，还有：卢明、涂振旗、任明星、高晓琼、张晓燕、江海波、刘爽、赵娜、汪华、张艳霜、李铁红、高鹏、郝显纯、王德军、王芳等同志以及在海外的朋友 Mary Wan、Tom Hung 等。在此一并表示衷心的感谢。

由于时间仓促，编者的经验和水平有限，不当之处在所难免，欢迎广大读者和专家批评指正。

编者

# 目 录

|                       |    |
|-----------------------|----|
| 第一章 实数的概念、性质和运算 ..... | 1  |
| 考点 1: 实数及其运算 .....    | 1  |
| 历年真题 .....            | 1  |
| 基本知识点清单 .....         | 6  |
| 考点 2: 绝对值 .....       | 9  |
| 历年真题 .....            | 9  |
| 基本知识点清单 .....         | 11 |
| 考点 3: 平均值 .....       | 11 |
| 历年真题 .....            | 11 |
| 基本知识点清单 .....         | 15 |
| 拓展知识点清单 .....         | 15 |
| 考点 4: 比和比例 .....      | 15 |
| 历年真题 .....            | 15 |
| 基本知识点清单 .....         | 20 |
| 十四年真题考点归纳 .....       | 21 |
| 考点自测 .....            | 22 |
| 考点自测答案与解析 .....       | 37 |
| 第二章 整式和分式 .....       | 60 |
| 考点: 整式和分式 .....       | 60 |
| 历年真题 .....            | 60 |
| 基本知识点清单 .....         | 62 |
| 十四年真题考点归纳 .....       | 64 |
| 考点自测 .....            | 64 |

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| 考点自测答案与解析 .....            | 72  |
| <b>第三章 方程和不等式</b> .....    | 81  |
| 考点 1: 方程 .....             | 81  |
| 历年真题 .....                 | 81  |
| 基本知识点清单 .....              | 89  |
| 考点 2: 运用方程解应用题 .....       | 90  |
| 历年真题 .....                 | 90  |
| 基本知识点清单 .....              | 102 |
| 考点 3: 不等式 .....            | 102 |
| 历年真题 .....                 | 102 |
| 基本知识点清单 .....              | 107 |
| 十四年真题考点归纳 .....            | 109 |
| 考点自测 .....                 | 111 |
| 考点自测答案与解析 .....            | 130 |
| <b>第四章 数列</b> .....        | 161 |
| 考点 1: 数列的基本概念 .....        | 161 |
| 历年真题 .....                 | 161 |
| 基本知识点清单 .....              | 163 |
| 考点 2: 等差数列 .....           | 164 |
| 历年真题 .....                 | 164 |
| 基本知识点清单 .....              | 167 |
| 考点 3: 等比数列 .....           | 167 |
| 历年真题 .....                 | 167 |
| 基本知识点清单 .....              | 170 |
| 十四年真题考点归纳 .....            | 171 |
| 考点自测 .....                 | 172 |
| 考点自测答案与解析 .....            | 184 |
| <b>第五章 排列组合与概率初步</b> ..... | 207 |
| 考点 1: 排列组合的定义及其应用 .....    | 207 |
| 历年真题 .....                 | 207 |
| 基本知识点清单 .....              | 211 |
| 考点 2: 概率初步 .....           | 212 |
| 历年真题 .....                 | 212 |
| 基本知识点清单 .....              | 218 |
| 拓展知识点清单 .....              | 224 |
| 十四年真题考点归纳 .....            | 224 |
| 考点自测 .....                 | 225 |
| 考点自测答案与解析 .....            | 238 |

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| 第六章 常见几何图形与解析几何初步 ..... | 257 |
| 考点 1: 常见的平面图形 .....     | 257 |
| 历年真题 .....              | 257 |
| 基本知识点清单 .....           | 268 |
| 考点 2: 常见的立体图形 .....     | 269 |
| 历年真题 .....              | 269 |
| 基本知识点清单 .....           | 272 |
| 考点 3: 解析几何初步 .....      | 273 |
| 历年真题 .....              | 273 |
| 基本知识点清单 .....           | 281 |
| 十四年真题考点归纳 .....         | 284 |
| 考点自测 .....              | 285 |
| 考点自测答案与解析 .....         | 298 |

## 附录

|                  |     |
|------------------|-----|
| 2010 年数学试题 ..... | 314 |
| 2011 年数学试题 ..... | 318 |
| 2012 年数学试题 ..... | 321 |
| 2013 年数学试题 ..... | 325 |
| 2014 年数学试题 ..... | 328 |
| 2015 年数学试题 ..... | 331 |
| 2016 年数学试题 ..... | 335 |

# 第一章 实数的概念、性质和运算

**定义：**如果条件  $A$  成立，那么就能推出结论  $B$  成立，即  $A \Rightarrow B$ ，这时，我们就说  $A$  是  $B$  的充分条件。

若  $A$  是  $B$  的充分条件，也可以说： $A$  具备了使  $B$  成立的充分性。若  $A \nRightarrow B$ ，则说  $A$  不是  $B$  的充分条件，也可以说： $A$  不具备使  $B$  成立的充分性。

本书中有一类题叫做条件充分性判断，这里所说的充分性就是指上述概念，只要分析条件是否充分即可，而不必考虑条件是否必要，在这类题中有五个选项，规定为：

- (A) 条件 (1) 充分，但条件 (2) 不充分；
- (B) 条件 (2) 充分，但条件 (1) 不充分；
- (C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，但条件 (1) 和 (2) 联合起来充分；
- (D) 条件 (1) 充分，条件 (2) 也充分；
- (E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，联合起来也不充分。

以上规定全书都适用，以后不再重复说明。

## 考点 1：实数及其运算

### 历年真题

**1.** (2016 年第 18 题) (条件充分性判断) 利用长度为  $a$  和  $b$  的两种管材能连接成长度为 37 的管道 (单位：米)。

(1)  $a=3, b=5$

(2)  $a=4, b=6$

【答案】A

【解析】设长度为  $a$  和  $b$  的管材分别有  $x$  和  $y$  根.

由条件 (1):  $a=3, b=5$ , 可得到

$$3x+5y=37 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=9 \\ y=2 \end{cases}, \text{ 条件 (1) 充分.}$$

由条件 (2):  $a=4, b=6$ , 可得到  $4x+6y=37$ .

由于  $x$  和  $y$  都必须为正整数, 而两个偶数 4 和 6 无论分别与哪个正整数相乘后的和都只会是偶数, 不可能等于奇数 37, 所以条件 (2) 不充分.

条件 (1) 充分, 条件 (2) 不充分.

故本题正确选项为 A.

2. (2015 年第 5 题) 某人驾车从 A 地赶往 B 地, 前一半路程比计划多用 45 分钟, 平均速度只有计划的 80%. 若后一半路程的平均速度为 120 千米/小时, 此人还能按原定时间到达 B 地. A、B 两地的距离为 ( ).

A. 450 千米      B. 480 千米      C. 520 千米      D. 540 千米      E. 600 千米

【答案】D

【解析】设 A、B 两地的距离为  $s$  千米, 原计划速度为  $v$  千米/小时, 则根据题意得

$$\begin{cases} \frac{\frac{s}{2}}{0.8v} - \frac{\frac{s}{2}}{v} = \frac{3}{4} \\ \frac{\frac{s}{2}}{0.8v} + \frac{\frac{s}{2}}{120} = \frac{s}{v} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v=90 \\ s=540 \end{cases}$$

因此 A、B 两地距离为 540 千米.

故本题正确选项为 D.

3. (2015 年第 19 题) (条件充分性判断) 已知  $a, b$  为实数, 则  $a \geq 2$  或  $b \geq 2$ .

(1)  $a+b \geq 4$

(2)  $ab \geq 4$

【答案】A

【解析】由题干知  $a, b$  为实数, 那么

条件 (1): 假设  $a < 2$  且  $b < 2$ , 则有  $a+b < 4$ , 所以如果  $a+b \geq 4$ , 则必定存在  $a \geq 2$  或  $b \geq 2$ , 故条件 (1) 充分.

条件 (2): 取  $a=-2, b=-3$ , 则有  $ab \geq 4$ , 但无法推断出  $a \geq 2$  或  $b \geq 2$ , 故条件 (2) 不充分.

因此, 条件 (1) 充分, 条件 (2) 不充分.

故本题的正确选项为 A.

4. (2014 年第 10 题) 若几个质数 (素数) 的乘积为 770, 则它们的和为 ( ).

A. 85      B. 84      C. 28      D. 26      E. 25

【答案】E

**【解析】**将乘积 770 分解成素数相乘的形式可得  $770=11 \times 7 \times 5 \times 2$ , 这些素数之和为  $11+7+5+2=25$ , 正确答案为 E.

**5.** (2013 年第 17 题) (条件充分性判断)  $p=mq+1$  为质数.

(1)  $m$  为正常数,  $q$  为质数

(2)  $m, q$  均为质数

**【答案】** E

**【解析】**举例法. 条件 (1), 取  $m=4, q=2$ , 则  $p=4 \times 2+1=9$ , 是合数, 条件不充分; 条件 (2), 取  $m=q=3$ , 则  $p=3 \times 3+1=10$ , 是合数, 条件也不充分. 故正确答案为 E.

**6.** (2012 年第 20 题) (条件充分性判断) 已知  $m, n$  是正整数, 则  $m$  是偶数.

(1)  $3m+2n$  是偶数

(2)  $3m^2+2n^2$  是偶数

**【答案】** D

**【解析】**条件 (1),  $3m+2n$  是偶数, 而  $2n$  又是偶数, 故  $3m$  是偶数, 即  $m$  是偶数, 条件 (1) 充分; 条件 (2),  $3m^2+2n^2$  是偶数, 而  $2n^2$  又是偶数, 故  $3m^2$  是偶数, 即  $m^2$  和  $m$  均是偶数, 条件 (2) 充分. 正确答案为 D.

**7.** (2012 年第 21 题) (条件充分性判断) 已知  $a, b$  是实数, 则  $a>b$ .

(1)  $a^2>b^2$

(2)  $a^2>b$

**【答案】** E

**【解析】**易举反例, 令  $a=-2, b=-1$ , 此时条件 (1) 和 (2) 均成立, 但  $a<b$ , 即条件 (1)、(2) 均不成立. 正确答案为 E.

**8.** (2011 年第 1 题) 已知船在静水中的速度为 28km/h, 河水的流速为 2km/h, 则此船在相距 78km 的两地间往返一次所需时间是 ( ).

A. 5.9h

B. 5.6h

C. 5.4h

D. 4.4h

E. 4h

**【答案】** B

**【解析】**由题设条件, 船的顺水速度为  $28+2=30$  (km/h), 逆水速度为  $28-2=26$  (km/h). 故此船在两地间往返一次所需时间为

$$\frac{78}{30} + \frac{78}{26} = 2.6 + 3 = 5.6 \text{ (h)}.$$

故本题应选 B.

**9.** (2011 年第 3 题) 某年级 60 名学生中, 有 30 人参加合唱团、45 人参加运动队, 其中参加合唱团而未参加运动队的有 8 人, 则参加运动队而未参加合唱团的有 ( ).

A. 15 人

B. 22 人

C. 23 人

D. 30 人

E. 37 人

**【答案】** C

**【解析】**利用文氏图. 如图 1—1, 图中 A 部分表示有 30 人参加合唱团. 其中参加合唱团且参加运动队的有 22 人. 由图中 B 部分看出, 参加运动队而未参加合唱团的有  $45-22=23$  人.

故本题应选 C.

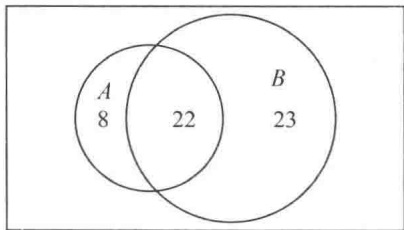


图 1—1

**10.** (2011 年第 7 题) 一所四年制大学每年的毕业生 7 月份离校, 新生 9 月份入学, 该校 2001 年招生 2 000 名, 之后每年比上一年多招 200 名, 则该校 2007 年 9 月底的在校学生有 ( )。

- A. 14 000 名    B. 11 600 名    C. 9 000 名    D. 6 200 名    E. 3 200 名

**【答案】** B

**【解析】** 该大学从 2001 年 9 月到 2007 年 9 月, 各年招生人数、毕业生人数及在校学生人数如表 1—1:

表 1—1

| 年. 月    | 招生人数  | 毕业生人数 | 在校学生人数 |
|---------|-------|-------|--------|
| 2001. 9 | 2 000 |       |        |
| 2002. 9 | 2 200 |       |        |
| 2003. 9 | 2 400 |       |        |
| 2004. 9 | 2 600 |       |        |
| 2005. 9 | 2 800 | 2 000 | 10 000 |
| 2006. 9 | 3 000 | 2 200 | 10 800 |
| 2007. 9 | 3 200 | 2 400 | 11 600 |

表中 2001 年 9 月至 2004 年 9 月的“毕业生人数”, “在校学生人数”不影响以后各年有关人数的统计, 故全部为空白, 不需填写。

故本题应选 B.

**11.** (2011 年第 23 题) (条件充分性判断) 某年级共有 8 个班, 在一次年级考试中, 共有 21 名学生不及格, 每班不及格的学生最多有 3 名, 则 (一) 班至少有 1 名学生不及格。

(1) (二) 班的不及格人数多于 (三) 班

(2) (四) 班不及格的学生有 2 名

**【答案】** D

**【解析】** 记  $A = \{(\text{一}) \text{ 班至少有 } 1 \text{ 名学生不及格}\}$ , 则  $\bar{A} = \{(\text{一}) \text{ 班有 } 0 \text{ 名学生不及格}\}$ . 又每班不及格人数最多有 3 名, 所以  $\bar{A}$  发生等价于其他各班都恰有 3 名学生不及格。

由条件 (1) 可知, (三) 班不及格的学生数必小于 3 名, 故  $\bar{A}$  未发生. 这意味着事件  $A$  发生, 故条件 (1) 充分。

由条件 (2), (四) 班不及格的学生有 2 名, 不到 3 名. 类似于上面的分析, 可知  $A$  必发生. 故条件 (2) 充分。

故本题应选 D.

12. (2010 年第 3 题) 三名小孩中有一名学龄前儿童 (年龄不足 6 岁), 他们的年龄都是质数 (素数), 且依次相差 6 岁, 他们的年龄之和为 ( ).

- A. 21      B. 27      C. 33      D. 39      E. 51

【答案】C

【解析】因为小于 6 的素数只有 3 和 5, 且  $3+6=9$  不是素数, 所以学龄前儿童的年龄是 5 岁, 其余两个小孩的年龄分别为 11 岁和 17 岁, 岁数之和为 33. 故正确答案为 C.

13. (2010 年第 17 题) (条件充分性判断) 有偶数位来宾.

- (1) 聚会时所有来宾都被安排坐在一张圆桌周围, 且每位来宾与其邻座性别不同  
(2) 聚会时男宾人数是女宾人数的两倍

【答案】A

【解析】由条件 (1) 知, 男宾和女宾是一一对应的, 即男女人数相等, 故而有偶数位来宾, 条件 (1) 充分; 由条件 (2) 知, 所有来宾的数量是女宾的 3 倍. 若女宾是奇数位, 则有奇数位来宾. 若女宾是偶数位, 则有偶数位来宾, 故条件 (2) 不充分. 综上知, 正确答案为 A.

14. (2010 年第 18 题) (条件充分性判断) 售出 1 件甲商品比售出 1 件乙商品利润要高.

- (1) 售出 5 件甲商品, 4 件乙商品共获利 50 元  
(2) 售出 4 件甲商品, 5 件乙商品共获利 47 元

【答案】C

【解析】显然条件 (1) 和条件 (2) 单独使用均不充分, 先将其联合起来. 由条件 (1) 减去条件 (2) 可知, 售出 1 件甲商品减去售出 1 件乙商品的利润为 3 元. 即由此可知, 售出一件甲商品比售出一件乙商品的利润要高. 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分, 故正确答案为 C.

15. (2010 年第 21 题) (条件充分性判断) 该股票涨了.

- (1) 某股票连续三天涨 10% 后, 又连续三天跌 10%  
(2) 某股票连续三天跌 10% 后, 又连续三天涨 10%

【答案】E

【解析】设股票的原价为  $a$

条件 (1) 下, 股票的最终价格为  $a(1+10\%)^3(1-10\%)^3=a \times 0.99^3 < a$ , 即股票跌了, 条件 (1) 不充分;

条件 (2) 下, 股票的最终价格为  $a(1-10\%)^3(1+10\%)^3=a \times 0.99^3 < a$ , 即股票跌了, 条件 (2) 也不充分. 综上知, 正确答案为 E.

16. (2008 年第 6 题) 一辆出租车有段时间的营运全在东西走向的一条大道上, 若规定向东为正, 向西为负, 且知该车的行驶公里数依次为  $-10, +6, +5, -8, +9, -15, +12$ , 则将最后一名乘客送到目的地时, 该车的位置 ( ).

- A. 在首次出发地的东面 1 公里处      B. 在首次出发地的西面 1 公里处  
C. 在首次出发地的东面 2 公里处      D. 在首次出发地的西面 2 公里处  
E. 仍在首次出发地

【答案】B

【解析】因为这辆出租车运营在东西走向的一条大道上，且规定了向东为正，向西为负。故-10表示向西10公里，+6表示向东6公里，此时出租车在首次出发地的向西4公里处。

依此类推， $-10+6+5-8+9-15+12=-1$ ，即最后一名乘客到达目的地时，该车在首次出发地的西面1公里处。故正确答案为B。



## 基本知识清单

### 一、实数的分类

$$\text{实数} \begin{cases} \text{有理数} \begin{cases} \text{整数(正整数、零和负整数)} \\ \text{分数(正分数和负分数)} \end{cases} \\ \text{无理数(即为无限不循环小数)} \end{cases}$$

#### 1. 自然数和整数

用来表示物体个数的数，即0、1、2、3、…叫做自然数。一个物体也没有用0表示，1是自然数的单位，0也是自然数，自然数是整数。整数还有以下两种分类方法：

$$\text{整数} \begin{cases} \text{偶数, 即 } 2n \\ \text{奇数, 即 } 2n \pm 1 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{Z})$$
$$\text{正整数} \begin{cases} 1 \\ \text{质数(也称为素数, 它只有1和自身两个约数)} \\ \text{合数(有除1和自身以外的约数)} \end{cases}$$

两个相邻整数必为一奇一偶。除了最小质数2是偶数以外，其余质数均为奇数。任何一个合数都能分解为若干个质因数之积。

#### 2. 分数和百分数

##### (1) 分数

将单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或几份的数叫做分数。表示其中一份的数是这个分数的单位。分数有真分数、假分数、带分数等。把“1”平均分成多少份的数，称为分数的分母；表示取了多少份的数，称为分数的分子。

分子比分母小的分数称为真分数。如  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{4}$ 。

分子比分母大或者分子和分母相等的分数称为假分数。如  $\frac{4}{3}$ 、 $\frac{6}{5}$ 、 $\frac{2}{2}$ 。

一个整数和一个真分数合成的数称为带分数。如  $2\frac{1}{3}$ 、 $4\frac{2}{5}$ 。

两个自然数相除，它的商可以用分数表示。如  $a/b = \frac{a}{b}$  ( $b \neq 0$ )。

两个数的比，也可用分数表示。如  $a:b = \frac{a}{b}$  ( $b \neq 0$ )。

##### (2) 百分数

表示一个数是另一个数的百分之几的数叫做百分数。百分数也叫百分率或者百分比。

百分数通常用“%”来表示.

### (3) 分数的基本性质

分数的分子和分母都乘以或者都除以相同的数(零除外), 分数的大小不变. 即

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} = \frac{\frac{a}{m}}{\frac{b}{m}} \quad (b \neq 0, m \neq 0)$$

### 3. 约分和通分

把一个分数化成同它相等, 但分子、分母都比较小的分数, 称为约分. 公约数为 1 的两个数为互质数. 若一个分数的分子、分母是互质数, 则这个分数称为最简分数. 通过约分可以把分数化为最简分数.

把几个异分母分数分别化成和原来分数相等的同分母分数, 称为通分. 通分的方法是: 先求出原来几个分母的最小公倍数, 然后把各分数分别化成这个最小公倍数作分母的分数.

乘积是 1 的两个数互为倒数. 1 的倒数是 1, 0 没有倒数.

4. 有理数是能表示为  $\frac{n}{m}$  ( $n \in \mathbf{Z}, m \in \mathbf{Z}^+$ ) 形式的数, 这是它与无理数本质的区别.

### 5. 数的整除

当整数  $a$  除以整数  $b$  ( $b \neq 0$ ), 除得的商正好是整数而无余数时, 则称  $a$  能被  $b$  整除或称  $b$  能整除  $a$ . 当  $a$  能被  $b$  整除时, 也称  $a$  是  $b$  的倍数,  $b$  是  $a$  的约数.

一个数的约数的个数是有限的, 其中最小的约数是 1, 最大的约数是它本身; 一个数的倍数的个数是无限的, 其中最小的倍数是它本身. 几个数公有的倍数叫做这几个数的公倍数, 所有公倍数中最小的一个叫做这几个数的最小公倍数. 几个数公有的约数叫做这几个数的公约数, 所有公约数中最大的一个叫做这几个数的最大公约数.

一个数只有 1 和它本身两个约数, 叫做质数(素数). 一个数, 如果除了 1 和它本身, 还有其他约数, 叫做合数. 公约数只有 1 的两个数, 叫做互质(素)数. 分子与分母互质的分数称为最简分数.

个位上是 0、2、4、6、8 的数都能被 2 整除, 个位上是 0、5 的数都能被 5 整除, 各位上的数的和能被 3 整除的数本身也能被 3 整除. 能被 2 整除的数称为偶数, 不能被 2 整除的数称为奇数.

## 二、实数的基本性质

(1) 实数与数轴上的点一一对应.

(2) 若  $a, b$  是任意两个实数, 则在  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$  中有且只有一个关系成立.

(3) 若  $a$  是任意实数, 则  $a^2 \geq 0$  成立.

## 三、实数的运算

### 1. 四则运算的概念

#### (1) 加法

把两个(或几个)数合并成一个数的运算称为加法.

#### (2) 减法

已知两个加数的和与其中一个加数, 求另一个加数的运算, 称为减法.

和 - 一个加数 = 另一个加数

被减数 - 减数 = 差

### (3) 乘法

一个数乘以整数, 是求几个相同加数和的简便运算. 一个数乘以小数 (或分数), 是求这个数的几分之几的运算, 即

被乘数  $\times$  乘数 = 积

(因数) (因数)

### (4) 除法

已知两个因数的积与其中一个因数, 求另一个因数的运算, 称为除法, 即

$\frac{\text{积}}{\text{一个因数}} = \text{另一个因数}$

$\frac{\text{被除数}}{\text{除数}} = \text{商}$

## 2. 四则运算定律

### (1) 加法交换律

$$a+b=b+a$$

### (2) 加法结合律

$$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$$

### (3) 乘法交换律

$$a \times b = b \times a$$

### (4) 乘法结合律

$$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

### (5) 乘法分配律

$$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$$

$$(a+b) \times c = a \times c + b \times c$$

## 3. 四则运算性质

### (1) 交换性质

$$a+b-c=a-c+b$$

$$a-b-c=a-c-b$$

$$a \times b / c = a / c \times b (c \neq 0)$$

$$a / b / c = a / c / b (b \neq 0, c \neq 0)$$

### (2) 结合性质

$$a+b-c=a+(b-c)=a-(c-b)$$

$$a-b-c=a-(c+b)$$

$$a \times b / c = a \times (b / c) (c \neq 0)$$

$$a / b \times c = a / (b / c) (b \neq 0, c \neq 0)$$

$$a / b / c = a / (b \times c) (b \neq 0, c \neq 0)$$

## 4. 整数和小数四则混合运算

(1) 在一个没有括号的算式里, 如果只含有同一级运算, 应从左到右依次计算. 如果

既含有第一级运算（加减法），又含有第二级运算（乘除法），则应当先算第二级运算，后算第一级运算。

(2) 在一个有括号的算式里，则先进行括号内运算，运算顺序是先算小括号里的，再算中括号里的，最后算大括号里的算式。

### 5. 实数的乘方和开方运算

实数的加、减、乘、除四则运算符合加法和乘法运算的交换律、结合律和分配律。下面着重讨论一下实数的乘方和开方运算。

#### (1) 乘方运算

1) 当实数  $a \neq 0$  时， $a^0 = 1$ ， $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 。

2) 负实数的奇数次幂为负数；负实数的偶数次幂为正数。

#### (2) 开方运算

1) 在实数范围内，负实数无偶次方根；0 的偶次方根是 0；正实数的偶次方根有两个，它们互为相反数，其中正的偶次方根称为算术根。如：当  $a > 0$  时， $a$  的平方根是  $\pm\sqrt{a}$ ，其中  $\sqrt{a}$  是正实数  $a$  的算术平方根。

2) 在运算有意义的前提下， $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$ 。

## 考点 2：绝对值



### 历年真题

**17.** (2015 年第 3 题) 设  $m, n$  是小于 20 的质数，则满足条件  $|m - n| = 2$  的  $\{m, n\}$  共有 ( )。

- A. 2 组      B. 3 组      C. 4 组      D. 5 组      E. 6 组

**【答案】** C

**【解析】** 由于 20 以内的质数只有 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19，那么能满足题干条件的  $|m - n| = 2$  的  $\{m, n\}$  只能为  $\{3, 5\}$ ,  $\{5, 7\}$ ,  $\{11, 13\}$ ,  $\{17, 19\}$ ，一共 4 组。

故本题正确选项为 C。

**18.** (2013 年第 21 题) (条件充分性判断) 已知  $a, b$  是实数，则  $|a| \leq 1$ ， $|b| \leq 1$ 。

- (1)  $|a + b| \leq 1$       (2)  $|a - b| \leq 1$

**【答案】** C

**【解析】** 显然条件 (1) 和 (2) 单独均不成立，两个条件联立有，

$$\begin{cases} |a + b| \leq 1 \\ |a - b| \leq 1 \end{cases}, \text{ 则 } \begin{cases} (a + b)^2 \leq 1 \\ (a - b)^2 \leq 1 \end{cases}, \text{ 即 } a^2 + b^2 \leq 1, \text{ 故有 } |a| \leq 1, |b| \leq 1, \text{ 两条件联合充}$$

分，故正确答案为 C。

**19.** (2011 年第 2 题) 若实数  $a, b, c$  满足  $|a - 3| + \sqrt{3b + 5} + (5c - 4)^2 = 0$ ，则  $abc =$  ( )。

- A. -4      B.  $-\frac{5}{3}$       C.  $-\frac{4}{3}$       D.  $\frac{4}{5}$       E. 3