



工业和信息化部“十二五”规划教材

模糊数学 理论与方法

蒋泽军 主 编

尤 涛 王丽芳 齐 勇 编 著



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

工业和信息化部“十二五”规划教材

模糊数学理论与方法

蒋泽军 主编

尤 涛 王丽芳 齐 勇 编著

赵政文 鱼 滨 审



电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

本书是工业和信息化部“十二五”规划教材。全书包含基本理论和应用方法两部分内容。其中,基本理论部分主要讲述了模糊集合及其运算、模糊关系与模糊关系方程。通过与经典集合论的比较,使读者快速掌握模糊数学的基本概念和基础运算,以实际相关案例说明模糊集合理论的基本原理与应用方法;并在此基础上讲解模糊关系与关系方程。应用方法部分主要讲述了模糊分类与模糊聚类分析、模糊决策、模糊规划及模糊控制。通过将模糊集合与模糊关系应用于机器学习中的聚类算法,讲解了模糊分类与聚类数据分析方法的发展、原理、特性和适用范围;以传统线性规划和最优极值理论为基础,阐述了模糊线性规划和多目标规划;在模糊建模的基础上,讨论了模糊控制的基本思路与实现原理,并通过实例探讨了模糊控制理论的实际应用效果与特点。

依据“传而必习”的原则,为了配合理论学习,在本书的每一章都配有适量的习题,读者可以通过完成习题来加深对相应知识的认识和掌握程度。

本书可供高等学校相关专业的教师、研究生和本科高年级学生选做教材或教学参考书,也可以为相关工程技术人员提供模糊数学的理论研究与实践应用指导。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

模糊数学理论与方法/蒋泽军主编. —北京:电子工业出版社, 2015. 12

ISBN 978-7-121-27699-6

I. ①模… II. ①蒋… III. ①模糊系统—教学研究—高等学校 IV. ①N94

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 284227 号

策划编辑: 刘宪兰

责任编辑: 徐蔷薇 特约编辑: 刘宪兰 甘逢群

印 刷: 北京京师印务有限公司

装 订: 北京京师印务有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1 092 1/16 印张: 14.5 字数: 317 千字

版 次: 2015 年 12 月第 1 版

印 次: 2015 年 12 月第 1 次印刷

定 价: 33.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。



前言

近年来,伴随着计算机的发展普及与全球的信息化。模糊数学理论的重要性愈加显著,应用也日益广泛。这是因为人们在遇到需要进行讨论研究的实际问题当中,相当大的一部分问题属于不确定性问题,对于不确定性问题,不太能够像解决确定性问题一样采用代数方程和微分方程等作为主要的数学工具进行分析研究,而模糊数学的产生极大地推动了对这类问题的研究与解决,采用模糊数学理论和方法来解决现代工程技术问题不仅表述简洁,而且便于进行研究,较为适合计算机进行处理。

在这样的背景下,编写了这本《模糊数学理论与方法》一书,以应用实例探究模糊数学的本质,还原模糊数学的研究思路,为该领域的研究者创新性地使用模糊数学提供思想火花。全书的主要内容按依次进阶和循序渐进分成两大部分。

第一部分:基本理论。讲述了模糊集合及其运算、模糊关系与模糊关系方程。通过与经典集合论的比较,使读者快速掌握模糊数学的基本概念和基础运算,以实际相关案例说明模糊集合理论的基本原理与应用方法;并在此基础上讲解模糊关系与关系方程。

第二部分:应用方法。讲述了模糊分类与模糊聚类分析、模糊决策与模糊规划及模糊控制。通过将模糊集合与模糊关系应用于机器学习中的聚类算法,详细讲解了模糊分类和聚类数据分析方法的发展、原理、特性与适用范围;以传统线性规划和最优极值理论为基础,阐述了模糊线性规划和多目标规划;在模糊建模的基础上,讨论了模糊控制的基本思路与实现原理,并通过实例探讨了模糊控制理论的实际应用效果与特点。

本书的主要特点是,注重基础,结合应用。通过应用实例深度探讨了模糊数学的本质和内涵。在当下大数据蓬勃发展的时代,探讨模糊分类与聚类具有重要的理论意义和应用价值。由于工程领域以云计算为契机,在很大程度上突破了计算能力的束缚,特别是对数据的处理,就显得尤为重要,而模糊分类与聚类作为一种常用的数据分析方法是十分值得学习与探究的。此外,由于数据之间的差别往往是细微的,但是利用模糊决策与规划理论就可以在不同层面、不同维度得出近似最优的方案,数据间的相似性也可以用模糊关系方程准确表达。另外物联网将作为下一个推动世界高速发展的“重要生产力”,模糊控制理论在其中大有可为。总之,本书尝试通过对模糊数学理论的探讨,挖

掘模糊数学的内在潜力，发挥模糊数学在实际应用领域更大的价值。

本书可供高等学校相关专业的教师、研究生和本科高年级学生选做教材或教学参考书，也可以为相关工程技术人员提供模糊数学的理论研究与实践应用指导。

参加本书编写的有西北工业大学计算机学院蒋泽军、尤涛、王丽芳，以及陕西科技大学的齐勇。本书由蒋泽军主编，并负责全书的内容组织和编写工作。

衷心感谢本书的审稿专家——西北工业大学计算机学院赵政文教授和西安电子科技大学计算机学院鱼滨教授。两位教授审阅了全书，并提出了许多宝贵的修改建议。在教材编写过程中，西北工业大学计算机学院的硕士研究生王晨晖、王龙、高翔、郭毅、郭朋、王川文、毋亚琦和李晓坤等给予了不少的帮助，在此表示衷心的感谢！此外，在本书的编写过程中引用了大量的文献和相关书籍中的观点、理论和方法，在此一并表示最诚挚的谢意！在本书出版之际，感谢国内外从事模糊数学相关研究的同行！感谢电子工业出版社！

由于作者水平有限，书中难免有不当之处，敬请读者批评指正。

编 者
2015 年 11 月



目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 模糊数学发展	2
1.1.1 哲学基础	2
1.1.2 萌芽与初创	2
1.2 不确定性与模糊性	4
1.2.1 普遍存在的不确定	4
1.2.2 模糊性是不确定性在边界的表现	6
1.3 模糊数学的应用	8
1.3.1 模糊数学的普遍应用	8
1.3.2 控制领域——模糊数学大显身手	9
1.3.3 大数据时代——模糊数学的新机遇	10
1.4 预备知识	11
1.4.1 集合的基本概念	11
1.4.2 集合的表示方法	13
1.4.3 集合的运算及其性质	14
1.4.4 关系	15
1.4.5 映射	18
1.4.6 经典二值逻辑	19
习题	20
第 2 章 模糊集合	23
2.1 模糊集合概念	24
2.2 隶属构造函数	27
2.2.1 概述	27
2.2.2 模糊统计	27
2.2.3 模糊分布	29
2.3 模糊集合代数运算	32

2.3.1	模糊集合的并、交、补运算	32
2.3.2	模糊集合的性质	33
2.4	截集	35
2.5	分解定理	38
2.6	模糊集合的度量	40
2.6.1	模糊集合间的距离	40
2.6.2	模糊度	42
2.6.3	贴近度	45
2.7	凸模糊集合和模糊数	47
2.7.1	区间数	47
2.7.2	区间数运算	49
2.7.3	区间数运算的代数性质	50
2.7.4	区间数的度量理论	54
2.7.5	区间宽度的性质	56
2.7.6	凸模糊集	58
2.7.7	模糊数	59
	习题	68
第3章	模糊关系及模糊关系方程	71
3.1	模糊关系基本概念	72
3.2	模糊矩阵与截矩阵	75
3.2.1	模糊矩阵及其运算	75
3.2.2	模糊矩阵运算性质	76
3.2.3	模糊矩阵的截矩阵	77
3.2.4	模糊矩阵的转置	77
3.3	模糊关系合成	78
3.4	模糊关系的性质	80
3.5	模糊相似关系和等价关系	87
3.6	模糊关系方程	89
3.6.1	模糊关系方程基本概念	89
3.6.2	求解模糊关系方程的理论基础	91
3.6.3	求解模糊关系方程的一般方法	94
3.6.4	求解模糊关系方程链式的方法	100
	习题	104
第4章	模糊映射与模糊变换	107
4.1	模糊映射	108

4.1.1	投影与截影	108
4.1.2	模糊映射	111
4.2	模糊变换	112
4.3	扩张原理	114
	习题	120
第 5 章	模糊聚类与模式识别	123
5.1	模糊聚类	124
5.1.1	正规化过程	124
5.1.2	标定过程	125
5.1.3	聚类过程	127
5.2	模糊模式识别	136
5.2.1	最大隶属度识别法	136
5.2.2	择近原则识别法	139
5.2.3	基于模糊聚类的模式识别法	141
5.2.4	模糊模式识别的应用	141
	习题	144
第 6 章	模糊决策与模糊规划	147
6.1	模糊决策	148
6.1.1	综合评判方法	148
6.1.2	二元对比排序方法	151
6.1.3	意见集中方法	156
6.1.4	权重的确定方法	158
6.2	模糊规划	169
6.2.1	模糊极值	169
6.2.2	模糊线性规划	173
6.2.3	多目标模糊规划	180
6.2.4	多目标规划的模糊最优解	182
	习题	186
第 7 章	模糊逻辑与模糊控制	191
7.1	模糊逻辑和近似推理	192
7.1.1	模糊逻辑	192
7.1.2	近似推理	194
7.2	模糊控制基础	197
7.2.1	传统控制方法及其局限性	197

7.2.2 一维与二维模糊控制器	198
7.3 一维模糊控制器	199
7.3.1 模糊控制原理	200
7.3.2 一维模糊控制器应用实例	205
7.4 二维模糊控制器	210
7.4.1 模糊 PID 控制器	210
7.4.2 自整定模糊 PID 控制器	213
7.4.3 模糊控制器的稳定性分析	216
习题	217
符号表	219
参考文献	223



第1章

绪 论

2011100010



1.1 模糊数学发展

模糊数学在近代科学发展中有着重要的作用。概率论的产生把数学应用范围从必然现象扩大到偶然现象的领域,模糊数学的产生则提供了把数学的应用范围从精确概念扩大到模糊概念的可能性。

1.1.1 哲学基础

世界不仅有精确的一面,还有模糊的一面。就世界中物质的统一性、和谐性、规律性和确定性来讲,世界是精确的。事物联系和运动的多样性,矛盾的复杂性,构成了客观世界模糊性的基础,模糊性同样是客观、普遍的,它不以人的意志为转移。辩证法认为世界上任何事物都不能孤立存在,都处于与其他事物的相互联系中,整个世界是相互联系的整体,每个事物都是这个统一整体中的一个环节或方面。客观世界处在不断的运动变化中,正是由于事物联系的多样性,构成了事物矛盾的复杂性。不仅事物内部矛盾有复杂性,而且事物之间矛盾也是复杂的。从质的角度看,世界上每个事物都有区别于其他事物的特殊的质,事物的质具有复杂性和多样性。事物在一定的客观环境中,一些本质明显呈现出来,而另一些质则相对被隐没,躲在缤纷现象的后面,呈现模糊性。所以,辩证法一方面承认非此即彼,承认每个事物有确定的质,这是事物清晰和精确的一面;同时也承认亦此亦彼,承认一个事物经过千万次转化与另一事物相联系。这种亦此亦彼,即事物经过转化与另一事物相联系,为事物的模糊性提供了客观基础,使事物具有了不清晰性、不精确性。历史上曾有关于先有鸡还是先有蛋的争论,人们绞尽脑汁想对这个问题弄个明白,但结论却是模糊的。世界在时间和空间上是有限的,又是无限的;世界存在自由,世界又没有自由等从客观上指出事物的矛盾性和模糊性。可以说模糊性是事物普遍具有的特性,即一切事物都具有模糊性。

1.1.2 萌芽与初创

模糊数学是一门新兴的学科,通常被称为模糊集合论(Fuzzy Set)。

人类对世界的认识总是在不断的发展。远古时代,人类对现实世界中的数量关系、空间关系等只有非常模糊的认识,客观世界在他们的头脑中呈现的仅仅是一片混沌的图景。

经过漫长的生产、生活和实践,人类逐渐认识到了在考察对象时,可以忽略对象的一般特性,而着重注意对象的数量、空间形式和几何形状,这就是所谓的“精确数学方法”。这种精确思维的建立,使得人类对现实世界的认识有了很大的飞跃。例如,笛卡儿将运动的观点引入数学,牛顿和莱布尼兹创立了微积分学及牛顿力学的诞生等,都说明了近代科学技术的发展与精确数学的出现、发展和应用有着极为密切的联系。用精确定义的概念

和严格证明的定理描述现实事物的数量关系和空间形式,用精确的实验方法和精确的测量计算探索客观世界的规律,建立严密的理论体系,是近代科学的特点。到19世纪,天文、力学、物理和化学等自然科学理论都先后在不同程度上走向了定量化和数学化,形成了一个被称为“精密科学”的学科群。直到现在,这种精确数学方法仍然在各学科的发展中发挥着巨大的作用。

精确数学方法对推动科学技术的发展起到了不可低估的作用,但人类的发展还远远没有达到尽善尽美的地步,现实世界中还存在着一大批难以处理,甚至根本无法用精确数学方法解决的问题。例如,其中最为著名的问题之一就是古希腊学者发现的“秃头悖论”。

在日常生活中,判断一个人是否为秃头是非常容易的。一般地说,只要头发脱落到剩下的数量很少就可以认为是秃头。但是,这样的描述根本不符合精确数学方法的理论。运用精确数学方法时,应当首先对所研究的对象给出一个精确的定义,然后在此基础上进行进一步的推理,最终得到正确及合乎一般日常生活规律的结论。然而,要对秃头与不秃头的问题进行精确定义也并非易事。现在不妨假定头发根数的界限为 n ,并以此作为判断秃与不秃的标准。即对于任何人,当他的头发根数少于此界限时认为他是秃头,否则不秃。从精确方法上看这是没有任何问题的。但是,假如有一个人的头发根数恰好是 $n+1$ 时,应认为他属于秃还是不秃呢?可能的选择有以下两种:

(1)承认精确方法,因此判断他是不秃的。但按照生活常识,这样的判断却是极不合乎情理的。

(2)承认生活常识,即认为仅一发之差不会改变秃与不秃的结果,所以既然有 n 根头发者属秃头类,那么有 $n+1$ 根头发者也应是秃头。以此类推,采用传统的逻辑推理,便得到这样一系列命题:

头发为 n 根者为秃头;

头发为 $n+1$ 根者为秃头;

头发为 $n+2$ 根者为秃头;

.....

头发为 $n+k$ 根者为秃头。

这里的 k 仅限定它是一个有限整数。显然, k 可以取得很大。但根据生活常识,当 k 很大时,说明头发很多,从而得出一个荒谬的结论:“头发很多者为秃头。”采用类似的方法还可以得出相反的结论:“没有头发者不是秃头。”

以上两种选择都表现出精确方法在这个问题上与常理对立的情况。事实上,关于秃与不秃的界限 n 根本不存在。同样,这种类似于秃头悖论的其他悖论也十分常见,如朋友悖论、年龄悖论、身材悖论和饥饿悖论等,这说明这类问题在现实世界中并非个别现象。

1965年,查德(Zadeh)发表的著名论文“模糊集合”在科学界引起了爆炸性的反应,这篇文章被公认为模糊数学诞生的标志。查德是一位系统科学家,最初他与当时的绝大多数人一样,相信精确的思维方法。他曾致力于将状态、稳定性和适应性等概念精确化,并且在这方面取得了一定的成果。然而,查德是一位富有批判主义和创新精神,并且具有求实态度的学者,他在研究实践中对复杂性、精确性和模糊性之间的尖锐矛盾有着充分的了解,虽然他不懂得用辩证法分析这些矛盾,但他较其他人更早、更清楚地认识到在一定情况下精确数学方法会表现出其局限性。他摒弃传统观念,力图寻求全新的观点和方法。1963年,查德在他的著作中提出了精确数学方法的不足。随后,查德在研究工作中,准确地阐述了模糊性的含义,制定了刻画模糊性的数学方法(隶属度、隶属函数和模糊集合等),为模糊学作为一门独立学科的建立打下了必要的基础。另外,更为可贵的是从模糊数学创立开始,查德就将它与解决现代科学技术中的实际问题紧密地联系在一起,从实践中汲取思想营养,寻找动力源泉。模糊数学虽然是一门新兴学科,但到目前为止仍存在一些需要进一步完善和解决的问题,模糊数学已经吸引了众多领域的专家学者来从事这方面的理论和应用研究,这也使得模糊数学迅速发展,并成为当前十分活跃的学科之一。

1.2 不确定性与模糊性

作为一门有关描述和处理模糊性问题的理论和方法的学科,首先应当掌握模糊数学的基本概念——模糊性。在讨论模糊性之前,应该先介绍不确定性,并且在此基础上,引入模糊性的概念。

1.2.1 普遍存在的不确定

这个世界是确定的还是不确定的?无论在科学界还是哲学界,这都是一个长期争论的重要问题。爱因斯坦说:“上帝不会和我们掷色子”,而玻尔则认为“我们不能断言上帝该做些什么”。

“不确定性”一词最早出现于1836年詹姆斯·穆勒的《政治经济学是否有用》一文中。从历史的角度来看,不确定性问题在科学界并不总是被接受。从科学的传统观点来看,不确定性表示不良状态,一种必须不惜一切代价避免的状态。以牛顿理论为代表的确定性科学,创造了以精确描绘世界的方法,并将整个宇宙看做是钟表式的动力学系统,处于确定、和谐和有序的运动之中。只要知道初始条件,就可以决定未来的一切。从牛顿到拉普拉斯再到爱因斯坦,描绘的都是一幅幅完全确定的科学世界图景。确定性论者也并非拒绝一切不确定性,但是他们认为产生不确定的原因是对初始条件的测量误差,或者人类自身认知的局限性和知识的不完备,而并非事物的本来面貌。确定性科学的影响曾经如此强大,以至于在相当长的一段时间内限制了人们认识宇宙的方式和视野,虽然生活在到处

都有复杂混乱现象的现实世界里,科学家们看到的却只是钟表式的机械世界,科学的任务只是阐明这架钟表的结构和运行规律,而将不确定性看做是无足轻重的,并将其排除在近代科学的研究对象范围之外。直到19世纪末期,当物理学家意识到,牛顿力学并未涉及分子水平的问题时,不确定性的状态才成为一种科学的状态。并且在这之后发现了与统计力学相关的一种较新的方法,它承认统计平均可以取代微观实体的具体表现。这些统计量,总结出了大量的微观实体的活动,可以在模型中与适当的宏观变量相互联系。目前,牛顿力学中不考虑不确定性的基础微积分已被概率理论描述的统计力学所取代——一个可描述的不确定性的理论,该理论通常被称为随机不确定性。在统计力学的发展之后的一个世纪,科学界逐渐出现了一种要考虑不确定性对问题影响的趋势,对确定论造成更大冲击的是量子力学的出现。海森堡的测不准原理表明,获得严格精确的初值在原理上是不可能的。这意味着,不确定性是客观世界中的一种真实存在,是存在于宇宙间的基本要素,与人类是否无知没有关系。

客观世界中的绝大部分现象都是不确定的,所谓确定的、规则的现象,只会在一定的前提和特定的边界条件下发生,只会在局部或者较短的时间内存在。随着不确定性研究的深入,世界的不确定性特征越来越得到学术界的普遍认可,无论是在物理学、数学和生物学等自然科学领域,还是在哲学、经济学、社会学、心理学和认知学等社会科学领域,虽然许多人还在从事着确定性的研究,但已经很难有人对世界的不确定性本质提出实质性的质疑了。越来越多的科学家相信,不确定性是这个世界的魅力所在,只有不确定性本身才是确定的。正是在这样的背景下,混沌科学、复杂性科学和不确定性人工智能才得到了蓬勃发展。

当然,不确定性和确定性并非完全对立,在一定程度上可以相互转化。例如,某一层次的不确定性可能是更高层次上的确定性,这种不确定性中还可能隐藏着某些确定的规律等。

一个典型问题,可能仅仅只有小部分信息是确定的。不幸的是,工程课程中的大部分资料都是基于一个假定,即所涉知识是确定的。大多数过程都被整齐地简化成封闭形式的算法、方程和公式。学生毕业时,他们进入现实世界中最大的恐惧就是“忘了正确的公式”。这些公式典型地描述一个确定性过程,即物理过程(正确的公式)中没有不确定性,在参数中也没有不确定性。只有当我们离开大学,才渐渐意识到我们拥有的关于一个特定问题的信息总是包含不确定性。对于很多问题,难道我们可以断言信息内容是绝对的吗?也就是说,没有无知,没有含糊,没有不精确,没有一点偶然因素?不确定信息以许多不同的形式存在。有很多不确定性是复杂性导致的。比如,核反应堆中可靠性网络的复杂性。还有很多导致不确定性的因素:无知、各种随机性、不能进行详细的测量、知识缺乏或者含糊不清(如我们的自然语言)。在一个工程师思考一个合适方法来表达不确定性之

前,问题中不确定性的性质应该被他重点考虑。模糊集通过一个数学方式来表示人文系统中的模糊性。比如,你在教孩子烘烤饼干,你希望指导他何时将饼干拿出微波炉。你可以说,当饼干的温度到达 175°C 时拿出,也可以说当饼干上呈现浅褐色时再将其拿出,你将选用哪种方式?很可能,你会选用第 2 种。第 1 种太精确以至于很难操作,在这种情况下,精确并不是很有用的,而浅褐色在这种情况下却是有用的,因为它很容易被小孩理解并操作。大家都很容易用含糊其辞或不准确的信息,以及其他模糊数据来应付充满偶然性的生活,此时对不确定性的描述或表达是非常有用的。因此,复杂的计算方法应能表示和操作各种不确定性。

不确定性在认识论意义上可以被认为是信息的倒数。有关特定技术或科学问题的信息可能是不完整的、不准确的、不可靠的、模糊的和矛盾的,或者有其他方式的缺乏。对于一个问题,获得越多的信息,对于它的构想和解决方案的不确定性也就越少。由非常少的信息描述的问题被认为是病态的、复杂的或不充分的。这些问题充满了很高的不确定性。不确定性可以有多种表现形式:它可以是模糊的(不清晰的、不明确的、不精确的、近似的),可以是含混的(不特定的、无定形的),可以是模糊不清的(有太多选择或矛盾的),可以是无知的形式(不和谐的及未知的事物),也可以是自然变异的形式(相互矛盾的、随机的、混乱的或不可预知的)。查德依据人们对“返回当前位置的时间”这个问题的不同陈述提出了一些例子。比如说,“我很快就会回来”是含混的,而声明“我会在几分钟内返回”是模糊的;前者是不知道要与时间(秒、小时、天)的任何单元相关联,而后者至少与已知的分钟量级这个不确定性相关联。“我会在下午 6:00 前返回”这句化涉及了一个量化的不精确性的不确定性。

科学进入 21 世纪,不确定性问题的研究工作受到越来越多的关注,但是不确定性的内涵并没有得到公认和必要的说明。人们目前所说的不确定性,其含义很广泛,主要包括随机性、模糊性、不完全性、不稳定性和不一致性这 5 个方面,其中随机性和模糊性又是最基本的。

1.2.2 模糊性是不确定性在边界的表现

人们在认识事物时,总是根据一定的标准对事物进行分类。现实世界中的部分事物可以根据某种精确的标准对它们进行界限明确的界定,得出明确的是非断言。这类事物称为“清晰事物”。进一步说,对于任意给定的一个事物 x 和一类清晰事物 X ,根据 X 具有的精确标准,“类属”辨别出 x 属于 X ,或者不属于 X ,两者必居其一且仅居其一。例如,“行星”是一类清晰事物,因此可以明确地断定:“地球”属于“行星”,而“鸡蛋”不是“行星”。清晰事物具有的这种明确类属特性称为“清晰性”。

然而,在现实世界中,还有一类事物是无法找出它们精确的分类标准的,因此也不可

能做出“是”或“不是”，“属于”或“不属于”，“存在”或“不存在”等是非断言。例如，对于“高山”类，只能凭借感觉来断定一座山是否为高山，但是要说出山高到什么程度才算是高山是无法给出定义的。这类事物的类属是逐步过渡的，即从属于某类事物到不属于某类事物（或从不属于某类事物到属于某类事物）是逐渐变化的，不同类别之间不存在截然分明的界限。因此，在不同的情况下或者对于不同的人都可能做出不同的归类结论。例如，对于一座山，有的人认为是高山，但可能有的人觉得它并不高。事物的这种不清晰类属特性称为“模糊性”，并且将这类事物称为“模糊事物”。

换句话说，凡在类属问题上能判断是或非的对象，就是清晰事物；凡在类属问题上只能区别程度、等级的对象，就是模糊事物。认识一个模糊事物类，在于了解各个对象隶属于它的资格程度，而不是简单的属于或不属于。模糊性可用于描述某些种类与语言信息或直观的信息相关联的不确定性，主要是指互为中介的客观事物在相互联系和相互过渡时所呈现出来的“亦此亦彼”性，又称非清晰性。它的出现是由于概念本身模糊，一个对象是否符合这个概念难以确定，在质上没有明确含义，在量上没有明确界限。这种边界不清的性质，不是由人的主观认识造成的，而是事物的一种客观属性。概念外延的不确定性，可以用模糊数学作为工具来研究。天空中变幻莫测的云彩、袅袅升起的炊烟和突然的一场大雾，这是每个人都熟悉的自然现象，但是却无法准确地描述它们的形状。因为这类现象没有明确的边界，外观形状不规则、不光滑，又极其复杂和随时间变化。边界的模糊性是自然界的一种美。春夏秋冬，季节交替，人们可以说，某月是春天，某月是夏天，但是很难确定不同季节具体是在哪一天转换的，怎么能说今天是春天，而明天就是夏天了呢？同样，白昼黑夜，哪一刻是分明的界限？少年青年，谁会在一夜之间长大？广而言之，所有转变过程在微观上都是一个渐近连续过程，不存在明确的、突变的界限，这也是一种模糊性。模糊性是不确定性在边界的表现。

人们对事物进行分类都是以事物的某种性态（性质、特征和状态等）为标准的。清晰事物是否具有某种性态是明确的，而模糊事物则不然，它们往往在一定程度上具有某种性态，而又不完全具有那种性态。清晰性是事物性态的确定性，模糊性是事物性态的不确定性。根据清晰性对事物进行分类，得到的是界限分明的类别；而根据模糊性对事物进行分类，则得到的是没有明确界限的类别。类属的不清晰性来源于性态的不确定性。模糊概念不一定是非科学的，而多数科学概念都是模糊概念。模糊概念在中介过渡区是亦此亦彼的，在非过渡区又是非此即彼的。

事物性态和类属的不清晰性是现实世界中广泛存在的问题。例如，人文社会科学考察的对象几乎都是模糊的，如感性认识和理性认识，长篇小说和中篇小说，宏观与微观等，又如生理学和医学中的死亡、高烧和休克等都没有清晰的分界限。在精确科学中也不乏模糊事物，如物理学承认物体可以处于一种非液态又非固态的状态，化学中的大分子，天

文学中黄光的星与白光的星之分类,数学中的邻域和充分小的实数等概念。

清晰性和模糊性本身也是相对的、模糊的。严格地讲,现实世界中的事物都具有某种模糊性,所不同的仅在于其表现形式和程度。同一个事物在这方面可能是清晰的,而在另一方面却可能是模糊的。例如,通常将人的性别视为清晰事物的典型,男女之别泾渭分明。但是,这仅是一般的现象,它有一定的局限性。在生理学中阴阳人问题的研究正是性别中的模糊现象。总之,在客观世界中,清晰性是相对的,而模糊性是绝对的。

1.3 模糊数学的应用

1.3.1 模糊数学的普遍应用

现代自然科学理论上的重大突破都与某种数学方法的引入相联系,一个新学科领域的开辟,往往需要使用一种新的数学理论作为工具。在现代科学时期,数学是理解和建构科学理论的重要工具,自然科学理论进一步发展也必须数学化。只有借助于数学这一理性思维工具,人们才有可能深入认识事物的本质,没有数学模型和物理世界相联系,理论就会出现荒谬,没有数学模型来表达既有的科学成果,科学理论就不可能进一步发展。1994年,美国一个由数学家和有关专家组成的专门委员会提出的“进一步繁荣美国数学”报告中指出:高科技的出现把我们的社会推向数学工程技术的新时代。这个专门委员会的主席 E. David 说:“很少有人认识到被如此称颂的高技术本质是一种数学技术。”这种提法的确令世人瞩目,他点出了高科技与数学的内在联系:数学已成为社会生产力,作者认为在中国发展包括模糊数学在内的各项数学事业已是迫在眉睫。

随着科学的发展,过去那些与数学毫无关系或关系不大的学科,如生物学、心理学、语言学及社会科学等,都迫切要求定量化和数学化,这就使人们遇到大量的模糊概念,这也正是这些学科本身的特点所决定的。人们决不能为迁就现有的数学方法而改变由于这些学科的特点所决定的客观规律,而只能改造数学,使它应用范围更为广泛。模糊数学不仅在自然科学中有广泛的应用价值,甚至在社会科学中,乃至一些传统数学上不曾涉足的领域中也有着远大的应用前景。

在自然科学中,除本教材介绍的内容之外,模糊概率、模糊统计、模糊命题、模糊推理、模糊思维及模糊系统理论等,都已经有了好的应用。更进一步说,目前,模糊数学已经在计算机图像识别、手书文字自动识别、癌细胞识别、白血球的识别与分类、机器人控制、计算机医疗诊断、疾病预报、劳动卫生环境综合评判、各类信息的分类与评估、天气预报、气候模拟检验、气象资料分析与决策等方面的应用十分广泛,这种例子不胜枚举。

在社会科学领域人们将模糊范畴应用于科学和艺术领域,形成了一整套具体方法。模糊文艺学以文学创作和鉴赏中的模糊性现象作为研究对象。文艺作品通过口头和书面