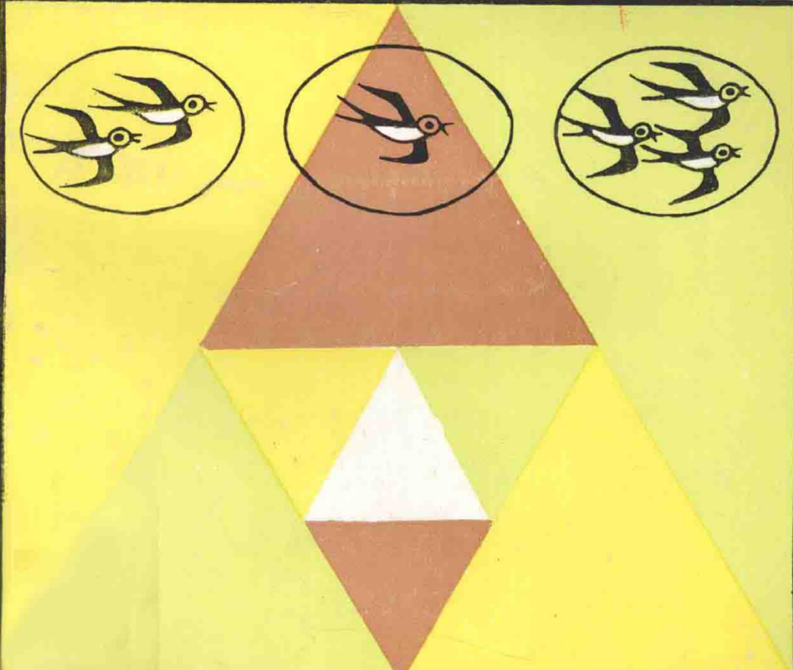
· 幼儿园教师进修教材 ·

数学 · 上册

上海教育出版社



幼儿园教师进修教材

数　　学

上　册

华东七省市、四川省幼儿园
教师进修教材编写委员会　编

上海教育出版社

幼儿园教师进修教材

数　学

上　册

华东七省市、四川省幼儿园
教师进修教材编写委员会 编

上海教育出版社出版
(上海永福路123号)

新华书店上海发行所发行　上海市委党校印刷厂印刷

开本787×1092　1/32　印张8　字数174,000

1986年7月第1版　1997年4月第12次印刷

印数276411-296430本

ISBN 7-5320-0559-3/G·478　定价：6.00元

编写说明

一、本套幼儿园教师进修教材是在华东七省市和四川省教育行政部门领导下，根据八个省市共同制定的《幼儿园教师进修幼儿师范教学计划》和教学大纲的要求编写的，供已达到初中毕业水平的幼儿园教师进修幼儿师范课程使用．这套教材既可作函授和二年制脱产进修班的教材，也可供学员自学或作幼教职业班的教材．

二、本套教材在保证内容思想性、科学性和系统性的同时，注意从成人、在职、业余进修的特点和幼儿园教学实际出发，贯彻少而精，理论与实际相结合，面向幼儿园的原则，并考到适应幼儿园教师各种进修形式的需要．

三、《数学》(上册)是本套教材的一种，由上海市幼儿园教师进修教材编写组编写．

华东七省市、四川省幼儿园
教师进修教材编写委员会
1985年12月

目　录

第一章　集合与对应

在生产和生活实践中，常需要把事物进行分类，从事物的整体和事物之间的相互关系去考察事物，集合与对应就是由于这种需要而产生的．集合与对应是近代数学中两个重要的基本概念，在现行幼儿园的计算教材中，渗透着集合与对应的思想．

本章将学习集合的初步知识，包括集合的概念，集合与集合的关系，集合的运算，并在此基础上学习对应的初步知识，研究两个集合元素之间的关系．

学习本章，要了解集合、子集、交集、并集、差集、补集、对应、映射、一一对应、逆对应、相等集合、等价集合、基数和自然数等概念；要会进行集合的交、并、差、补运算，并能正确使用有关符号．

本章中概念多、符号多，容易混淆．学习时要注意结合直观图形，并运用类比的方法，这样有助于掌握概念，正确地使用符号．

一　集　　合

1.1　集合及其表示法

1．集合

在日常生活中，人们常把同类的事物放在一起，并给它一个总称．如，生梨、苹果、桃子、桔子、……放在一起，总称为水

果；青菜、菠菜、大白菜、茄子、……放在一起，总称为蔬菜．这种“物以类聚”的例子，我们还可以举出许多．

在数学里，当我们把具有某种属性的事物作为一个整体来考虑时，我们就把这个整体看成一个“集合”．显然集合指的是具有某种属性的事物的全体．例如：

1）苗苗幼儿园的全体小朋友；

2）20以内的全体质数；

3）所有的自然数；

4）所有的汉语拼音字母；

5）直线上所有的点．

这些，都可以看作是一个集合（也可以简称为“集”）．组成集合的每一个事物叫做这个集合的**元素**．如上面的1）苗苗幼儿园的全体小朋友组成一个集合，这所幼儿园的每一个小朋友都是这个集合的元素，这里，每个元素（即该园的每一个小朋友）都具有的“某种属性”就是“苗苗幼儿园的小朋友”，而不是别的小朋友；上面的2）20以内的全体质数组成一个集合，20以内的质数2、3、5、7、11、13、17、19这八个数都是这个集合的元素，这里，每个元素都具有的“某种属性”就是“20以内的质数”，而不是别的数，等等．

根据上面所说的集合概念，界限不明的一批事物是不能称做集合的．例如“高个子的人”就不能组成一个集合，这是因为无法确定哪些对象可以算“高个子”，身高一米八十算不算高个子？一米七八、一米七七算不算高个子？这里没有一个明确的界限．又如“很大的数”也不能组成一个集合，因为对一个数，如150，算不算“很大的数”？你无法判别它“是”或者“不是”．也就是说，只有当我们能够判断任何一个被考察的对象“是”或者“不是”这个整体的成员时，才能把这个整体看

成一个集合．例如，我们可以把全体自然数看成一个集合，是因为我们能够明确判断出一个数，如 18 是自然数，它是这个集合的元素．0.83 不是自然数，它不是这个集合的元素．又如，苗苗幼儿园的男小朋友可以组成一个集合，这个幼儿园的女小朋友也可以组成一个集合，因为他们各自的对象是明确的，是能够区分出他（或她）是不是该集合的元素．

组成集合的元素如果是数，这个集合就叫做数集．例如，由全体自然数所组成的集合叫自然数集；由全体质数所组成的集合叫质数集．组成集合的元素如果是点，这个集合就叫点集．几何图形都可以看成是点集．

我们通常用大写拉丁字母：A、B、C、…… 来表示集合；用小写拉丁字母：a、b、c、…… 来表示集合的元素．

如果 a 是集合 A 的元素，我们也可以说：a“属于”集合 A，记作

$$a\in A,$$

读作“a 属于 A”．

如果 a 不是集合 A 的元素，我们也可以说：a“不属于”集合 A，记作

$$a\notin A \quad 或 \quad a\overline{\in} A,$$

读作“a 不属于 A”．

对于一些常用的数集，我们约定用以下符号表示：

自然数集：N　　　　整数集：Z

有理数集：Q　　　　实数集：R

这样，6 是自然数集的元素就可以记作：$6\in N$；π 不是有理数集的元素，就可记作：$\pi\notin Q$（或 $\pi\overline{\in} Q$）．

为了研究问题方便，我们还要介绍一个“空集”的概念．不含任何元素的集合叫做**空集**，用符号 $\varnothing$ 表示．

2．集合的表示法

表示集合的方法，常用的有列举法、描述法和韦恩图(也称文氏图)表示法。

(1) 列举法

把集合中所有元素写在{……}里，用来表示一个集合．例如，小于10的质数集合 A，可表示为

$$A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\};$$

12的所有的约数集合 B，可表示为

$$B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}.$$

象上面这样，把集合中的所有元素一一列举出来表示集合的方法通常叫**列举法**．

有时，集合里的元素很多，或无法全部列举，可借助于省略号表示．例如，"不超过100的自然数"集合可表示为

$$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \cdots\cdots,\ 99,\ 100\},$$

"2的倍数"集合，可表示为

$$\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14,\cdots\cdots\}.$$

但使用省略号表示时，必须让人看懂集合里的元素的组成规律(即要让人看懂被省略的元素究竟指的是什么)．

对于集合，我们关心的是，它是由哪些元素组成的，它的书写顺序是无关紧要的，所以

$$\{3,\ 2,\ 5,\ 7\}、\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}\quad 和\quad \{7,\ 5,\ 3,\ 2\}$$

表示的是同一个集合．

(2) 描述法

把集合中元素都具有的"某种属性"，用语言或数学表达式描述出来，写在一个大括号内，以表示一个集合的方法叫**描述法**．例如：

不大于10的自然数集合 A，可以表示为

$$A=\{\text{不大于 10 的自然数}\},$$

或 $$A=\{x \mid x\leqslant 10,\ x\in N\}.$$

(也可以写成 $A=\{x : x\leqslant 10,\ x\in N\}$)

这里,大括号内竖线(或冒号)左边的 x 表示集合的元素,右边是一个数学表达式,表示这个集合中元素 x 必须满足的条件.

例 1 用描述法表示下列集合:

(1) $A=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$;

(2) $B=\{11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97\}$.

解 (1) $A=\{\text{不大于 20 的正偶数}\}$

或 $$A=\{x \mid x=2n,\ n\leqslant 10 \quad \text{且} \quad n\in N\};$$

(2) $B=\{\text{10 到 100 之间的质数}\}$

或 $$B=\{x \mid 10<x<100,\ x\text{ 为质数}\}.$$

表示一个集合,用哪一种方法比较好,要根据具体情况来决定.

例 2 用适当的方法表示下列集合:

(1) 6 和 8 的所有公约数的集合 C;

(2) 比 10 小的正数的集合 D.

解 (1) 集合 C 用列举法表示,可以明显地表示出集合的全部元素,即 $C=\{1, 2\}$;

(2) 比 10 小的正数,既含有比 10 小的正整数,又含有比 10 小的正小数,无法把集合的元素一一列举出来,这时用描述法表示较合适,即

$$D=\{x \mid 0<x<10\}.$$

(3) 韦恩图表示法

用一个平面封闭图形来象征性地表示各种集合,用含于

其中的点来表示这个集合的元素，可以帮助我们直观地理解元素、集合之间的关系．例如图 1.1 表示 $a\in A$ 而 $b\notin A$．这种表示图叫**韦恩图**．这种用平面封闭图形表示集合的方法叫做**韦恩图表示法**．

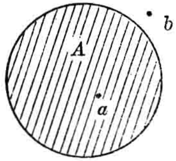


图 1.1

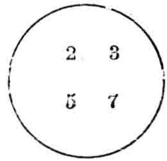


图 1.2

图 1.3

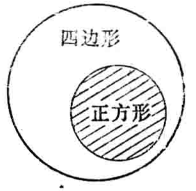


图 1.4

图 1.2 表示小于 10 的质数的集合；图 1.3 表示所有自然数组成的集合；图 1.4 表示全体正方形组成的集合是全体四边形组成的集合的一部分．

用韦恩图表示集合比较直观，也便于看出集合之间的关系．我们在低幼读物中可以看到，几只猫、几个生梨、几本书……分别用一个圆圈圈起来，这些图实际上是用来表示几只猫组成的集合、几个生梨组成的集合、几本书组成的集合．

对于集合，我们还要注意以下几点：

1）集合里的元素应是各不相同的．即集合中任何两个元素应是可以区分的．因此，一个集合可以表示为{4, 2}，但

不能表示为$\{4, 4, 2\}$，因为其中两个4是同一个数.

2）集合$\{0\}$是一个零元素组成的集合，不是空集．空集是没有任何元素的．所以，$\{0\}$与$\varnothing$是不同的.

3）6与$\{6\}$也是不同的，两者的关系是$6\in\{6\}$．前者是一个元素，后者表示只有一个元素的集合.

4）在现代数学中，集合里的元素并不限于数或形．客观世界中的任何事物，如自然界中的生物、百货店里的商品、科学研究的对象等等都可以组成一个集合．这样，就使数学研究的对象超出了以往数和形的范围，几乎进入到一切科学领域从而大大开阔了数学应用的天地，所以，集合是数学中最重要的基本概念之一，集合的理论是现代数学的重要基础.

练　　习

1． 举出两个集合的实例.

2．（口答）说出下面集合里的元素：

(1) $A=\{$比2大6的数$\}$；

(2) $B=\{$大于5小于17的偶数$\}$；

(3) $C=\{$绝对值等于6的数$\}$；

(4) $D=\{$太阳系的九大行星$\}$.

3． 用符号"$\in$"或"$\notin$"写出下列各数是不是第2题(2)中集合B的元素：

$$3,\ 8,\ 15,\ 12,\ 18$$

4． 在$\underline{\quad}$处填上符号"$\in$"或"$\notin$"：

$1\underline{\quad}N$　$0\underline{\quad}N$　$-4\underline{\quad}N$　$\sqrt{3}\underline{\quad}N$

$1\underline{\quad}Z$　$0\underline{\quad}Z$　$-4\underline{\quad}Z$　$\sqrt{3}\underline{\quad}Z$

$1\underline{\quad}Q$　$0\underline{\quad}Q$　$-4\underline{\quad}Q$　$\sqrt{3}\underline{\quad}Q$

$1\underline{\quad}R$　$0\underline{\quad}\varnothing$　$-4\underline{\quad}\varnothing$　$\sqrt{3}\underline{\quad}R$

5. 用列举法表示下列各题中的事物所组成的集合：

(1) 18 和 24 的公约数；

(2) 比 4 大 1 的数；

(3) 目前世界乒乓球锦标赛的七个比赛项目.

6 用描述法表示下列集合：

(1) $A=\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$；

(2) 全体大于 3 的偶数组成的集合 B；

(3) 全体小于 4 的正数组成的集合 C.

1.2 集合的包含与相等

1. 两个集合间的包含关系

对于两个集合 A 与 B，如果 A 中任何一个元素都是 B 的元素，我们就说集合 B 包含集合 A（或说 A 含于 B 内）. 这时，我们把集合 A 叫做集合 B 的**子集**. 记作

$$A\subseteq B \quad (\text{或 } B\supseteq A).$$

读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”.

集合 A、B 间的这种关系叫包含关系. 例如，自然数集 N 与整数集 Z 之间就有 $N\subseteq Z$ 的包含关系.

对于任何一个集合 A，因为它的每一个元素都属于集合 A 本身，所以，任何一个集合都可以看成它本身的一个子集，记作

$$A\subseteq A.$$

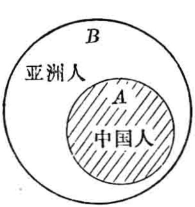


图 1.5

如果集合 A 是集合 B 的子集，并且在集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A，那末集合 A 就叫做集合 B 的**真子集**. 记作

$$A\subset B \quad (\text{或 } B\supset A).$$

例如，全体中国人组成一个集合 A，全体亚洲人组成一个

集合 B. 如用韦恩图表示这两个集合的关系(图 1.5), 可以看出 A 是 B 的真子集.

我们规定, 空集是任何非空集合的真子集, 也就是对于任何一个非空集合 A, 都有 $\varnothing \subset A$.

例 1 说明下列各组中两个集合间的关系:

(1) {正方形}, {长方形};

(2) $A=\{6$ 的约数$\}$, $B=\{1, 2, 3, 6\}$;

(3) $C=\{$苗苗幼儿园的小朋友$\}$, $D=\{$苗苗幼儿园的女小朋友$\}$;

(4) $E=\{x \mid 2 \leqslant x \leqslant 3\}$, $F=\{x \mid 1<x<4\}$.

解 (1) 因为正方形是长方形的特例, 即{正方形}的元素一定是{长方形}的元素, 所以{正方形}是{长方形}的子集.

又因为长方形不一定是正方形, 即{长方形}中元素有不属于{正方形}的, 所以{正方形}是{长方形}的真子集. 即{正方形}$\subset${长方形};

(2) 集合 A 中每一个元素都是集合 B 的元素, 所以集合 A 是集合 B 的子集. 同时集合 B 的每一个元素也都是集合 A 的元素, 所以集合 B 也是集合 A 的子集.

(3) 集合 D 中每一个元素都是集合 C 的元素, 但集合 C 中的元素却有不属于集合 D 的, 所以, 集合 D 是集合 C 的真子集;

(4) 因为集合 E 中每一个元素都是集合 F 的元素, 但集合 F 中的元素却有不属于集合 E 的. 所以 $E \subset F$.

在数轴上表示这一包含关系就更明显了(图 1.6).

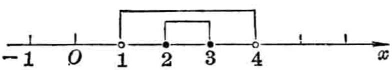


图 1.6

例 2 $\{a, b\}$的子集有哪几个？真子集有哪几个？

解 $\{a, b\}$的子集有：$\varnothing$、$\{a\}$、$\{b\}$和$\{a, b\}$；

真子集有：$\varnothing$、$\{a\}$ 和 $\{b\}$.

2．两个集合间的相等关系

对于两个集合 A、B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，我们就说集合 A 和集合 B **相等**．记作 $A=B$.

显然，如果 $A=B$，A、B 两个集合的元素就是完全相同的．如前面的例 1(2) $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，所以 $A=B$.

例 3 已知 $A=\{$既是长方形又是菱形的四边形$\}$，

$B=\{$正方形$\}$.

求证：$A=B$.

证明 先证 $A\subseteq B$，就是要证 A 中元素都是 B 的元素．因为"既是长方形又是菱形的四边形"具有与正方形相同的特点——四条边相等、四个角都是直角．所以，A 中的元素都是 B 的元素．所以 $A\subseteq B$；

再证 $B\subseteq A$，就是 B 中元素也都是 A 的元素．因为正方形同时具有长方形和菱形的特点，所以 B 中元素也都是 A 的元素．所以 $B\subseteq A$.

由集合相等的条件可知 $A=B$.

集合间的包含与相等关系，都具有传递性，就是

如果 $A\subset B$，$B\subset C$，那末 $A\subset C$；

如果 $A=B$，$B=C$，那末 $A=C$.

例如$\{$正方形$\}\subset\{$长方形$\}$，而$\{$长方形$\}\subset\{$平行四边形$\}$，所以，$\{$正方形$\}\subset\{$平行四边形$\}$；

又如 $\{x\,|\,32x-43=26x+23\}=\{x\,|\,6x=66\}$，

而 $\{x\,|\,6x=66\}=\{11\}$，

所以 $\{x\,|\,32x-43=26x+23\}=\{11\}$.

练　　习

1. 在下面各题中的___处填上适当的符号（$\in$、$\notin$、$=$、$\supset$、$\subset$）：

(1) a___$\{a\}$；

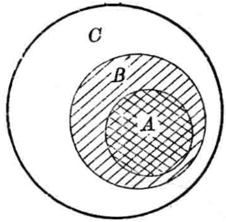
(2) a___$\{a, b, c\}$；

(3) d___$\{a, b, c\}$；

(4) $\{a, b\}$___$\{b, a\}$；

(5) $\{2, 4, 6, 8\}$___$\{6, 8\}$；

(6) $\varnothing$___$\{0\}$.



（第2题图）

2. 图中三个圆分别表示三个集合 A、B、C，这三个集合有什么关系？试用符号表示.

3. 写出$\{11, 12, 13\}$的所有子集，再指出它的真子集.

4. 下列各组集合是否相等？

(1) $\{1, 3, 5, 15\}$和$\{15$ 的约数$\}$；

(2) $A=\{x \mid 15<x<20, x\in N\}$和$B=\{16, 17, 18, 19\}$.

1.3　交集与并集

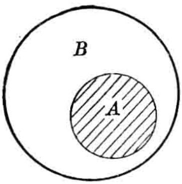
前面我们研究了两个集合之间的包含关系和相等关系，即对于任意两个集合 A、B 来说，它们之间有 (1) $A\subset B$；(2) $A\supset B$；(3) $A=B$ 这三种关系.

上述三种关系可用韦恩图表示成图 1.7，图 1.8，图 1.9. 从韦恩图的表示，很容易联想到集合 A、B 之间还有如图 1.10 所示的关系.

下面我们就来研究这个问题.

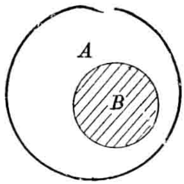
1. 交集

观察一下图 1.11 的阴影部分，容易看出$\{b, d\}$是由既属



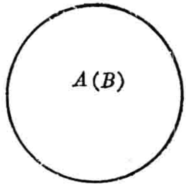
$A\subset B$

图 1.7



$A\supset B$

图 1.8



$A=B$

图 1.9

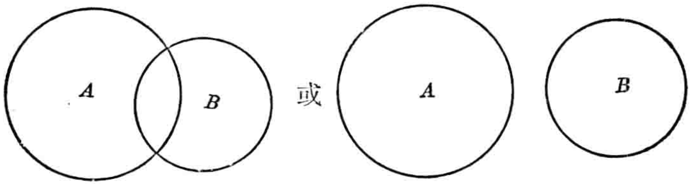


图 1.10

于 $A=\{a, b, c, d\}$ 又属于 $B=\{d, e, f, g, b\}$ 的所有公共元素组成的集合.

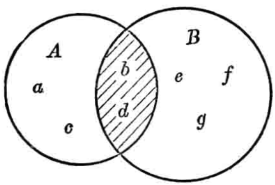


图 1.11

象这样，由同时属于两个集合 A 和 B 的所有元素组成的集合叫做 A 与 B 的**交集**. 记作

$$A\cap B.$$

读作"A 交 B"或"A 与 B 的交".

上面说的集合 $\{b, d\}$ 就是 $\{a, b, c, d\}$ 与 $\{d, e, f, g, b\}$ 的交集. 可以记作

$$\{a, b, c, d\}\cap\{d, e, f, g, b\}=\{b, d\}.$$

由交集的定义可知，任意两个集合 A、B 所确定的交集总是存在，而且是唯一的. 实际上，求两个集合的交集，是一种集合与集合之间的运算. 这种运算叫**交运算**，简称**交**. 记