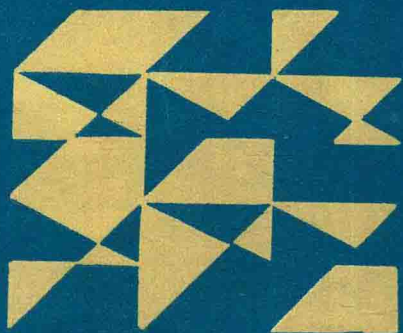




高中数学

标准化题例

刘智银 主编



成都科技大学出版社



高中数学标准化题例

主 编 刘智银

成都科技大学出版社

高中数学标准化题例

刘智银 主编

成都科技大学出版社出版·发行

四川新华书店经销

四川教育学院印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 6.5625

1988年2月第一版 1988年2月第1次印刷

印数: 1-20,000 字数: 141千字

ISBN7-5616-0224-3/G·54

定价: 1.50元

前 言

近年来，标准化测验在一些重大考试和教学中被广泛采用。它不仅题目形式新颖，而且解题方法也有不少独特之处，因而受到青年们的关注。由于当前教材中缺乏这方面的内容，我们特地编写了本书，力图使读者通过这本书的学习，熟悉标准化类型题目的解法，以增强对数学基础知识和基本技能的掌握，发展思维的灵活性，提高运算能力、逻辑能力和空间想象能力。

本书作为中学生课外读物，它与教材密切配合、相互补充。按中学教学大纲的要求，为减轻学生负担，精选了必要的训练题，并对一些较典型的题目进行了分析。本书的选择题，在给出的供选择的答案中，都只有一个正确答案。书末还附有几套综合测试题，供读者检测。

本书可供中学教师参考，亦可供学生课外阅读、训练。

参加本书编写的有（以姓氏笔划为序）朱志嘉、宋仁民、连庸华、余天金、李琳、林益生、罗辉莹、陈守忠、张明宪、赵文成、郭延庆、曾毓吉、颜怀燮。由冯国卫及曾明铨审稿。由于编（作）者水平有限，书中难免有疏漏之处，恳请广大读者批评、指正。

编 者

1988. 2.

目 录

代 数

第一章	集合、映射、函数	1
第二章	数列	37
第三章	不等式	50
第四章	复数	60
第五章	排列、组合、二项式定理	69

平 面 三 角

第一章	三角函数	78
第二章	两角和与差的三角函数	83
第三章	反三角函数	89

立 体 几 何

第一章	直线和平面	95
第二章	多面体、旋转体	107

平 面 解 析 几 何

第一章	直线	124
第二章	圆锥曲线	134
第三章	坐标变换、极坐标与参数方程	147

综 合 测 试 题

代 数

第一章 集合、映射、函数

选择题

1. 设 $A = \{x | x \leq 0\}$, 则下列关系中正确的一个是

(A) $0 \subset A$; (B) $\{0\} \in A$;
(C) $\{0\} \subset A$; (D) $\phi \in A$. ()

分析: 从集合与集合、元素与集合的关系符号的正确表示去进行选择. 显然, 在 (A) 中, 元素与集合之间不能用包含符号, 故筛去; 而 (B)、(D) 中又错用属于符号, 别应选 (C). 本书中 ϕ 表空集.

2. 下列各式中, 正确的是

(A) $\phi \in \{0\}$; (B) $\phi \subset \{0\}$;
(C) $0 \subset \{0\}$; (D) $0 \in \{\phi\}$. ()

3. 集合 $A = \{a_m, a_{m+1}, \dots, a_{n-1}, a_n\}$ ($m, n \in N$, 且 $m < n$) 中, 所有非空子集的总数是

(A) $2n$ 个; (B) $2(n-m)$ 个;
(C) $(2^{n-m}-1)$ 个; (D) $(2^{n-m+1}-1)$ 个.
()

分析: 由 n 个元素构成的集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

的一切子集的总数是 $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$

(个), 即一个集合中所有子集的个数取决于该集合元

素的个数。而集合A中元素的个数为 $(n-m+1)$ 个，按题意要求，应选(D)。

4. 已知 $I = \{ \text{实数对}(x, y) \}$, $M = \left\{ (x, y) \mid \frac{y-4}{x-2} = 3 \right\}$,

$N = \{ (x, y) \mid 3x - y - 2 = 0 \}$, 则 $\overline{M} \cap N$ 是

- (A) ϕ ; (B) $\{2, 4\}$;
(C) $\{(x, y)\}$; (D) $\{(2, 4)\}$. ()

5. 满足关系 $\{1\} \subseteq B \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合B有

- (A) 5个; (B) 6个; (C) 7个; (D) 8个.
()

6. 若 $A = \{ (x, y) \mid |x| + |y| = 1 \}$, $B = \{ (x, y) \mid y = |x| \}$, 则 $A \cap B$ 为

(A) $\left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) \right\}$;

(B) $\left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \right\}$;

(C) $\left\{ \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \right\}$;

(D) $\left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) \right\}$.

()

7. 设 $P = \{ x \mid x < 0 \}$, $a = \lg \sin \alpha$ (α 为锐角), 则下列关系中正确的是

- (A) $a \in P$; (B) $a \subset P$;
(C) $\{a\} \subseteq P$; (D) $\{a\} \in P$. ()

8. 设 z 为复数, $M = \{z | (z-1)^2 = |z-1|^2\}$ 则
 (A) $M = \{\text{纯虚数}\}$; (B) $M = \{\text{实数}\}$;
 (C) $\{\text{实数}\} \subset M \subset \{\text{复数}\}$; (D) $M = \{\text{复数}\}$.
 ()
9. 设 A 、 B 均为非空集合, 则 $A \cap B = A$ 是 $B = A$ 的
 (A) 充分但不必要的条件;
 (B) 必要但不充分的条件;
 (C) 充要条件;
 (D) 既不充分又不必要的条件. ()
10. 集合 $M = \{x | x = \frac{q}{p}, q \in Z, |q| < 3, p < 3, p \in N\}$ 中
 共有元素的个数是
 (A) 3个; (B) 4个; (C) 6个; (D) 7个.
 ()
11. 集合 $A = \{a^2, a+1, -3\}$, $B = \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$. 若 $A \cap B = \{-3\}$, 则 a 的值是
 (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) -1.
 ()
12. 已知函数 $f(x) = \lg(x^2 - 3x + 2)$ 的定义域为 F , 函数
 $g(x) = \lg(x-1) + \lg(x-2)$ 的定义域为 G , 那么
 (A) $F \cap G = \phi$; (B) $F = G$;
 (C) $F \subset G$; (D) $G \subset F$. ()
13. 集合 $M = \{x | f(x) = 0\}$, $N = \{x | g(x) = 0\}$, 方程
 $f(x) \cdot g(x) = 0$ 的正确解集是
 (A) $M \cap N$; (B) $M \cup N$;
 (C) N ; (D) M . ()

14. 已知集合 $A = \left\{ x \mid \frac{x-1}{x-2} \geq 0 \right\}$, $B = \{ x \mid (x-1)(x-2) \geq 0 \}$, $C = \{ x \mid 2^{(x-1)(x-2)} \geq 1 \}$, 则有关系
 (A) $A = B = C$; (B) $A \subset B \subset C$;
 (C) $A \subseteq C \subset B$; (D) $A \subset B = C$. ()
15. 数集 $X = \{ (2n+1)\pi, n \text{ 是整数} \}$ 与数集 $Y = \{ 4k \pm 1 \pi, k \text{ 是整数} \}$ 之间的关系是
 (A) $X \subset Y$; (B) $X \supset Y$;
 (C) $X = Y$; (D) $X \neq Y$. ()
16. 设集合 $A = \{ (x, y) \mid (x-1)^2 + y^2 = 1 \}$; $B = \{ (x, y) \mid \frac{y}{x} \cdot \frac{y}{x-2} = -1 \}$, 则A与B的关系是
 (A) $A = B$; (B) $A \supset B$;
 (C) $A \subset B$; (D) $A \cap B = \phi$. ()
17. 下列函数 $f(x)$ 与 $g(x)$, 表示同一函数的只有
 (A) $f(x) = \ln x$, $g(x) = \frac{1}{2}(\ln x^2)$;
 (B) $f(x) = x$, $g(x) = \sqrt{x^2}$;
 (C) $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \in (-1, 0) \\ x-1, & x \in (0, 1) \end{cases}$, $g(x) = f^{-1}(x)$;
 (D) $f(x) = \pi - \arcsin x$ ($0 \leq x \leq 1$), $g(x) = \frac{\pi}{2} + \arcsin x$ ($0 \leq x \leq 1$). ()

分析: (A) 中因定义域不同, (B) 中因值域不同, (D) 中因对应法则不同, 故 (A)、(B)、(D) 中 $f(x)$ 与 $g(x)$ 都不是同一函数. 故选 (C).

18. 下列映射中表示从集合 X 到集合 Y 的一一映射的是

(A) $X = [0, \pi], Y = [0, 1], f: X \rightarrow Y, x \rightarrow y = \sin x;$

(B) $X = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], Y = [0, 1], f: X \rightarrow Y, x \rightarrow y = \cos x;$

(C) $X = \mathbb{R}, Y = \mathbb{R}, f: X \rightarrow Y, x \rightarrow y = x^2 + 4;$

(D) $X = [0, +\infty), Y = [4, +\infty), f: X \rightarrow Y, x \rightarrow y = x^2 + 4.$ ()

19. 下列函数中为定义域到值域的一一映射的是

(A) $y = \lg^2 x - 1;$ (B) $y = \lg x^2 - 1;$

(C) $y = \lg(x^2 - 1);$ (D) $y = \lg(x+1) + \lg(x-1)$ ()

20. 已知 (x, y) 在映射 f 下的象是 $(x+y, x-y)$, 那么 $(1, 2)$ 在映射 f 下的原象是

(A) $(3, -1);$ (B) $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right);$

(C) $(-1, 3);$ (D) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right).$ ()

21. 函数 $y = e^x - 1$ 的反函数是

(A) $y = \ln x + 1;$ (B) $y = \ln(x+1);$

(C) $y = \ln x - 1;$ (D) $y = \ln(x-1).$ ()

22. 函数 $y = 1 + \lg(x+2)$ 的反函数是

(A) $y = 2 - 10^{x-1};$ (B) $y = 10^{x-1} - 2;$

(C) $y = 10^{x+1} - 2$; (D) $y = 2 - 10^{x+1}$.

()

23. 若 $f(x) = 3x - 2$, 则 $f^{-1}[f(x)]$ 等于

(A) $\frac{x+8}{9}$; (B) $x-8$;

(C) x ; (D) $\frac{1}{9x-8}$. ()

24. 下列各组函数图象中, 关于直线 $x-y=0$ 对称的是

(A) $y=x (x \in R)$ 与 $y=\sqrt{x} (x \geq 0)$;

(B) $y=2^x (x \in R^+)$ 与 $y=\log_2 x (x \in R^+)$;

(C) $y=2|x| (x \in R)$ 与 $y=\frac{|x|}{2} (x \in R)$;

(D) $y=(x-1)^2 (x \geq 1)$ 与 $y=\sqrt{x}+1 (x \geq 0)$.

()

25. $y=\sqrt{1-x^2} (-1 \leq x \leq 1)$ 的反函数是

(A) $y=\pm\sqrt{1-x^2} (0 \leq x \leq 1)$;

(B) $y=\sqrt{1-x^2} (0 \leq x \leq 1)$;

(C) $y=-\sqrt{1-x^2} (-1 \leq x \leq 0)$;

(D) 反无函数.

注意: 由于该函数 $f(x)$ 不是从 $[-1, 1]$ 到 $[0, 1]$ 上的一一映射, 故在 $[-1, 1]$ 上无反函数. 若将定义域改为 $[-1, 0]$, 则函数 $y=\sqrt{1-x^2} (-1 \leq x \leq 0)$ 有反函数 $y=-\sqrt{1-x^2} (0 \leq x \leq 1)$.

26. 函数 $f(x)=\sqrt{4-x}$ 的反函数 $f^{-1}(x)$ 的定义域是

(A) $[-2, 2]$; (B) $(-\infty, 4)$;

(C) $[0, +\infty)$; (D) $(-\infty, +\infty)$.

()

27. 下列命题中, 正确的一个是

(A) 函数 $y = ax + b$ ($x \in N, ab \neq 0$) 的图象是一条直线;

(B) 已知 $A = \{\text{平面} M \text{ 内的三角形}\}$, $B = \{\text{平面} M \text{ 内的圆}\}$, 那么对应“ f : 作三角形的内切圆”是 A 到 B 的映射.

(C) 如果表达式 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称, 那么它们互为反函数;

(D) 函数 $y = x^2 + 1$ ($x \in R$) 的反函数是 $y = \pm \sqrt{x - 1}$

()

28. 函数 $f(x) = \frac{x+a}{bx+c}$ (a, b, c 为常数) 的反函数是 $f^{-1}(x)$

$= \frac{3x+1}{2x-1}$, 则 a, b, c 的值为

(A) $a = 3, b = 2, c = 1$;

(B) $a = -3, b = 1, c = 2$;

(C) $a = 1, b = 2, c = -3$;

(D) $a = 1, b = -3, c = 2$.

()

29. 函数 $y = \frac{\sqrt{x-2}}{\log_3(3-x)}$ 的定义域是

(A) $2 < x \leq 3$; (B) $2 \leq x < 3$;

(C) $2 \leq x \leq 3$; (D) $2 < x < 3$. ()

分析: 若答案是 (A)、(C), 则取 $x = 3$, 分母 $\log_3(3-x)$ 无意义, 故筛去 (A)、(C); 若答案是 (B), 则取 $x = 2$, 分母 $\log_3(3-2) = 0$, 分式无意义,

故 (B) 不成立. 所以只能选 (D).

30. 函数 $y = \log_{\cos 1} \cos x$ 的值域是

(A) $[-1, 1]$; (B) $(-\infty, +\infty)$;

(C) $(-\infty, 0]$; (D) $[0, +\infty)$.

()

31. 设 M 、 N 均为非空集合, 且 $M \neq N$, 则 $a \in M$ 是 $a \in G = M \cup N$ 的

(A) 必要而不充分条件; (B) 充分而不必要条件;

(C) 充要条件; (D) 既非充分又非必要条件.

()

32. 如果 $f(\lg x) = x$, 则 $f(2)$ 等于

(A) $\lg 2$; (B) $\log_2 10$;

(C) 10^2 ; (D) 2^{10} .

33. 已知 $f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, 则函数 $f(x+1)$ 的表达式为

(A) $y = (x+1)^2 + \frac{1}{(x+1)^2}$;

(B) $y = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \frac{1}{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$;

(C) $y = (x+1)^2 + 2$; (D) $y = (x+1)^2 + 1$,

()

提示: $f\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$.

$\therefore f(x+1) = (x+1)^2 + 2$.

34. 已知 $f(x) = -\pi$, 则 $f(\pi^2)$ 等于

(A) π^2 ; (B) $-\pi^2$; (C) π ; (D) $-\pi$.

()

35. 已知 $f(x) = -x$, 则 $f\{f[f(x)]\}$ 等于

(A) $-x^3$; (B) x ;
(C) $-x$; (D) 以上答案都不对. ()

36. 设 $f(10^x) = x$, 则 $f(1988)$ 的值是

(A) 1988; (B) 10^{1988} ;
(C) $\lg 1988$; (D) 1988^{10} . ()

提示: $f(1988) = f(10^{\lg 1988}) = \lg 1988$.

37. 已知 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$, $g(x) = x + 1$, 则 $f \cdot g(x)$ 的表达式是

(A) $\frac{1}{x^2 + 2x}$; (B) $\frac{x^2}{x^2 + 1}$;
(C) $\frac{x^2}{x^2 + 2x}$; (D) $\frac{1}{x^2 - 1}$. ()

38. 下列函数中, 满足 $n f(x) = f(x^n)$ 的是

(A) $f(x) = \sin 2\pi x$; (B) $f(x) = \lg x$;
(C) $f(x) = \cos x$; (D) $f(x) = x^n$.

39. 函数 $y = (m - 2)x^{m^2 - 3}$ 为二次函数, 其图象开口向下, 则 m 的取值为

(A) $m = \pm 5$; (B) $m = \sqrt{5}$;
(C) $m = -\sqrt{5}$; (D) 以上答案都不对. ()

40. 若函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的最大值为 14, 且 $f(2) = f(-1) = 5$, 则 a 、 b 、 c 的值是

(A) $a = 4$, $b = -4$, $c = 13$;

(B) $a = -4, b = 4, c = 13$;

(C) $a = 0, b = 0, c = 5$; (D) 以上答案都不对.

41. 某个二次函数 $f(x)$, 当 $x = 2$ 时, $f(x)$ 有最大值 16, 它的图象在 x 轴上截取线段长为 8, 则此二次函数的解析式为

(A) $f(x) = x^2 + 8x + 16$; (B) $f(x) = -x^2 + 4x + 12$;

(C) $f(x) = x^2 + 4x + 12$; (D) $f(x) = -x^2 + 16x + 8$.

42. 若 x 是实数, 则 $y = (1-x)(1+x) > 0$ 的充要条件是

(A) $|x| < 1$; (B) $x < 1$;

(C) $|x| > 1$; (D) $x < 1$, 且 $x \neq -1$.

43. 设 $f_{n+1}(x) = |f_n(x) - 2|$, $n \in N$, $f_0(x) = a$, 则 $f_2(x) = 0$ 的解的个数是

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3.

分析: $f_1(x) = |f_0(x) - 2| = |a - 2|$,

同理, $f_2(x) = ||a - 2| - 2|$, 由 $f_2(x) = 0$,

即 $|a - 2| - 2 = 0$, 显然有两解, 故选 (C).

44. 函数 $f(x) = \lg(\sqrt{x^2 + 1} - x) + \lg(\sqrt{x^2 + 1} + x)$

(A) 是奇函数但非偶函数;

(B) 是偶函数但非奇函数;

(C) 既不是奇函数又不是偶函数;

(D) 既是奇函数又是偶函数.

45. 4 函数 $y = f(x)$ 为奇函数, 且存在与 $y = f(x)$ 形式不同的反

函数 $y = f^{-1}(x)$, 则 $\varphi(x) = \frac{2^{f(x)} - 2^{f^{-1}(x)}}{2^{f(x)} + 2^{f^{-1}(x)}}$

- (A) 是奇函数但非偶函数;
 (B) 是偶函数但非奇函数;
 (C) 既非奇函数又非偶函数;
 (D) 既是奇函数又是偶函数; ()

46. 函数 $f(x) = [x(e^x - 1)] \div (e^x + 1)$

- (A) 是奇函数但非偶函数;
 (B) 是偶函数但非奇函数;
 (C) 既不是奇函数也不是偶函数;
 (D) 既是奇函数又是偶函数. ()

提示: 当 $x \neq 0$ 时, $f(x) \neq 0$, 此时有

$$f(-x):f(x) = \frac{(-x)(e^{-x} - 1)}{e^{-x} + 1} \cdot \frac{e^x + 1}{x(e^x - 1)} = 1.$$

既 $f(-x) = f(x)$;

当 $x = 0$ 时, $f(x) = 0$, 此时也有 $f(-x) = f(x)$.

47. 同时满足: (1) 有反函数, (2) 为奇函数, (3) 定义域集合等于值域集合这三个条件的函数是

- (A) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$; (B) $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$;
 (C) $f(x) = -x^3$; (D) $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$. ()

48. 若 $x \in (-1, 1)$, 则函数 $f(x) = \lg \frac{1-x}{1+x}$

- (A) 既是奇函数又是增函数;
 (B) 既是奇函数又是减函数;
 (C) 既是偶函数又是增函数;
 (D) 既是偶函数又是减函数. ()

分析: $\because f(-x) = -\lg \frac{1-x}{1+x} = -f(x)$.

设 $t = \frac{1-x}{1+x}$, 令 $-1 < x_1 < x_2 < 1$, 则

$$t_1 - t_2 = \frac{2(x_2 - x_1)}{(1+x_1)(1+x_2)} > 0.$$

49. 函数 $f(x) = x^{\frac{1}{m^2+m+1}}$ ($m \in N$) 是
 (A) 定义在非负实数集上的奇函数;
 (B) 定义在全体实数集上的偶函数;
 (C) 定义在全体实数集上的奇函数;
 (D) 定义域及其奇偶性均随 m 值的不同而改变的一种函数.

50. 函数 $f(x) = \frac{x}{a^x - 1}$ 是
 (A) 奇函数; (B) 偶函数;
 (C) $a > 1$ 时是奇函数;
 (D) 非奇非偶函数.

提示: $f(-x) = \frac{x}{a^{-x} - 1} = \frac{-a^x \cdot x}{1 - a^x} \neq \pm f(x).$

51. 如果 $f(x)$ 是奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x(1-x)$, 那么, 当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 的表达式为
 (A) $f(x) = x(x-1)$; (B) $f(x) = -x(x-1)$;
 (C) $f(x) = x(x+1)$; (D) $f(x) = -x(1+x).$

52. 函数 $f(x) = x \cdot \frac{a^x - 1}{a^x + 1}$ ($a > 0, a \neq 1$) 是
 (A) 奇函数; (B) 偶函数;