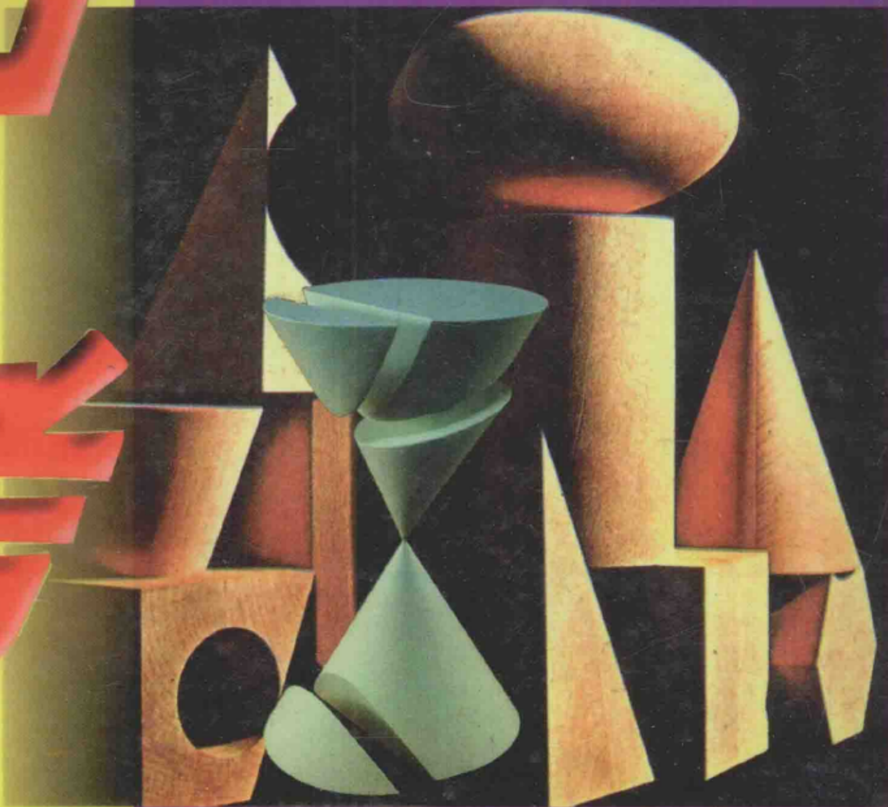
怎样才能准确无误地审题？
如何避免不应发生的错误？
各类题型解题思路是什么？
熟练运用技巧的关键何在？

中考



数学卷 常见错误解析

主编 叶声扬

华东师范大学出版社

中考常见错误解析·数学卷

主编　叶声扬
编者　赵国礼　龚为民
胡善通

华东师范大学出版社

责任编辑　金庆祥
封面设计　黄惠敏

中考常见错误解析·数学卷

主编 叶声扬

华东师范大学出版社出版发行
(上海中山北路 3663 号　邮政编码 200062)
新华书店上海发行所经销
上海新侨印务实业公司印刷
开本 787×1092　1/16　印张 11.25　字数 280 千字
1998 年 1 月第 1 版　1998 年 4 月第 2 次印刷
印数 11,001—22,000

ISBN 7－5617－1791－1/G·809
定价:10.00 元

前　　言

本书主要收集近年来全国部分省(市)或地区的中考试题,绝大部分试题都在题后的圆括号中注明出处.全书按题型分为选择题、填空题、解答题和综合题四大部分,每一部分有一段引言,对题型作简单介绍.后面都包括三节,第一节"常见错误分析",以历年中考阅卷以及平时教学实践中发现的一些典型错解为例进行剖析,分析产生错解原因,给出正确解题思路和解法,以掌握一般的解题规律和常用技巧,起到辨清概念、打好基础、掌握基本技能和方法,提高分析和应用能力的作用.第二节"试一试",提供一些典型错解,并用提示形式指出错在哪里和正确的解题思路或方法,在这基础上由读者自行完成解答.第三节"自测训练题",是供读者用来检验自己掌握基础知识、基本方法、基本技能的程度和灵活应用知识解决问题的能力.书后除附有"试一试"和"自测训练题"的参考答案外,还附有索引,按知识点列出各类试题的题号,便于读者查阅.

本书由叶声扬主编,赵国礼、龚为民、胡善通编写,戴以理、张怡帮助收集资料并对全书答案进行了验算,在此表示衷心感谢.

编　者

目　录

一、选 择 题

数学选择题是给出条件和结论，要求根据一定的关系找出正确答案的一类试题．选择题立意新颖、构思精巧、形式灵活，能全面考查学生的基础知识和基本技能，从而增大了试卷容量和知识覆盖面．正确迅速地解答选择题，既要掌握好"双基"，同时还要掌握好解数学选择题的策略和方法，从而走出解数学选择题的误区．

数学选择题一般是由解题指令、题干和选择支组成．

(1) 解题指令．这是指总题号的后面，所有小题号前面用来说明的一段指令性语言．它规定了选择题特征(正确结论数目)以及怎样答题．

(2) 题干．这是指每一小题号的选择题中，位于备选答案前的部分．

(3) 选择支．这是指每个选择题中备选的答案．选择支中不正确的为迷惑支．选择支是一个既属于条件范畴，又属于结论范畴的信息，与题干一样是解题时供使用的已知重要信息．

数学选择题一般规定在给出的四个(或五个)选择支中有且只有一个是正确的，因此解数学选择题的方法除了直接法以外，常见的方法还有筛选法、验证法、特殊值法、观察试探法、图象法等等．

(一) 常见错误分析

在数学考试卷中，数学选择题考查的主要内容是：基本概念、基本运算和基本解题技巧．由于选择支提供的答案有似是而非的错误答案，又有似非而是的正确答案．因此学生容易受迷惑而步入解题"误区"，导致学生解选择题错误的主要因素是：

(1) 忽视基本概念的理解和掌握，尤其是对定义、定理、公式不熟悉、因知识缺陷造成错解．

(2) 学生审题时粗心大意或望文生意、凭想当然去解题，或者学生没有把握好整道题的中心意图，没有把各已知条件的关系和所得的结论的关系搞清，导致片面理解造成错误．

(3) 在解题过程中，不是按照逻辑关系进行必要的等价变形和运算推导，而是胡猜乱选，造成错解．

(4) 没有充分考虑选择题本身特点，只注意"题干"中的明显条件，忽视"选择支"中"暗示"的隐含条件、花了很多时间而无法得到正确的答案．

(5) 习惯于采用"直接法"解选择题，不能灵活应用"筛选法"、"特殊值法"、"试探法"、……等特殊方法解题，由于不得其法造成不是上"当"受"骗"，就是误入"陷井"．

如何正确地应用解选择题的策略和方法，走出解选择题的误区，将结合下面的实例进行介绍．

例 1-1 一个四舍五入得到的近似数是 4.7 万，它精确到 ……………………………（　　）

(A) 万位；　　(B) 千位；　　(C) 十分位；　　(D) 千分位．

（湖北）

【错解】 (A).

【分析】 由于4.7万的单位是万,误以为近似数为4.7万时表示精确到万位,故得错解(A).

【正确】 由四舍五入得到的近似数为4.7万,说明它精确到0.1万,即精确到千位,应选择(B).

【说明】 在近似计算中,应注意如下两种情形:

(1) 54321精确到千位时,结果不是54000(或54),而应是5.4万(或5.4×10^4);

(2) 12345保留两个有效数字的结果,不是12000(或12)而应该是1.2万(或1.2×10^4).

例1-2 现有四个结论:

(1) 绝对值等于它本身的实数只有零;

(2) 相反数等于它本身的实数只有零;

(3) 倒数等于它本身的实数只有1;

(4) 算术平方根等于它本身的实数只有1.

其中正确结论的个数是 ……………………………………………………………… ( )

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 大于2个.

(天津)

【错解】 (C)或(D).

【分析】 本题是一道概念要求较高的题目,对绝对值、相反数、倒数、算术平方根的概念分辨不清楚而得到错解(C)或(D).

【正解】 绝对值等于它本身的实数为非负实数,故(1)不正确. 相反数等于它本身的实数只有零,故(2)正确. 倒数等于它本身的实数有±1,故(3)不正确. 算术平方根等于它本身的实数有0和1,故(4)不正确. 显然正确的答案为(B).

【说明】 绝对值、相反数、倒数、算术平方根是四个重要的概念,在历年各省市会考中经常考到. 应熟记有关特殊的结论.

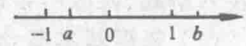


图1-1

例1-3 已知实数a、b在数轴上表示的点如图1-1所示. 化简$|a+b|+\sqrt{(a-b+1)^2}$的结果是 ……………………………… ( )

(A) $2b-1$; (B) $2a+1$;

(C) $-2a-1$; (D) $-2b+1$.

(南京)

【错解】 (B).

【分析】 应用根式的基本性质$\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$时,由于忽视了字母需满足的条件,造成不等价变形,得错解(B).

【正解】 由图形可知:$-1<a<0$, $b>1$. 因而$a+b>0$, $a-b+1<0$, 所以$|a+b|+\sqrt{(a-b+1)^2}=a+b+b-a-1=2b-1$,应选(A).

【说明】 (1) 当字母取值在数轴上给出时,应首先确定它的变化范围.

(2) 在对代数式进行变形时,必须注意代数式成立的条件,忽视条件会导致不等价变形.

例1-4 若a、b是实数,则下列四个命题中正确的是 …………………………………… ( )

(A) 若$a\neq b$,则$a^2\neq b^2$; (B) 若$a>|b|$,则$a^2>b^2$;

(C) 若 $|a| > |b|$，则 $a > b$；　　　　(D) 若 $a^2 > b^2$，则 $a > b$.

（乌鲁木齐）

【错解】 (A).

【分析】 由于 $a = b$ 时，$a^2 = b^2$，误以为 $a \neq b$ 时即可推出 $a^2 \neq b^2$，得错解(A).

【正解】 $a > |b|$ 等价于 $a > |b| \geqslant 0$，因此得 $a^2 > |b^2|$，即 $a^2 > b^2$，选(B).

【说明】 本题还可以通过取特殊值进行"筛选"，例如取 $a = 1$，$b = -1$ 时，可排除选择支(A)，取 $a = -2$，$b = -1$ 时，可排除选择支(C)和(D). 由此获正确解(B). 这就是解选择题的"特殊值法".

例 1-5 x 表示一个两位数，y 表示一个三位数，如果把 x 放在 y 的左边组成一个五位数，用代数式可以表示为 ……………………………………………………………（　）

(A) $x + y$；　　(B) xy；　　(C) $100x + y$；　　(D) $1000x + y$.

（呼和浩特）

【错解】 (B).

【分析】 有的学生缺乏用代数式表示多位数的能力，误以为只需形式上把 x 置于 y 前变成 x 与 y 的积，得错解(B).

【正解】 由于 y 是一个三位数，因此当把 x 放在 y 的左边组成一个五位数时，可以把这个五位数看成把 x 扩大 1000 倍与 y 的和，选(D).

【说明】 (1) 对于个位数字为 a，十位数字为 b，百位数字为 c 的三位数用代数式可表示为 $100c + 10b + a$ 的形式，其它的多位数的代数式表示依次类推；

(2) 本题的表示方法类同于多位数的代数式表示.

例 1-6 某食品连续两次涨价 10%后价格为 a 元，那么原价是 ……………………（　）

(A) $\dfrac{a}{1.1^2}$元；　　(B) $a \times 1.1^2$ 元；　　(C) $a \times 0.9^2$ 元；　　(D) $\dfrac{a}{0.9^2}$元.

（江西）

【错解】 (C).

【分析】 由于食品连续涨价 10%后价格为 a 元，有的同学误以为 a 元的食品经两次降价 10%后价格为原价，导致错解(C).

【正解】 不妨设原价为 x 元，根据题意得方程 $x \cdot (1 + 10\%)^2 = a$ 元，从而得到 $x = \dfrac{a}{1.1^2}$. 应选(A).

例 1-7 下列结论中正确的是 ……………………………………………………（　）

(A) 方程 $2x + 5y = 15$ 的所有解是方程组 $\begin{cases} 2x + 5y = 15 \\ 3x + 8y = 1 \end{cases}$ 的解；

(B) 方程 $2x + 5y = 15$ 的所有解都不是方程组 $\begin{cases} 2x + 5y = 15 \\ 3x + 8y = 1 \end{cases}$ 的解；

(C) 方程组 $\begin{cases} 2x + 5y = 15 \\ 3x + 8y = 1 \end{cases}$ 的解不是方程 $2x + 5y = 15$ 的一个解；

(D) 方程组 $\begin{cases} 2x + 5y = 15 \\ 3x + 8y = 1 \end{cases}$ 的解是方程 $2x + 5y = 15$ 的一个解.

（山东）

【错解】 (A).

【分析】 由于混淆了方程的解与方程组的解之间的关系,以为方程组的解是由两个方程的解合并得到的,导致错解(A).

【正解】 实际上,方程组的解是组成这个方程组的各个方程的公共解,因此方程组 $\begin{cases}2x+5y=15\\3x+8y=1\end{cases}$ 的解是方程 $2x+5y=15$ 和方程 $3x+8y=1$ 的公共解,应选(D).

例 1-8 下列方程中,二元一次方程是 ……………………………………………… ( )

(A) $xy=1$; (B) $y=3x-1$; (C) $x+\frac{1}{y}=2$; (D) $x^2+x-3=0$.

(上海)

【错解】 (A).

【分析】 错解主要是因为有的学生对二元一次方程的概念不清楚,误以为方程中各未知数的次数即为方程的次数,导致错解(A).

【正解】 由二元一次方程的定义可知,含有两个未知数,并且含有未知数项的次数均为一次的整式,方程称为二元一次方程. 故选(B).

【说明】 判断是否是二元一次方程应注意以下三个方面:(1) 整式方程;(2) 含有二个未知数;(3) 含未知数项的次数为 1 次.

例 1-9 不等式组 $\begin{cases}-2x>3\\x+1>5\end{cases}$ 的解集是 ……………………………………… ( )

(A) $x<-\frac{3}{2}$; (B) $x>4$; (C) $-\frac{3}{2}<x<4$; (D) 空集.

(广州)

【错解】 (B).

【分析】 由于在不等式 $-2x>3$ 两边同除以 -2 时,没有改变不等号方向,得错解(B).

【正解】 把不等式组 $\begin{cases}-2x>3\\x+1>5\end{cases}$ 同解变形得 $\begin{cases}x<-\frac{3}{2}\\x>4\end{cases}$,根据基本不等式组的解集,易知应选(D).

【说明】 解不等式时,要特别注意当不等式两边同乘或除以一个负数时,不等号方向改变.

例 1-10 如果二次三项式 x^2-6x+m^2 是一个完全平方式,那么 m 的值是…… ( )

(A) 9; (B) 3; (C) -3; (D) ± 3.

【错解】 (A)或(B).

【分析】 由于审题不清,把二次三项式末项 m^2 为 9,当作 $m=9$ 得错解(A);考虑不周全,得错解(B).

【正解】 二次三项式 x^2-6x+m^2 是一个完全平方式,所以 $m^2=9$ 即 $m=\pm 3$,应选(D).

【说明】 二次三项式 x^2+bx+c 是一个完全平方式等价于关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+c=0$ 有等根,即 $\Delta=b^2-4c=0$.

例 1-11 以下运算结果正确的是 ……………………………………………………… ( )

(A) $a^5 + a^5 = a^{10}$;　(B) $(b^3)^2 = b^9$;　(C) $x^4 \cdot x^4 = x^8$;　(D) $y^6 \div y^3 = y^2$.

（南京）

【错解】 (B)或(D).

【分析】 由于对幂的运算性质混淆，误认为 $(b^3)^2 = b^{3^2} = b^9$ 得错解(B)，$y^6 \div y^3 = y^{6\div 3} = y^2$ 得错解(D).

【正解】 由幂的运算性质，同底数幂相乘、底数不变指数相加，故 $x^4 \cdot x^4 = x^{4+4} = x^8$，应选(C).

例 1-12　$2ab - a^2 - b^2 + 9$ 分解因式为 ……………………………………………（　）

(A) $(a - b + 3)(b - a + 3)$;　(B) $(a + b - 3)(b - a - 3)$;

(C) $(a + b - 3)(a - b + 3)$;　(D) $(a - b + 3)(a - b - 3)$.

（吉林）

【错解】 (D).

【分析】 部分学生由于不等价变形导致错误，$2ab - a^2 - b^2 - 9 = a^2 + b^2 - 2ab - 9 = (a - b + 3)(a - b - 3)$，得错解(D).

【正解】 $2ab - a^2 - b^2 + 9 = -[(a^2 - 2ab + b^2) - 9] = -(a - b + 3)(a - b - 3) = (a - b + 3)(b - a + 3)$，应选(A).

【说明】 应用分组分解法因式分解时，分组时应注意二个方面：(1) 完全平方式，一般分在同一组；(2) 分组以后，组与组之间要么能提取公因式，要么至少有一组能运用公式继续分解.

例 1-13　去分母解关于 x 的方程 $\dfrac{x-3}{x-2} = \dfrac{m}{x-2}$ 产生增根，则 m 的值是 ………（　）

(A) 2;　(B) 1;　(C) -1;　(D) 以上答案全不对.

（天津）

【错解】 (A).

【分析】 由于审题不慎，误以为 m 就是增根 2，得错解(A).

【正解】 去分母得方程 $x - 3 = m$，从而得解 $x = 3 + m$，由于分式方程只有当未知数取值使分母为零时，才是增根. 所以 $3 + m = 2$，选(C).

【说明】 (1) 解分式方程通过去分母方法化为整式方程求解，由于是不等价变形，所以必须验根；

(2) 检验时只需代入分母，看是否为零，若分母为零，则增根应舍去；若分母不为零，则是原方程解.

例 1-14　甲、乙两人分别从 A、B 两地同时出发，相向而行，在 C 地相遇后，甲又经过 t_1 小时到达 B 地，乙又经过 t_2 小时到达 A 地. 设 $AC = S_1$，$BC = S_2$ 则 $\dfrac{t_1}{t_2}$ 等于 …………（　）

(A) $\dfrac{S_2}{S_1}$;　(B) $\dfrac{S_2^2}{S_1^2}$;　(C) $\dfrac{S_1}{S_2}$;　(D) $\dfrac{S_1^2}{S_2^2}$.

（山东）

【错解】 (A).

【分析】 题目给出的条件均为字母，且关系不明确，造成分析不周，误以为 $\dfrac{t_1}{t_2} = \dfrac{S_2}{S_1}$，得错

解(A).

【正解】 甲从 C 至 B,用 t_1 小时,可得 $V_{甲}=\frac{S_2}{t_1}$,乙从 C 至 A 用时 t_2 小时,可得 $V_{乙}=\frac{S_1}{t_2}$,再通过甲从 A 到 C,乙从 B 到 C 用时相等这一关系,得等式 $\frac{S_1}{\frac{S_2}{t_1}}=\frac{S_2}{\frac{S_1}{t_2}}$ 即 $\frac{t_1}{t_2}=\frac{{S_2}^2}{{S_1}^2}$. 应选(B)

【说明】 1) 行程问题解题前应画示意图帮助理解题意;

2) 解这类题关键寻找相等关系并建立等式.

例 1-15 $\sqrt{16}$的平方根是 ……………………………………………………………… ( )

(A) 4; (B) $\pm$ 4; (C) 2; (D) $\pm$ 2.

(宁夏)

【错解】 (B)或(C).

【分析】 审题不清,误以为 $\sqrt{16}$的平方根,就是 16 的平方根为 $\pm$ 4,得错解(B). 思维的错误,认为是求 $\sqrt{16}$的算术平方根,得错解(C).

【正解】 $\sqrt{16}$即为 4,因此 $\sqrt{16}$的平方根就是求 4 的平方根为 $\pm$ 2,应选(D).

【说明】 这类题在会考中常见,且考生答题错误率很高,解类似题时,应注意审题严谨,不要草率解题.

例 1-16 在 $\sqrt{a^2+b^2}$, $4\sqrt{5a}$, $\sqrt{2a^3}$, $\frac{\sqrt{y}}{2}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{\frac{c}{3}}$ 中,最简二次根式个数是……

……………………………………………………………………………………………… ( )

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.

(吉林)

【错解】 (D).

【分析】 由于 $\sqrt{8}$ 不含有字母,误以为是最简根式,得错解(D).

【正解】 最简根式需同时满足以下三个条件:(1) 被开方数的指数与根指数互质;(2) 被开方数的每一个因式的指数小于根指数;(3) 根号内不含有分母. 显然 $\sqrt{a^2+b^2}$, $4\sqrt{5a}$, $\frac{\sqrt{y}}{2}$ 为最简二次根式,其余均不是最简二次根式,应选(C).

例 1-17 化简 $\sqrt{-\frac{m^3}{a}}$ 得 …………………………………………………………… ( )

(A) $\frac{m}{a}\sqrt{am}$; (B) $\frac{m}{a}\sqrt{-am}$; (C) $-\frac{m}{a}\sqrt{am}$; (D) $-\frac{m}{a}\sqrt{-am}$.

(山东)

【错解】 (B).

【分析】 由于题目中全部是字母运算,误以为 $\frac{m}{a}$ 为正数,得错解(B).

【正解】 题目虽然没有明确字母 m、a 的符号,但题目中隐含条件 $-\frac{m^3}{a}\geqslant 0$,即 $\frac{m}{a}\leqslant 0$,所以 $\sqrt{-\frac{m^3}{a}}=\left|\frac{m}{a}\right|\sqrt{-am}=-\frac{m}{a}\sqrt{-am}$. 应选(D).

【说明】 $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a & a\geqslant 0\\ -a & a<0,\end{cases}$ 运算时首先不妨加绝对值，然后通过讨论去掉绝对值符号. 做这类题应重视题目的隐含条件.

例 1-18 给出下面五个命题中：

(1) 若 $a<0$，则 $\sqrt{-a^3}=a\sqrt{-a}$；

(2) 若 x 为任意实数，则 $(x^2+1)^0=1$；

(3) 方程 $\dfrac{x-1}{x^2-x}=0$ 没有实数解；

(4) 方程 $\sqrt{x-1}+\sqrt{x+2}=0$ 没有实数解；

(5) $a>0$ 时，一元二次方程 $x^2-ax+a=0$ 有两个正实根. 其中正确命题有…( )

(A) 1 个； (B) 2 个； (C) 3 个； (D) 3 个以上.

（徐州）

【错解】 (D).

【分析】 化简根式过程中产生错误，误以为结论(1)正确，实际上 $a<1$ 时，$\sqrt{-a^3}$ 应等于 $-a\sqrt{-a}$. 有的忽略了结论(5)中实根存在的条件，而认为结论(5)正确，而此时，因 $a>0$，故 $\Delta=a^2-4a$ 不恒大于零，如 $a=1$ 时，$\Delta<0$. 从而导致错解(D).

【正解】 从上面分析得结论(1)和(5)错误. 由于 $x^2+1\neq 0$ 推出结论(2)正确，而方程 $\dfrac{x-1}{x^2-x}=0$ 的解 $x=1$ 为增根，等式 $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}=0$ 不可能成立，所以结论(3)和(4)亦正确，应选(C).

例 1-19 已知方程 $x^2+(2k+1)x+k^2-2=0$ 的两个实数根的平方和等于 11，则……………………………………………………………………………………( )

(A) $k=-3$ 或 $k=1$； (B) $k=-3$； (C) $k=1$； (D) $k=3$.

（河北）

【错解】 (A).

【分析】 解题时只注意两根平方和为 11 这一条件，而忽视了存在实根的条件 $\Delta\geqslant 0$，得错解(A).

【正解】 由两根的平方和为 11，得 $x_1^2+x_2^2=4k^2+4k+1-2k^2+4$，∴ $2k^2+4k+5=11$，得 $k=-3$ 或 $k=1$，又 $\Delta=(2k+1)^2-4(k^2-2)\geqslant 0$ 得 $k\geqslant-\dfrac{9}{4}$，所以 $k=1$，应选(C).

【说明】 解有关二元一次方程实数根的问题时，首先应考虑实数根是否存在，即 $\Delta=b^2-4ac\geqslant 0$ 否？切勿忘记.

例 1-20 下列命题中，正确的是 ……………………………………………… ( )

(A) 方程 $5x^2=x$ 只有一个实数根；

(B) 方程 $2x^2-3x+2=0$ 没有实数根；

(C) 方程 $x^2-8=0$ 有两个相等的实数根；

(D) $\sqrt{-x}=2$ 没有实数根.

（上海）

【错解】 (A)或(D).

【分析】 有的考生把方程 $5x^2 = x$ 两边同除以 x,造成失根,得错解(A),有的考生误以为 $\sqrt{-x}$ 无意义,得错解(D).

【正解】 由于方程 $2x^2 - 3x + 2 = 0$ 根的判别式小于零,因此方程 $2x^2 - 3x + 2 = 0$ 没有实数根,应选(B).

【说明】 (1) 方程两边只能同乘(或除以)非零常数,而不能乘(或除以)整式,否则可能产生增根(或失根).

2) 偶次方根被开方数为非负数,不能以为方根内字母均为非负数,形成思维上混淆.

例 1-21 当 $k < -2$ 时,方程组 $\begin{cases} x^2 - y + 1 = 0 \\ y = kx \end{cases}$ 的实数解个数是 ……………( )

(A) 0 个; (B) 1 个; (C) 2 个; (D) 3 个.

(南京)

【错解】 (C).

【分析】 仅考虑方程组 $\begin{cases} x^2 - y + 1 = 0 \\ y = kx \end{cases}$ 由一个二次方程,一个一次方程组成,而忽略了 $k < -2$ 这一已知条件,得错解(C).

【正解】 将 $y = kx$ 代入 $x^2 - y + 1 = 0$ 得方程组 $x^2 - kx + 1 = 0$,由于当 $k < -2$ 时,判别式 $\Delta < 0$,所以方程 $x^2 - kx + 1 = 0$ 无解,从而方程组 $\begin{cases} x^2 - y + 1 = 0 \\ y = kx \end{cases}$ 的实数解个数为 0 个,应选(A).

例 1-22 两个实数根和为 3 的一元二次方程是 ………………………………( )

(A) $x^2 + 3x - 4 = 0$; (B) $x^2 - 3x + 4 = 0$;

(C) $x^2 - 3x - 4 = 0$; (D) $x^2 + 3x + 4 = 0$.

(广东)

【错解】 (B).

【分析】 有的考生注意了解本题利用根与系数关系,两根之和 $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = 3$,而忽略了判别式 $\Delta \geqslant 0$,得错解(B).

【正解】 由根与系数关系可知(A)、(D)不是本题的解,又根据实根存在必须判别式 $\Delta \geqslant 0$,知(B)也不是本题的解,所以应选(C).

例 1-23 已知直角三角形 ABC 中,$\angle C = 90°$,斜边长为 5,两直角边的长分别是方程 $x^2 - (2m - 1)x + 4(m - 1) = 0$ 的根,则 m 的取值等于 ………………………( )

(A) -1; (B) 4; (C) -4 或 1; (D) -1 或 4.

(宁夏)

【错解】 (D).

【分析】 本题是一个一元二次方程的应用题,在解实际问题时,除了应该考虑判别式以外,还必须保证实际问题有意义.

【正解】 设两条直角边长为 a、b,根据根与系数关系得 $\begin{cases} a + b = 2m - 1 \\ a \cdot b = 4(m - 1), \end{cases}$ 又因为 $a^2 + b^2 = 25$,解得 $m = 4$ 或 $m = -1$. 而当 $m = -1$ 时,$a + b < 0$ 没有意义,所以本题 m 取值只

能为 4,故选(B).

【说明】 实际问题检验包含两层含义:其一,所得未知数取值是否是方程增根.其二,未知数取值是否使得实际问题有意义.

例 1-24 已知 A、B 为直角三角形 ABC 的两个锐角,那么方程 $x^2 \cdot \mathrm{tg}A - 2x + \mathrm{tg}B = 0$ ………………………………………………………………………………………… ( )

(A) 有两个不相等的实根;　　(B) 有两个相等实根;

(C) 没有实根;　　(D) 根的情况不确定.

(安徽)

【错解】 (D).

【分析】 判别式 $\Delta = 4 - 4\mathrm{tg}A \cdot \mathrm{tg}B$. 由于知识点空缺无法判断判别式符号,得错解(D).

【正解】 一方面判别式 $\Delta = 4 - 4\mathrm{tg}A \cdot \mathrm{tg}B$,另一方面,在直角三角形 ABC 中,由 A、B 为锐角可知 $\mathrm{tg}B = \dfrac{b}{a}$,$\mathrm{tg}A = \dfrac{a}{b}$,从而 $\mathrm{tg}A \cdot \mathrm{tg}B = 1$,因此 $\Delta = 0$,应选(B).

【说明】 在直角三角形中,如果三角函数间关系无法迅速判断,可利用边角关系,把三角函数转化为边之间的关系再考虑,有时会十分简便.

例 1-25 在坐标平面内有一点 $P(a, b)$,若 $a \cdot b = 0$,那么点 P 的位置在 …… ( )

(A) 原点;　　(B) x 轴上;　　(C) y 轴上;　　(D) 坐标轴上.

(贵阳)

【错解】 (A).

【分析】 由 $a \cdot b = 0$ 错误地认为 $a = b = 0$,导致错解(A).

【正解】 $a \cdot b = 0$ 可得 $a = 0$ 或 $b = 0$,当 $a = 0$ 时表示点 P 位置在 y 轴上,当 $b = 0$ 时表示点 P 位置在 x 轴上,故应选(D).

【说明】 a, b 为实数,则 $a^2 + b^2 = 0$ 等价于 $a = b = 0$,此时 $P(a, b)$表示平面直角坐标系上的一个原点;而 $a \cdot b = 0$,等价于 $a = 0$ 或 $b = 0$,此时 $P(a, b)$点的轨迹是直角坐标系内的两条坐标轴.

例 1-26 在直角坐标系中,坐标轴上到点 $P(-3, -4)$ 的距离等于 5 的点共有…( )

(A) 1 个;　　(B) 2 个;　　(C) 3 个;　　(D) 4 个.

(天津)

【错解】 (A)或(D).

【分析】 容易计算 $OP = 5$,误以为坐标轴上与 $P(-3, -4)$ 距离为 5 的点仅原点一个,得错解(A),考虑到以 P 为圆心 5 为半径的圆与 x 轴交于不同两点,与 y 轴同样交于两点,不假思索得错解(D).

【正解】 用图象法解,以 P 为圆心作半径为 5 的圆,除经过原点外,另外和 x 轴、y 轴各有一个交点,因此正解为(C).

【说明】 用图象法解选择题比较直观、具体,但必须规范作图,周密思考,方可得到正确判断.

例 1-27 下列函数中,与 $y = x$ 表示同一函数关系的是 ……………………………… ( )

(A) $y = (\sqrt{x})^2$;　　(B) $y = \dfrac{x^2}{x}$;　　(C) $y = \sqrt[3]{x^3}$;　　(D) $y = \sqrt{x^2}$.

(海南)

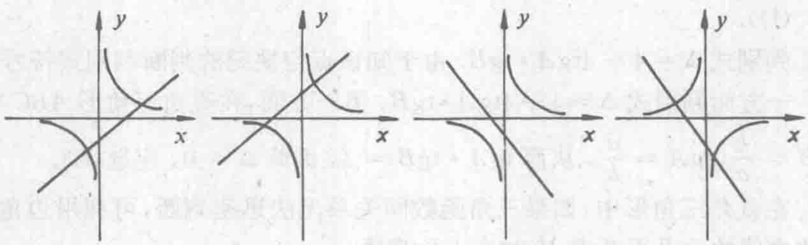
【错解】 (B)或(D).

【分析】部分考生没有考虑函数的自变量取值范围的差异导致错解(A)或(B)，也有的同学忽略了函数值的不一致性，得错解(D).

【正解】 由上分析(C)为正确的选择支.

【说明】 两个函数表示同一个函数必须符合以下两方面：(1) 这两个函数的自变量的取值范围必须是相同；(2) 对自变量取任意一个确定的值，其函数值必须相等.

例 1-28 函数 $y=\frac{k}{x}$ 和 $y=kx-k$ 在同一坐标中的图象大致是 ……………… ( )



(A) (B) (C) (D)

(山西)

【错解】 (B)或(D).

【分析】 由于对常数 k 的几何意义不熟悉，得错解(B)，或(D).

【正解】 当 $k>0$ 时，$-k<0$，直线 $y=kx-k$ 应经过一、三、四象限，双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 应过一、三象限，因此(C)与(B)均为错解；当 $k<0$ 时，$-k>0$，直线 $y=kx-k$ 应过一、二、四象限，双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 应过二、四象限，故(D)为错解. 应选(A).

【说明】 类似本题的题目，一般都用"筛选法"求解，即排除三个迷惑支，留下的为正确的选择支.

例 1-29 如果 $k<0$，那么下列说法中正确的是 ……………………………… ( )

(A) 函数 $y=kx$ 中，y 随着 x 的增大而增大；

(B) 函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象的两个分支分别位于第一、三象限；

(C) 抛物线 $y=(x+k)^2$ 的对称轴是直线 $x=k$；

(D) 直线 $y=kx+k$ 经过第二、三、四象限.

(上海)

【错解】 (A).

【分析】 个别考生把反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的性质混淆为 $y=kx$ 的性质，得错解(A).

【正解】 由于 $k<0$，所以 $y=kx+k$ 不经过第一象限，故选(D).

例 1-30 二次函数 $y=ax^2+bx+c$，若它的图象经过点 $(1,-8)$，$(0,-7)$，且对称轴为 $x=\frac{1}{3}$，则 ……………………………………………………………… ( )

(A) $a=1$、$b=2$、$c=-7$； (B) $a=\frac{1}{2}$、$b=-2$、$c=7$；

(C) $a=-3$、$b=2$、$c=-7$； (D) $a=-3$、$b=2$、$c=7$.

（陕西）

【繁解】 由于二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过 $(1,8)$，$(0,-7)$ 且对称轴方程为 $x=\frac{1}{3}$，得三元一次方程组 $\begin{cases}-8=a+b+c\\-7=c\\-\frac{b}{2a}=\frac{1}{3}\end{cases}$，解三元一次方程组得 $a=-3$、$b=2$、$c=-7$. 故选(C).

【正解】 由于抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过 $(0,-7)$ 点，则 $c=-7$，由此得(B)、(D)为迷惑支；又抛物线对称轴为 $x=\frac{1}{3}$，显然(A)为迷惑支。故正解为(C).

【说明】 利用“特殊值法”和“筛选法”结合起来解选择题，不必经过繁琐的运算即可排除迷惑支，而得到正确的选择支，在解选择题中这是常用的有效方法之一.

例 1-31 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位，得到函数解析式 $y=x^2-2x+1$，则 b 和 c 分别等于……………………………………（ ）

(A) 6、4； (B) -8、14； (C) -6、6； (D) -8、-14.

（河北）

【错解】 (A).

【分析】 由于对二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 表示的抛物线在平移过程中 m、k 的变化规律没有掌握好，导致错解.

【正解】 因为二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位，得到函数 $y=x^2-2x+1$ 的图象，因此将两次函数 $y=x^2-2x+1$ 的图象向下平移 3 个单位，再向右平移 2 个单位，即得二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象. $y=x^2-2x+1$ 的顶点为 $(1,0)$，$y=x^2+bx+c$ 顶点则为 $(3,-3)$，所以 $y=x^2+bx+c$ 的解析式应是 $y=(x-3)^2-3$. 应选(C).

【说明】 抛物线平移过程中关键是顶点的变化，经常通过对平移前后顶点的变化规律的讨论可得到其解析式的相应变化.

例 1-32 三角形面积为 12cm^2，把它的底 y cm 表示成底边上高 x cm 的函数，那么这个函数图象位于 ……………………………………………………………………（ ）

(A) 第一、三象限； (B) 第二、四象限； (C) 第一象限； (D) 第四象限.

（黑龙江）

【错解】 (A).

【分析】 有的考生由定义得到函数解析式 $y=\frac{24}{x}$ 后，忽略了这是个实际问题，除应考虑 $k=24>0$ 外，还必须自变量 $x>0$.

【正解】 由上面分析可知，正解应为(C).

【说明】 求函数解析式的实际问题或作实际问题函数式的对应图象时，应充分注意使问题有意义的自变量在允许取值范围.

例 1-33 要了解某市初中毕业会考的数学成绩情况，从中抽查 1000 名学生的数学考试成绩，样本是指……………………………………………………………………（ ）

(A) 某市所有参加毕业会考的学生；

(B) 某市所有参加毕业会考的学生的数学考试成绩；

(C) 被抽查的 1000 名学生；

(D) 被抽查的 1000 名学生的数学成绩.

（广东）

【错解】 (C).

【分析】 部分考生没有明确了解对象而选择了(C).

【正解】 由于个体是某市每一位毕业生的数学考试成绩，即对象是试卷成绩，因此正解为(D).

例 1-34 如果给数组中每个数都减去同一个非零常数，则数组的 ………………（　　）

(A) 平均数改变、方差不变；　　(B) 平均数改变、方差改变；

(C) 平均数不变、方差改变；　　(D) 平均数不变、方差不变.

（呼和浩特）

【错解】 (B).

【分析】 个别考生不经慎密逻辑推理计算，盲目猜测，得错解(B).

【正解】 不妨设数组为 x_1，x_2，……，x_n，平均数$\overline{x}$，非零常数 a，$y_i = x_i - a(i = 1, 2, \cdots, n)$，其平均数为$\overline{y}$，由估计平均数的计算公式知，$\overline{y} = \overline{x} - a$，因此 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$. 所以平均数改变，而方差不变，应选(A).

例 1-35 如图 1-2，O 是直线 AB 上一点，$OC \perp OD$，以下两个结论：

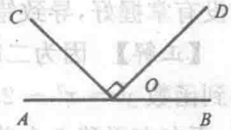


图 1-2

(1) $\angle AOC$ 与$\angle BOD$ 互为余角，$\angle AOD$ 与$\angle BOD$ 互为补角；

(2) $\angle AOC$、$\angle BOD$、$\angle COD$ 互为补角.

它们的正确与否应是：………………………………………………………………（　　）

(A) (1)、(2)都正确；　　(B) (1)正确、(2)不正确；

(C) (1)不正确、(2)正确；　　(D) (1)、(2)都不正确.

（上海）

【错解】 (A).

【分析】 由于不理解互补的概念，以为结论(2)亦正确，造成错解(A).

【正解】 由于$\angle AOB$ 为平角，$\angle COD$ 为直角，因而 $\angle AOC + \angle BOD =$ 直角，结论(1)正确，又因为互补是两个角之间的关系，结论(2)显然错误，应选(B).

例 1-36 三角形两边之长为 a、b，且 $a < b$，则三角形的周长 P 的范围是 ………（　　）

(A) $3a < P < 3b$；　　(B) $2b < P < 2(a + b)$；

(C) $2a < P < 2(a + b)$；　　(D) $2a + b < p < a + 2b$.

（徐州）

【错解】 (D).

【分析】 部分考生错误地以为 b 为最长边，a 为最短边，由此得错解(D).

【正解】 设第三边长为 x 则 $b - a < x < b + a$，所以 $a + b + b - a < P < a + b + a + b$，即正确为(B).