

夺标丛书

九年义务教育
初中版★同步



全国重点中学部分一线教师
北京海淀区重点学校
一线高级教师 编写

海淀金牌

初中一年级
代数

◆ 课内课后练习
◆ 单元章后练习
◆ 期中期末夺标试题
◆ 重点难点知识
◆ 素质教育应试教育综合
◆ 名师名校经验浓缩



金牌题

银牌题

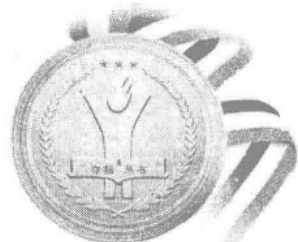
铜牌题

出版社

九年义务教育
初中版★同步

夺标丛书

- ◆全国重点中学部分一线教师
- ◆北京海淀区重点学校一线高级教师 编写



海淀金牌

初中一年级
代数

吉林教育出版社

(吉)新登字02号

《夺标丛书·海淀金牌》编委会

主 编 / 沈敬云

邓 均 (北京大学附属中学)

陈立容 (清华大学附属中学)

执行主编 / 陈 洪 陈晶茹

郭维琮 许华桂 (北京海淀区中学高级教师)

策 划 / 屈 航 杨梨桦

编 写

于继红 王丽萍 王 波 王彦红 王庭东 王 雪 孙 俭 孙 强
刘立文 刘亚芝 刘秉阁 刘 敏 刘瑞珍 李文茹 李丹妮 李 平
李世哲 李 涛 任冬艳 庄艳伟 关爱民 邬光洁 张丹萍 张亚芹
陈 珊 宋艳梅 吴桂芹 金光淑 周冬葩 周淑敏 周瑞芬 赵玉兰
赵秀华 郝光荣 姜瑞秋 徐凤文 黄潇雨 韩 双 韩英霞 韩淑清
董树勋 熊 阔 韩莹雁 白 梅 鲍 红 晔 涛 周玉玲 金维复
许 晶 郭晓燕

责任编辑 / 阙家栋

封面设计 / 版式设计 / 曲 刚

夺标丛书 海淀金牌 初中一年级代数

全国重点中学部分 一线教师

北京海淀区重点学校 一线高级教师 / 编写

责任编辑: 阙家栋

封面设计: 曲 刚

出版: 吉林教育出版社

787 × 1092 毫米 16 开本

10.5 印张 259 千字

发行: 吉林省新华书店

1998 年 5 月第 1 版

1998 年 5 月第 1 次印刷

印数: 1-15000 册 全套定价: 42.00 元 (共四册) 定价: 10.50 元

印刷: 吉林市华南彩印厂

ISBN7-5383-3333-9/G.2992

出版说明

《海淀金牌》是一套以九年义务教育教学大纲为标准,紧密配合九年义务教育新教材,帮助中学生全面更好地掌握初中各主要学科课程的一套实用性、权威性的辅导读物。

《海淀金牌》以提高学生文化素质、测试学生综合能力为基础,找到素质教育与应试教育的契合点,使学生得到全面发展。

本套丛书由全国重点中学部分一线优秀教师和北京海淀区重点中学的部分一线优秀教师编写。全套书注重学生学习方法的指导,注重基础知识。

《海淀金牌》在内容上把课(单元、章)进行科学条块的划分。综述指明每课学习中心;通过重点、难点、典型例题分析指明思路,做到一节一过关,一章一验收;期中、期末模拟试题配合夺标试题全面训练,使学生所学知识系统完整。

《海淀金牌》本着突出重点、减轻学生负担的原则,在练习和测试结合的基础上,通过金牌题、银牌题、铜牌题等全方位题型,做到分级训练,加深理解消化知识点,紧扣重点和难点,以达到夺标取胜的目的。

希望通过本套书的出版,能使中学生在学习与训练过程中得到最有效地帮助。

编者

1998年5月

目 录

第一册(上)

第一章 代数初步知识	(1)
1.1 代数式	(1)
1.2 列代数式	(3)
1.3 代数式的值	(4)
1.4 公式	(6)
1.5 简易方程	(7)
章后练习题	(9)
第二章 有理数	(11)
一、有理数的意义	(11)
2.1 正数与负数	(11)
2.2 数轴	(13)
2.3 相反数	(15)
2.4 绝对值	(17)
单元练习题	(18)
二、有理数的运算	(20)
2.5 有理数的加法	(21)
2.6 有理数的减法	(23)
2.7 有理数的加减混合运算	(25)
2.8 有理数的乘法	(27)
2.9 有理数的除法	(29)
2.10 有理数的乘方	(31)
2.11 有理数的混合运算	(33)
2.12 近似数与有效数字	(35)
2.13 平方表与立方表	(37)
单元练习题	(38)
章后练习题	(40)
期中测试题(I)	(41)
第三章 整式的加减	(43)
3.1 整式	(43)
3.2 同类项	(45)
3.3 去括号与添括号	(48)
3.4 整式的加减	(49)
章后练习题	(51)
第四章 一元一次方程	(54)
一、等式和方程	(54)
4.1 等式和它的性质	(54)
4.2 方程和它的解	(56)
单元练习题	(58)
二、一元一次方程的解法和应用	(59)

4.3 一元一次方程和它的解法	(60)
4.4 一元一次方程的应用	(65)
单元练习题	(71)
章后练习题	(73)
期末测试题(I)	(76)
夺标题(I)	(77)

第一册(下)

第五章 二元一次方程组	(84)
5.1 二元一次方程组	(84)
5.2 用代入法解二元一次方程组	(86)
5.3 用加减法解二元一次方程组	(87)
5.4 三元一次方程组的解法举例	(89)
5.5 一次方程组的应用	(91)
章后练习题	(94)
第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组	(97)
6.1 不等式和它的基本性质	(97)
6.2 不等式的解集	(99)
6.3 一元一次不等式和它的解法	(100)
6.4 一元一次不等式组和它的解法	(102)
章后练习题	(104)
期中测试题(II)	(106)
第七章 整式的乘除	(108)
一、整式的乘法	(108)
7.1 同底数幂的乘法	(108)
7.2 幂的乘方与积的乘方	(110)
7.3 单项式的乘法	(112)
7.4 单项式与多项式相乘	(114)
7.5 多项式的乘法	(116)
单元练习题	(117)
二、乘法公式	(119)
7.6 平方差公式	(119)
7.7 完全平方公式	(121)
7.8 立方和与立方差公式	(123)
单元练习题	(125)

三、整式的除法	(126)
7.9 同底数幂的除法	(126)
7.10 单项式除以单项式	(128)
7.11 多项式除以单项式	(130)
7.12 多项式除以多项式	(131)

单元练习题	(132)
章后练习题	(133)
期末测试题(Ⅱ)	(135)
夺标题(Ⅱ)	(137)
参考答案	(147)

第一册(上)第一章代数初步知识

基础知识综述

本单元是复习归纳小学数学又衔接中学数学的一章. 它从小学已接触过的用字母表示数的知识入手, 通过具体实例引入代数式, 并进一步用代数式表示常见的一些数量关系, 以及求代数式的值, 最后通过公式和简易方程学习代数式的初步应用.

本单元的重点、难点都是列代数式, 而列代数式的实质就是将文字叙述的数量关系用字母与数学符号表示出来. 这样将会给数学运算和推理带来极大的方便, 同时有利于对数学概念与公式的理解和逻辑思维能力的培养. 因此列代数式不仅是本单元的重点, 而且在整个初中代数的学习中, 都起着非常重要的作用.

1.1 代数式

典型例题分析

铜牌题 【例 1】指出下列哪些是代数式, 哪些不是代数式?

- (1) $4a-3$; (2) $x-2=5$; (3) b ;
(4) $5a>4b$; (5) 0 ; (6) $S=\frac{1}{2}ah$.

分析: 代数式是用基本运算符号, 把数、表示数的字母连结而成的式子. 上面的(2)(4)(6)是用“=”或“>”连结的, 而“=”和“>”都不是运算符号, 故(2)(4)(6)不是代数式. 由于单独的一个数、一个字母都是代数式, 所以(1)(3)(5)是代数式.

解: 其中(1)(3)(5)是代数式, (2)(4)(6)不是代数式.

铜牌题 【例 2】说出下列各代数式的意义.

- (1) $\frac{1}{3}m+5$; (2) $\frac{1}{3}(m+5)$; (3) $(a+b)^3$; (4) a^3+b^3 .

分析: 上面的(1)与(2)、(3)与(4)在形式上都很接近, 叙述意义时往往容易混淆. 因此要注意理清运算顺序, 本着先运算的先叙述的原则来做.

解: (1) $\frac{1}{3}m+5$ 的意义是 m 的 $\frac{1}{3}$ 与 5 的和;

(2) $\frac{1}{3}(m+5)$ 的意义是 m 与 5 的和的 $\frac{1}{3}$;

(3) $(a+b)^3$ 的意义是 a 与 b 和的立方;

(4) a^3+b^3 的意义是 a 的立方与 b 的立方的和.

银牌题 【例 3】用字母将同分母分数的加法法则表示出来.

分析: 同分母的分数加法法则是: “同分母的两个分数相加分母不变, 将分子的和作为和的分子.” 在同一道题目里相同的数用同一个字母表示, 为了表示分母相同, 用同一个字母 a 表示分母(注意附上 $a \neq 0$ 的条件). 由于分子不一定相同, 故用不同的字母 b, c 表示分子.

解: $\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} (a \neq 0)$.

金牌题 【例 4】如果 n 表示任意一个整数, 利用 n 的代数式表示:

- (1)奇数; (2)偶数; (3)三个连续的整数,且 n 是中间那个数;
(4)三个连续的奇数; (5)三个连续的偶数.

分析:利用偶数可以被2整除的特点可把任意一个偶数表示出来,再运用偶数加1或减1都是奇数进而把奇数表示出来.连续奇数或连续偶数相邻两数的差是2,抓住这个特征就可以表示出任意的连续奇数或连续偶数.

- 解:(1) $2n+1$ 或 $2n-1$; (2) $2n$; (3) $n-1, n, n+1$;
(4) $2n-1, 2n+1, 2n+3$; (5) $2n-2, 2n, 2n+2$.

课后练习题

1. 填空题

- ①牌题 (1)用代数式表示比 a 小2的数是_____.
- ①牌题 (2)用代数式表示比 a 大 b 的数是_____.
- ①牌题 (3)正方形的周长是 p ,其面积是_____.
- ②牌题 (4)正方形的边长是 p ,当边长增加 a 时,它的周长是_____,面积是_____.
- ②牌题 (5)三个连续的偶数,中间一个是 $2n-2$,第一个偶数是_____,第三个偶数是_____.
- ②牌题 (6)一个三位数,百位数字是 a ,十位数字比百位数字大4,个位数字比百位数字大2,用代数式表示这个三位数是_____.
- ②牌题 (7)两个数的和是 m ,其中一个数是 $a-1$,那么另一个数的 $\frac{2}{5}$ 是_____.
- ②牌题 (8)初一2班,男生有 m 人,女生有 n 人,教师与学生人数比是2:15,那么教师人数是_____.
- ②牌题 (9)用字母 a, b 表示加法交换律是_____,表示乘法交换律_____.用字母 a, b, c 表示加法结合律是_____,表示乘法结合律是_____,表示分配律是_____.
- ③牌题 (10)若汽车制造厂以每年产量增加11%的速度发展,如果今年汽车产量是 m 辆,那么明年的产量是_____,后年的产量是_____,十年后的产量是_____.

2. 选择题

- ①牌题 (1)下列各式中,不是代数式的是: ()
- A. 0; B. $3+5=8$; C. π ; D. $\frac{a+b}{2}$.
- ①牌题 (2)下列各式中,是代数式的是: ()
- A. $S=\frac{1}{2}ah$; B. $x+2=0$; C. $C=2\pi R$; D. $\frac{1}{x}$.
- ①牌题 (3)代数式 $a+\frac{c}{b}$ 的意义是: ()
- A. a 与 c 除 b 的和; B. a 与 b, c 的商的和;
C. a 与 c 除以 b 的商的和; D. a 与 c 的和除以 b 的商.
- ②牌题 (4)下列各组中,两个代数式的意义相同的是: ()

A. $a-b+c$ 与 $a+c-b$;

B. $ab-1$ 与 $a(b-1)$;

C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 与 $\frac{1}{a+b}$;

D. $\frac{a+1}{3}$ 与 $a + \frac{1}{3}$.

(银)牌题 (5)下列式子中,符合代数式的书写格式的是:

()

A. $ab \div c$;

B. $xy \cdot 3$;

C. $5\frac{1}{2}a^2b$;

D. $\frac{n}{m}$.

(铜)牌题 3. 说出下列各代数式的意义.

(1) $\frac{x}{3} - 5y$;

(2) $\frac{1}{3}(x-y)$;

(3) $(5a-3b)^3$;

(4) $(5a)^3 - (3b)^3$;

(5) $(x+a)(x-a)$.

1.2 列代数式

典型例题分析

(铜)牌题 【例1】用代数式表示:

(1)比 x 大 2 的数的 15%;

(2) a 与 b 的差的平方;

(3)比 a 除以 b 的商的 5 倍小 2 的数.

分析:用代数式表示就是把文字语句“翻译”成式子语句,要先读的先写,适当的添加括号.

解: (1) $\frac{15}{100}(x+2)$; (2) $(a-b)^2$; (3) $5(\frac{a}{b}) - 2$.

(银)牌题 【例2】用代数式表示被 5 除商 n 余 4 的数.

分析:此题已知除数是 5,商是 n ,余数为 4,要求用代数式表示被除数,根据被除数等于除数乘以商加余数,就可以用代数式写出被除数.

解: $5n+4$

(金)牌题 【例3】有浓度为 p 的盐水 a kg,现加水 b kg,写出表示加水以后盐水浓度的代数式.

分析:在浓度配比问题中有下列数量关系: 浓度 = (盐水中的纯盐 / 盐水的重量).

加水以前盐水中的纯盐与加水以后盐水中的纯盐是相等的,由上式可知加水以后的纯盐是 ap kg,加水以后的盐水重量是 $(a+b)$ kg,则加水后的浓度可表示出来.

解: $\frac{ap}{a+b}$.

课后练习题

1. 设甲数为 x ,乙数为 y ,用代数式表示.

(铜)牌题 (1)甲数的平方与乙数的和的 $\frac{2}{5}$.

(铜)牌题 (2)乙数与甲数的和的倒数.

(铜)牌题 (3)甲数的倒数与乙数的 3 倍的和.

(银)牌题 (4)甲数的 2 倍与乙数的 $\frac{1}{3}$ 的和的平方,减去甲、乙两数乘积的 3 倍.

2. 用代数式表示

(铜)牌题 (1)比 a 大 5 的数.

③牌题 (2)比 b 的 $\frac{1}{2}$ 小3的数.

③牌题 (3)比 x 的一半大10%的数.

③牌题 (4) m 的倒数的3倍.

②牌题 (5)比 a 与 b 的积小5%的数.

②牌题 (6) x 的10%与 y 的一半的差.

3. 用代数式表示

③牌题 (1)铅笔每支0.12元,笔记本每本0.45元,小明拿10元钱买 m 支铅笔, n 个笔记本,应找回几元?

③牌题 (2)今年妈妈的年龄是小山的5倍,爸爸比小山大30岁,若小山今年 a 岁,全家岁数和是多少?

③牌题 (3)如果一个正方形的周长是 $3a$,与它周长相等的一个长方形的宽是 b ,那么它的长是多少?

③牌题 (4) a, b, c, d 这四个数的平均数.

②牌题 (5)存煤 m 吨,原计划每天烧煤 n 吨,如果每天节煤 a 吨,问可以比原计划多烧几天?

②牌题 (6)当 n 是整数时,表示出相邻两数的差是5的四个连续整数.

②牌题 (7)边长为 $2a$ 的正方形的面积比半径为 a 的圆面积大多少?

④牌题 (8)浓度是5%的盐水10千克,加进15千克水后盐水的浓度是多少?

1.3 代数式的值

典型例题分析

②牌题 【例1】当 $x=\frac{1}{3}, y=\frac{1}{2}$ 时,求代数式 $3x^2-2xy+y^2$ 的值.

分析:代数式的值是由这一代数式中字母在允许范围内所取的值而确定的,它随字母所取值的不同而变化.因此,代入前须写出“当……时”的字样,以示所求代数式的值是在什么条件下求得的.若未知数的值是分数,代替乘方中的字母时,分数要加小括号.

解:当 $x=\frac{1}{3}, y=\frac{1}{2}$ 时,

$$3x^2-2xy+y^2=3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2-2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=3\times\frac{1}{9}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}.$$

④牌题 【例2】已知 $\frac{a-b}{a+b}=2$,求 $\frac{2(a-b)}{a+b}-\frac{a+b}{3(a-b)}$ 的值.

分析:直接求出 a, b 的值代入是不可能的,巧用 $\frac{a+b}{a-b}$ 与 $\frac{a-b}{a+b}$ 之间的倒数关系,整体代入,则问题便迎刃而解了.

解: $\because \frac{a-b}{a+b}=2, \therefore \frac{a+b}{a-b}=\frac{1}{2},$

$$\frac{2(a-b)}{a+b}-\frac{a+b}{3(a-b)}=2\times 2-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=4-\frac{1}{6}=3\frac{5}{6}.$$

课后练习题

铜牌题 1. 填表

x	0	1	$1\frac{2}{3}$	2	2.5
$\frac{1}{3}x$					
$\frac{1}{2}x+1$					
$(x+1)(x+2)$					
x^2+3x+1					

2. 判断题(对的画“√”,错的画“×”)

- 铜牌题 (1) 一个含有字母的代数式, 只代表一个值. ()
- 铜牌题 (2) 当 $a=1, b=0$ 时, $3a-2b=31-20=11$. ()
- 银牌题 (3) 每一个代数式里的字母都可以取任何不同的数值. ()
- 银牌题 (4) 当 $x=\frac{2}{3}$ 时, 代数式 $\frac{1+x}{1-x^3}$ 的值是 $\frac{45}{19}$. ()

3. 填空题

- 铜牌题 (1) 当 $a=2, b=1$ 时, 代数式 $2a+b+3$ 的值是_____.
- 铜牌题 (2) 当 $x=1, y=3$ 时, 代数式 $7x-2y+5$ 的值是_____.
- 铜牌题 (3) 当 $a=\frac{1}{2}, b=\frac{1}{8}$ 时, 代数式 $\frac{1}{2}a-2b$ 的值是_____.
- 铜牌题 (4) 当 $a=\frac{1}{3}$ 时, 代数式 $a^2+3a-\frac{1}{9}$ 的值是_____.
- 银牌题 (5) 代数式 $\frac{5a-1}{3a+2}$, 当 $a=$ _____时, 代数式的值是 0.
- 银牌题 (6) 当 $m=$ _____时, 代数式 $\frac{3m+8}{2m-1}$ 无意义.
- 银牌题 (7) 代数式 $(a+b)^2+3$ 的最小值是_____.
- 银牌题 (8) 代数式 $11-(m+n)^2$ 的最大值是_____.
- 银牌题 (9) 代数式 m^2+2 的最小值是_____.
- 金牌题 (10) 代数式 $(m^2+2)^2$ 的最小值是_____.
- 银牌题 4. 当 $a=3, b=2$ 或 $a=\frac{1}{2}, b=\frac{1}{5}$ 时, 求下列各代数式的值.
 (1) $(a+b)^2$; (2) $a^2+2ab+b^2$; (3) 观察(1)、(2)两个代数式的值, 它们有何关系?
 你可以任意再选几个 a, b 的值加以试验.
- 银牌题 5. 已知 $x+y=5, xy=8$, 求 $xy-x-y$ 的值.
- 银牌题 6. 已知 $a^2+2a=3$, 求代数式 $5(a^2+2a)^3-2(a^2+2a)-7$ 的值.
- 金牌题 7. 已知 $x+2y=2$, 求 $3x+6y-5$ 的值.

1.4 公 式

典型例题分析

⑦牌题 【例1】梯形的上底 $a=1.4\text{m}$, 下底 $b=2.8\text{m}$, 高 $h=1.5\text{m}$, 利用梯形面积公式求这个梯形的面积 S .

$$\text{解: } S = \frac{1}{2}(a+b)h = \frac{1}{2}(1.4+2.8) \times 1.5 = \frac{1}{2} \times 4.2 \times 1.5 = 3.15(\text{m}^2)$$

答: 所求梯形的面积是 3.15m^2 .

⑧牌题 【例2】由 $\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{2}, \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}, \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}, \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}, \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \dots$

你能总结出 $\frac{1}{n(n+1)} = ?$ (n 表示自然数) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = ?$ 并求当 $n=200$ 时上式的值.

分析: 由上面的几个式子可以得到:

$$\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \text{由此可推得 } \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \text{ 再利用这$$

个结论去计算 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ 即可.

$$\text{解: 由上面几个式子可总结出 } \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}.$$

当 $n=200$ 时

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{200 \times 201}$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200} - \frac{1}{201} = 1 - \frac{1}{201} = \frac{200}{201}.$$

课后练习题

⑦牌题 1. 填空题

(1) 边长为 a 的正方形的面积公式 $S = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 底为 a , 高为 h 的三角形的面积公式 $S = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 长为 a , 宽为 b 的长方形的面积公式 $S = \underline{\hspace{2cm}}$.

(4) 长为 a , 宽为 b , 高为 c 的长方体的体积公式 $V = \underline{\hspace{2cm}}$.

(5) 底面半径为 r , 高为 h 的圆柱体的体积公式 $V = \underline{\hspace{2cm}}$.

(6) 如果正方形的周长是 C , 那么它的边长 $a = \underline{\hspace{2cm}}$; 面积 $S = \underline{\hspace{2cm}}$; 当 $C = 28\text{cm}$ 时, $a = \underline{\hspace{2cm}}$; $S = \underline{\hspace{2cm}}$.

(7) 如果三角形的面积是 S , 底是 a , 那么它的高 $h = \underline{\hspace{2cm}}$; 当 $S = 20\text{m}$, $a = 8\text{m}$ 时, $h = \underline{\hspace{2cm}}$.

(8) 如果梯形两底之和是 m , 高是 h , 那么它的面积 $S = \underline{\hspace{2cm}}$; 当 $m = 6.2\text{cm}$, $h = 1.5\text{cm}$ 时, $S = \underline{\hspace{2cm}}$.

(9) 如果正方体的体积是 $V = a^3$, 那么它的棱长是 $\underline{\hspace{2cm}}$; 它的表面积 $S_{\text{表}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

_____ ; 当 $a=1.2\text{m}$ 时, $S_{\text{表}}=$ _____ ; $V=$ _____ .

(银)牌题 2. 一辆汽车从 A 地出发, 行驶了 s_0 米之后, 又以 v 米/秒的速度行驶了 t 秒, 这辆汽车所行驶的全部路程 s 是多少? 设 $s_0=1000$ 米, $v=25$ 米/秒, $t=50$ 秒, 求 s .

(金)牌题 3. 计算 $\frac{1}{11 \times 12} + \frac{1}{12 \times 13} + \frac{1}{13 \times 14} + \cdots + \frac{1}{49 \times 50}$

(金)牌题 4. 10 个同学碰到一起彼此都互相握手问候, 一共握了多少次? 如果是 11 个同学呢? 如果是 12 个同学呢? 如果是 n 个同学一共握手多少次?

1.5 简易方程

典型例题分析

(银)牌题 【例 1】解下列方程.

$$(1) \frac{1}{3}x - 2 = 5 - \frac{1}{4}x; \quad (2) 2x - 3 = \frac{1}{5}x - 0.4.$$

解: (1) 方程两边都加上 $\frac{1}{4}x$, 得 $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x - 2 = 5 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}x$ $\frac{7}{12}x - 2 = 5$

方程两边都加上 2, 得 $\frac{7}{12}x - 2 + 2 = 5 + 2$ $\frac{7}{12}x = 7$

方程两边同时乘以 $\frac{12}{7}$, 得 $x = 12$

(2) 方程两边都减去 $\frac{1}{5}x$, 再加上 3, 得 $2x - \frac{1}{5}x = 3 - 0.4$ $\frac{9}{5}x = \frac{13}{5}$

方程两边都乘以 $\frac{5}{9}$, 得 $x = \frac{13}{9}$

(银)牌题 【例 2】甲、乙两人在 800 米环形跑道上练习长跑, 同时从同一起点出发, 甲的速度是每秒 6 米, 乙的速度是每秒 4 米, 乙跑几圈后, 甲可以超过乙一圈?

分析: 这是路程问题应用题, 基本等量关系是: 路程 = 时间 $\times$ 速度, 而跑道的长度, 甲、乙两人的速度都是已知的, 时间和圈数都是未知的, 因此有两种设未知数的方法.

解法一(设直接未知数): 设乙跑 x 圈后甲可以超过乙一圈, 根据题意得:

$$\frac{800x}{4} = \frac{800(x+1)}{6} \quad (\text{时间相等}) \quad \text{解这个方程得, } x=2.$$

解法二(设间接未知数): 设经过 x 秒后甲可以超过乙一圈, 根据题意得: $6x - 4x = 800$

$$\text{解得 } x=400 \quad \therefore \frac{400 \times 4}{800} = 2.$$

答: 乙跑 2 圈后, 甲可以超过乙一圈.

(金)牌题 【例 3】一个尾数为 3 的三位数, 若把尾数移到首位, 则这个新数是原数的 3 倍多 1, 求原数.

分析: 由于原三位数的个位数字为 3, 因此可设原三位数的前两位数为 x , 则这个三位数可表示为 $10x+3$, 若把 3 由个位移到百位, 则新三位数可表示为 $3 \times 100 + x$, 再利用条件新数是原数的 3 倍多 1, 可列出方程.

解: 设原三位数的前两位数为 x , 根据题意得:

$$3 \times 100 + x = 3(10x + 3) + 1 \quad 300 + x = 30x + 9 + 1 \quad 30x + 10 = x + 300$$

$$29x = 290 \quad x = 10 \quad 10x + 3 = 10 \times 10 + 3 = 103$$

答: 原三位数为 103.

课后练习题

铜牌题 1. 选择题

(1) 方程 $\frac{1}{4}x=3$ 的解是: ()

A. $\frac{3}{4}$; B. $\frac{1}{12}$; C. 12; D. 3.

(2) 方程 $\frac{1}{2}y-1=\frac{1}{3}y$ 的解是: ()

A. 6; B. 1; C. $\frac{6}{5}$; D. $\frac{1}{5}$.

(3) 方程 $\frac{1}{7}(3x-5)=1$ 的解是: ()

A. 2; B. $\frac{7}{3}$; C. $\frac{8}{3}$; D. 4.

(4) 方程 $\frac{1}{0.3}x-1\frac{1}{5}=0$ 的解是: ()

A. 36; B. 3.6; C. 0.36; D. 以上都不是.

(5) 下列方程中, 解是 4 的方程是: ()

A. $2x+5=10$; B. $\frac{1}{2}x+3=5$; C. $3x-8=0$; D. $2(x-1)=8$.

(6) 方程 $3x+2=8$ 的解是: ()

A. 1; B. 2; C. 3; D. 4.

铜牌题 2. 解下列方程

(1) $3+x=5$; (2) $5x=45$; (3) $x-10=21$; (4) $\frac{x}{7}=2$; (5) $x+8=23$; (6) $5x+8=18$;

(7) $15=2x+3$; (8) $6x-11=13$; (9) $7=7x-4$; (10) $0.2x-1=11$.

银牌题 3. 解下列方程

(1) $2x-3=x$; (2) $0.15x-0.02=0.28$; (3) $3x=2x+\frac{1}{2}$; (4) $\frac{x}{2}+1=2x-1$;

(5) $\frac{1}{2}=5(x-1)$; (6) $x-2=\frac{1}{3}x+1$.

银牌题 4. 用方程表示下列数量关系

(1) x 的 $\frac{3}{5}$ 减去 11 等于 x 与 5 的和; (2) x 与 $3x$ 的和是 x 与 6 的差的 2 倍;

(3) x 与 y 的差的 $\frac{1}{3}$ 是 x 减 y 的差的 $\frac{5}{6}$; (4) x 的 $\frac{7}{5}$ 与 y 的差的平方等于 100.

铜牌题 5. 列出方程(不解方程)

(1) 某数的 $\frac{1}{2}$ 比 15 多 3, 求某数;

(2) 大、小两数, 和为 25, 差为 15, 求两数;

(3) 两个车队各有汽车 80 辆和 48 辆, 欲使两个车队的车辆相同, 应从车多的队调多少辆车给车少的队?

铜牌题 6. 列方程解应用题

(1) 将 4 米长的木条锯成两段, 使长的一段比短的一段长 58 厘米, 问短的一段多少厘米?

(2) 甲从 A 地, 乙从 B 地同时相向而行, 甲的速度为 10 千米/时, 乙的速度为 8 千米/时, 已知 A、B 两地距离 45 千米, 多少小时后甲、乙两人相遇?

银牌题 7. 列方程解应用题

(1) 甲步行 10 分钟后, 乙骑自行车沿同一路线追赶甲, 已知甲步行的速度为每分钟 80 米, 乙骑自行车行进 1200 米追上甲, 问乙用几分钟追上甲? 乙骑自行车的速度是多少?

(2) 有一个两位数, 十位数字是 4, 现在交换十位数字与个位数字, 所得的数比原来的数小 18, 求这个两位数?

金牌题 8. 列方程解应用题

(1) 某种商品, 按买进价格加上进价的 20% 作为零售价, 批发价比零售价少 3 元, 并且批发所得利润是买进价的 5%, 求买进价格?

(2) 甲、乙两人同时同地沿 300 米环形跑道同向而行, 甲每秒跑 8 米, 乙每秒跑 6 米, 问多长时间后甲、乙两人第一次相遇?

章后练习题

铜牌题 1. 判断题(对的画“√”, 错的画“×”)

- (1) 单独一个数 3 是代数式. ()
(2) 字母 m 只能表示一个数, 不能表示一个代数式. ()
(3) 含有字母的式子就叫做代数式. ()
(4) 当 $x=3, y=4$ 时, $7x-5y=73-54=19$. ()
(5) x 与 y 的商的平方, 可用代数式表示为 $\frac{x^2}{y}$. ()

2. 填空题

铜牌题 (1) x 的一半与 y 的 2 倍的和为_____.

铜牌题 (2) m 与 n 的和的 $2\frac{1}{3}$ 倍是_____.

铜牌题 (3) 小明走了 s 千米用了 t 小时, 那么小明的速度是_____千米/时, 如果小明用了 $(t-3)$ 小时, 他的速度是_____千米/时, 后来的速度比原来的速度快了_____.

铜牌题 (4) 产量由 a 千克增加了 20%, 就达到_____千克.

铜牌题 (5) 10 年前, 哥哥比弟弟大 3 岁, 弟弟是 m 岁, 10 年后, 哥哥是_____岁.

银牌题 (6) 长是 m 、宽是 n 的矩形的周长是_____, 矩形的面积是_____, 当长增加 a , 宽增加 b 时, 矩形的周长是_____, 增长了_____, 面积是_____, 增加了_____.

银牌题 (7) 一个三位数, 百位上数字是 a , 十位上数字是 b , 个位数字是 a 与 b 的积, 写出这个三位数是_____.

银牌题 (8) 圆柱形的底面半径是 r , 高是 a , 它的体积是_____.

银牌题 (9) $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, 这 n 个数的平均数是_____.

银牌题 (10) 梯形的上、下底和的 $\frac{1}{4}$ 为 m , 高为 h , 则该梯形的面积为_____.

3. 选择题

铜牌题 (1) 若代数式 $\frac{x-7}{3}$ 与 1 的差为 0, 那么一定有: ()

A. $x=8$; B. $x=9$; C. $x=10$; D. $x=11$.

铜牌题 (2) 一个数被 5 除商 m 余 4, 则该数可表示为: ()

- A. $5m-4$; B. $5(m+4)$; C. $5m+4$; D. 以上答案均不对.

④牌题 (3)下列方程中,解为4的是: ()

- A. $2x+5=10$; B. $3x-8=0$; C. $\frac{1}{2}x+3=5$; D. $2(x-1)=8$.

⑤牌题 (4) a 是三位数, b 是一位数,如果把 b 放在 a 的左边,那么所成的四位数应表示为: ()

- A. ba ; B. $10b+a$; C. $100b+a$; D. $1000b+a$.

⑥牌题 (5)下列叙述中不是代数式的是: ()

- A. 两个代数式的和; B. 两个代数式的差;
C. 两个代数式的积; D. 两个代数式的差为零.

⑦牌题 (6)某人以每小时3千米的速度登山,下山时以每小时6千米的速度返回原地,则其来回的平均速度为: ()

- A. 4千米/时; B. 4.5千米/时; C. 5千米/时; D. 5.5千米/时.

⑧牌题 4. 列代数式

(1) a 的 $\frac{1}{2}$ 与 b 的3倍的和的平方的倒数.

(2)连续三个奇数,第一个最小的奇数是 m ,把第二个奇数,第三个奇数表示出来,再把它们的平方和表示出来.

(3)一个长方体的体积是 V ,它的高是 h ,它的宽是 a ,它的下底面的周长是什么?

(4) A 、 B 两地相距 m 千米,甲每小时走 a 千米,乙每小时比甲多走 b 千米,问乙从 A 到 B 需走多少分钟?

5. 求代数式的值

⑨牌题 (1)当 $x=\frac{1}{3}$, $y=\frac{2}{3}$ 时求代数式的值. ① $9x^2-\frac{3}{2}y$; ② $27x^2-\frac{9}{2}y^2$.

⑩牌题 (2)当 $x=3$, $y=5$ 时,求 $(x+y)^2+x^2y^2$ 的值.

⑪牌题 (3)当 $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{3}$, $c=\frac{1}{4}$ 时,求 a^2+b^2+bc 的值.

⑫牌题 (4)当 $m=3$, $m+n=5$ 时,求 $\frac{m}{3}+\frac{n}{2}$ 的值.

⑬牌题 (5)若 $\frac{x-y}{x+y}=5$,求 $\frac{x-y}{2x+2y}+\frac{5x+5y}{3x-3y}$ 的值.

⑭牌题 6. 解下列方程

- (1) $\frac{2}{5}x=4$; (2) $3x+1=13$; (3) $\frac{1}{2}x+5=7$; (4) $\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

7. 列方程解应用题

⑮牌题 (1)挖一长为1100米的沟,由甲、乙两队从沟两端同时施工,5天挖完,若甲队每天挖130米,问乙队每天挖多少米?

⑯牌题 (2)一辆摩托车以每小时120千米的速度去追赶在它前面2千米的货车,若货车的速度是80千米/时,并且方向与摩托车相同,问经过多少时间摩托车可以追上货车?

⑰牌题 (3)一杯50千克的盐水,浓度是20%,要把它变成浓度为30%的盐水,需要加入多少千克盐?

第二章 有理数

一、有理数的意义

基础知识综述

有理数的意义包括以下几点:(1)正数与负数;(2)数轴;(3)相反数;(4)绝对值.

首先通过具体例子引入正数和负数,从而把算术数扩充到有理数,然后借助数轴,运用“形”来研究数,进而引入相反数、绝对值等重要概念,为下面研究有理数的运算和今后的代数学习做好准备.

从算术数扩展到有理数,从确定的数发展到用字母表示数,这是数学发展史上的一个里程碑.

本单元的重点是掌握有理数,特别是负数和绝对值的意义,会比较有理数的大小;难点是理解负数及绝对值的意义;解决难点的关键是充分利用数轴的直观性,建立起数形结合的观点,将有理数与数轴上的点联系起来,从而把互为相反数、绝对值、有理数大小的比较等直观化.

2.1 正数与负数

典型例题分析

【铜牌题】例1 填空题.

(1)如果零上8度记作 8°C ,那么零下2度记作_____.

(2)如果把上升6m记作6m,那么-3m表示_____.

(3)比海平面高200m的地方,它的高度记作海拔_____;比海平面低50m的地方,它的高度记作海拔_____.

(4)亏损5万元表示成-5万元,那么+7万元表示_____.

分析:对于两个具有相反意义的量,把一种意义规定为正,则相反意义的量为负,把哪一种意义规定为正,带有任意性.不过习惯上把上升、运进、增加、收入、零上等规定为正,把它们的相反意义规定为负.

解:(1) -2°C ;(2)下降3m;(3) $+200\text{m}$, -50m ;(4)盈利7万元.

【铜牌题】例2 把下列各数分别填入相应集合的大括号里.

$-15.5, 4.78, 73, 0, -121, -8.13, -\frac{1}{5}, +1\frac{3}{7}, -12\frac{2}{3}$.

正数集合: { _____ }; 负数集合: { _____ }.

整数集合: { _____ }; 负分数集合: { _____ }.

分析:集合中不仅有我们填入的数,还有很多数,所以要在填完了相应的数以后再写上“...”,表示集合里还有很多数.

解:正数集合: $\{4.78, 73, +1\frac{3}{7}, \dots\}$;

负数集合: $\{-15.5, -121, -8.13, -\frac{1}{5}, -12\frac{2}{3}, \dots\}$;