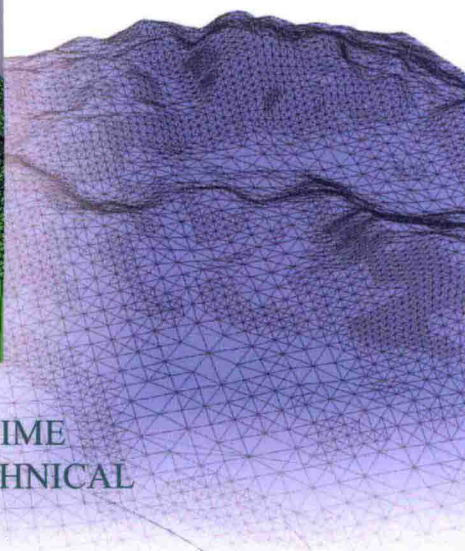
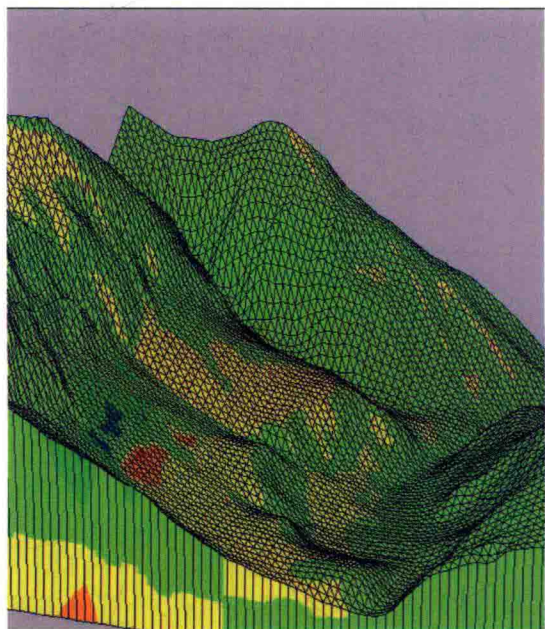




THREE DIMENSIONAL SPACE-TIME
ANALYSIS THEORY IN GEOTECHNICAL
EARTHQUAKE ENGINEERING

岩土地震工程 三维时空分析理论

杨长卫 张建经 著
杨国涛 马洪生



科学出版社

岩土地震工程 三维时空分析理论

杨长卫 张建经

著

杨国涛 马洪生

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书针对现有岩土地震工程分析理论不能够系统考虑地震动的幅值、频率以及持时这一根本性缺陷,总结和分析了地震的成因、传播规律以及地震动信号的分析处理技术等。在此基础上,以汶川地震为大背景,以现场调查、地震台阵实测数据、振动台试验、数值分析及理论分析为手段,借助波动理论和 Hilbert-Huang 变换技术,从幅值-频率-时间三维时空的角度系统研究了地震作用下岩质边坡的动力特性、滑坡的成灾机理及支挡结构地震稳定性等内容。最后,还将三维时空分析理论推广到水平成层场地地震动响应方面的研究。

本书可供从事岩土地震工程设计、研究的人员参考使用,也可供高等院校相关专业的师生学习和参考。

图书在版编目(CIP)数据

岩土地震工程三维时空分析理论/杨长卫等著. —北京:科学出版社, 2015
ISBN 978-7-03-043934-5

I. ①岩… II. ①杨… III. ①岩土工程—工程地震—研究 IV. ①TU4
②P315.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 056375 号

责任编辑: 王 钰 / 责任校对: 王万红
责任印制: 吕春珉 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京京华虎彩印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 11 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2015 年 11 月第一次印刷 印张: 18 1/4

字数: 355 000

定价: 90.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈京华虎彩〉)

销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62135235 (VP04)

版权所有, 侵权必究

举报电话: 010-64030229; 010-64034315; 13501151303

前 言

岩土地震工程学是一门研究与岩土工程有关的地震工程问题的学科,是一门地震工程学与岩土工程学的交叉学科,直至 20 世纪 60 年代才逐渐形成一个完整的体系。随着地震动信号分析理论的发展,该学科的发展也经历了从时域分析理论到频域分析理论的跨越。但是,时域分析理论仅能够表示时间-幅值信息,频域分析理论则仅能够表示频率-幅值方面的信息。然而,地震动是由幅值、频率和持时三要素来系统表示的,仅采用幅值或频率进行描述则不能够全面地描述地震动的特性。例如,目前我国规范中应用最多的拟静力法仅仅考虑了地震动的峰值,而没有考虑持时和频率的影响,这就会影响整个边坡稳定性的判识、挡墙抗震设计等方面的精确性,甚至会造成误判。本书将针对上述问题,借助波动理论和新型信号分析技术 Hilbert-Huang 变换,从岩质高陡边坡的动力特性、成灾机理、稳定性判识和刚性挡土墙、加筋土挡墙的动力特性和抗震设计方法以及水平成层场地的地震动特性等方面开展了研究,结合本人多年的研究成果,初步提出岩土地震工程三维时空分析理论,冀望能够为我国岩土地震工程分析提供一条新的思路。

本书的内容大致可以分为六个部分,由四位研究人员编写。其中,杨长卫撰写了 12.5 万字,张建经撰写了 8 万字,杨国涛撰写了 8 万字,马洪生撰写了 7 万字,具体内容分述如下:

第一部分介绍地震学的基础知识及地震动信号的分析处理技术,即为第一章和第二章,简要介绍了地球的内部构造、地震的成因机制、地震波的传播规律、地震波的反射和折射等内容。系统阐述了标定变换、消除趋势项、数字滤波、地震动信号时域分析、地震动信号频域分析以及 Hilbert-Huang 时频分析等多种分析技术的工作原理。

第二部分介绍岩质高陡边坡的地震动特性、滑坡成灾机理及地震稳定性分析,即为第三、四章。第三章通过地震台网监测、大型振动台试验、数值分析等手段,重点介绍了岩质高陡边坡的地震动特性;第四章介绍了岩质高陡边坡加速度高程放大效应、斜坡变形特征及成灾机理以及边坡地震稳定性分析等方面的三维时空分析理论。

第三部分介绍支挡结构地震稳定性的时频分析理论,即为第五章。该部分系统介绍了汶川地震中挡墙震害的统计分析结果,重点介绍了刚性挡墙和加筋土挡墙地震稳定性时频分析理论的推导、应用情况。

第四部分介绍场地地震动特性时频分析理论,即为第六章。该部分介绍了水

平成层场地地震动响应三维时空分析理论的推导、应用情况。

在本书撰写过程中,感谢崔鹏研究员、黄润秋教授、邓荣贵教授、姚玲侃教授等给予本书中部分研究成果的指导和评价;感谢连静女士给予了很大的帮助和支持;感谢陈志伟博士、毕俊伟博士、刘飞成博士、杜林硕士等协助本人完成书稿的整理工作。本书先后得到了国家自然科学基金(青年基金,编号:51408510)、交通运输部建设科技项目“四川藏区高海拔高烈度条件下公路建设减灾关键技术研究”(编号:2013 318 800 020)的支持。

本书参考引用了本课题组多年来的部分研究成果,也参考和引用了大量国内外其他研究者的研究成果,作者尽可能地在每一章后面的参考文献中列出,但也不免有遗漏,在此对广大研究者和同仁一并表示感谢。

由于作者水平有限,书中疏漏在所难免,恳请广大读者批评指正,作者将十分感激并将在今后的研究中不断改进与完善。

作 者

2015年3月15日

目 录

前言

第一章 地震学基础	1
1.1 引言	1
1.2 地球内部构造	2
1.3 地震成因与地震类型	5
1.3.1 地震成因的宏观错误背景——板块观点	5
1.3.2 地震成因的局部机制——弹性回跳说	5
1.3.3 黏滑弹性回跳说的改进——黏滑说	6
1.3.4 地震类型与地震序列	6
1.4 无限弹性体中地震波的传播	7
1.4.1 波动方程	7
1.4.2 弹性波的传播	9
1.5 地震波的反射和折射	13
1.5.1 地震波在自由面的反射	13
1.5.2 地震波在介质分界面的反射和折射	20
主要参考文献	24
第二章 地震动信号的分析技术	25
2.1 标定变换	25
2.2 消除趋势项	26
2.2.1 最小二乘法	27
2.2.2 小波法	28
2.2.3 滑动平均法	29
2.3 数字滤波	31
2.3.1 数字滤波的频域方法	31
2.3.2 数字滤波的时域方法	32
2.4 异点剔除	36
2.5 地震动信号的时域分析	36
2.5.1 概率分布函数和概率分布密度	37
2.5.2 均值、均方值和方差	37
2.5.3 相关函数	38

2.6	振动信号的频域分析	39
2.6.1	功率谱密度函数	39
2.6.2	频响函数	39
2.6.3	相干函数	40
2.7	地震动信号的时频分析	40
2.7.1	Hilbert-Huang 变换的基本原理	40
2.7.2	Hilbert-Huang 变换的应用实例	46
2.7.3	Hilbert-Huang 变换研究的相关问题	48
2.7.4	Hilbert-Huang 变换的完备性和正交性	48
	主要参考文献	49
第三章	岩质高陡边坡地震动特性分析	51
3.1	“5.12”汶川地震自贡西山公园地震台阵监测结果分析	51
3.1.1	工程概况	51
3.1.2	“5.12”汶川地震自贡西山公园地震台阵监测记录	52
3.1.3	自贡地形地震台阵振幅响应特征分析	54
3.1.4	自贡地形地震台阵频谱响应特征分析	55
3.1.5	小结	61
3.2	岩质边坡动力特性振动台试验研究	62
3.2.1	大型振动台试验设计	62
3.2.2	大型振动台试验结果的分析	81
3.2.3	小结	107
3.3	岩质边坡动力特性的数值分析研究	108
3.3.1	GDEM 简介	108
3.3.2	数值分析中的关键问题	114
3.3.3	数值分析结果正确性的验证	118
3.3.4	岩质高陡边坡地震动力响应特征的一般性规律	120
3.3.5	岩质高陡边坡地震动力响应规律的局部地形效应	125
3.3.6	小结	131
	主要参考文献	132
第四章	岩质高陡边坡地震稳定性时频分析理论	134
4.1	双面岩质高陡边坡加速度高程放大效应时频分析理论	135
4.1.1	加速度高程放大效应时频分析公式的推导	135
4.1.2	加速度高程放大效应时频分析公式的求解思路	142
4.1.3	双面岩质边坡加速度高程放大效应时频分析方法的验证	142
4.1.4	加速度高程放大效应时频分析公式的参数研究	144

4.1.5	加速度高程放大效应时频方法与规范计算方法的对比性分析	148
4.2	地震作用下岩质高陡边坡的斜坡变形特征及形成机理	150
4.2.1	数值模拟简介	151
4.2.2	基覆型边坡的变形特征和成灾机理	154
4.3	地震作用下岩质高陡边坡地震稳定性时频分析理论	164
4.3.1	基覆型边坡的地震稳定性时频分析公式的推导	165
4.3.2	基覆型边坡的地震稳定性时频分析方法的求解思路	173
4.3.3	基覆型边坡地震稳定性时频分析方法正确性的验证	173
4.3.4	基覆型边坡的地震稳定性时频分析方法的参数研究	177
4.3.5	基覆型边坡的地震稳定性时频分析方法的优越性	184
4.4	边坡滑塌后不同阶段的运动速度	187
4.4.1	能量破坏原则	187
4.4.2	高陡边坡地震崩滑的动力学机理、弹性回冲能量的分配原则	188
4.4.3	控制性结构面发生剪切破坏时滑体不同时刻的运动速度	190
4.4.4	控制性结构面发生拉伸破坏时滑体不同时刻的运动速度	191
	主要参考文献	192
第五章	支挡结构的地震稳定性时频分析理论	194
5.1	支挡结构震害的现场调查概况	194
5.1.1	现场调查方法	194
5.1.2	调查线路说明	195
5.1.3	支挡结构震害分级	197
5.2	支挡结构震害的现场调查统计分析	197
5.2.1	支挡结构震害的一般特点	197
5.2.2	震害统计	198
5.3	重力式挡土墙地震稳定性的振动台试验研究	211
5.3.1	振动台试验设计	211
5.3.2	振动台试验实施	220
5.3.3	振动台试验数据分析	226
5.4	刚性挡土墙地震稳定性时频分析理论	241
5.4.1	刚性挡土墙地震主动土压力的时频分析理论	242
5.4.2	刚性挡土墙地震主动土压力时频分析理论的求解思路	248
5.4.3	刚性挡土墙地震主动土压力时频分析理论的参数研究	248
5.4.4	刚性挡土墙地震主动土压力时频分析理论振动台试验结果验证	250
5.5	加筋土挡墙地震稳定性时频分析理论	252
5.5.1	加筋土挡墙地震稳定性时频分析理论	253

5.5.2	加筋土挡墙地震稳定性的时频分析方法的求解思路	258
5.5.3	加筋土挡墙地震稳定性的时频分析方法的参数研究	258
5.5.4	加筋土挡墙地震稳定性的时频分析方法的正确性验证	260
主要参考文献		260
第六章 成层场地地震动特性时频分析理论		263
6.1	成层场地地震动特性的振动台试验	263
6.1.1	振动台试验简介	263
6.1.2	振动台试验结果分析	267
6.2	水平成层场地地震动特性的时频分析理论	272
6.2.1	总体思路和基本假定	272
6.2.2	概化模型	272
6.2.3	公式推导	273
6.2.4	地震波时频效应分析思路	275
6.3	水平成层场地地震响应时频分析方法的求解思路	276
6.4	水平成层场地地震响应时频分析方法的振动台试验和数值模拟 验证	276
6.4.1	振动台试验和数值模拟概况	276
6.4.2	水平成层场地的时频分析	278
主要参考文献		280

第一章 地震学基础

1.1 引言

地震学是研究地震的发生、地震波的传播及地球内部构造的一门学科，是地球物理学的一个分支。具体说来，它主要是根据天然地震或人工地震的资料运用物理学、数学及地质学的知识，来研究地震发生的状况及地震波传播的规律，以进一步达到预报地震和控制地震的目的。同时，还利用地震波的传播特征来研究地壳和地球内部的构造。地震是地球表层的振动，是地壳构造运动的一种形式。一次强烈地震的发生，常伴随着地面的变形和地层的错动，其破坏力相当大。这就是说，地震现象是比较严重的自然灾害之一。但地震现象同时也帮助揭开地球内部的奥秘，成为人们认识自然和利用自然的一个重要工具。

地震学的主要内容有下述三个方面。

(1) 宏观地震学：主要是指地震灾害的调查和研究、地区基本烈度的划分，以达到为建筑物的抗震设计提供合理的资料和指标，并为地震预报提供宏观数据。

(2) 地震波的传播和地球内部物理学：根据地震台网观测得到的地震资料，研究地震波的发生及传播特征并利用其来研究地壳和地球内部的结构、组成和状态。

(3) 测震学：内容包括地震仪器的研制、地震观测台网的布局以及记录图的分析、处理和解释工作。

上述第(2)、(3)方面有时也被称为微观地震学的内容。

人类关于地震的描述和记载，在很早以前就开始了。在古代神话中，有诸如“鳌鱼翻身”之类的传说，描绘了古代人对地震现象的恐惧心理状态。最早的关于地震知识的记载甚至可以推至公元前两千年。我国是最早有地震史料的国家之一。如《吕氏春秋》有公元前十二世纪“周文王八年地动”的记载。又如公元132年，我国古代科学家张衡制成了世界上最早的地震仪器——候风地动仪，能验知地震发生的时间及方向，它比欧洲1848年制成的“水银验震器”早出现一千多年。再如1556年1月23日陕西关中大地震，我国已有较详细的地震灾害记录。而在欧洲，于18世纪中叶，即在1755年11月1日里斯本地震才有较全面的地震灾害记录。这些珍贵史料在研究地震的发生及地球的发展史中发挥着重要的作用。

1.2 地球内部构造

地球是一个略呈梨形的椭球体,平均半径约 6400km。地球由地表至核心可分为性质不同的三层。见图 1-1,最外一层是相当薄的地壳,厚度为几公里至几十公里;其下为地幔,厚约 2900km,地壳与地幔的交界面称为莫霍面;最内的球为地核,半径约 3500km。地壳表层由很不均匀的岩石组成,大陆表面几公里之内为多种沉积岩、岩浆岩、变质岩以及疏松沉积物;在海洋中,海底沉积物之下即为玄武岩,性质较单一。一般认为,大陆地壳可分为花岗质层和玄武质层,而海洋地壳仅有玄武质层,缺失花岗质层。地壳厚度变化很大,在海洋下,一般仅为几公里;在大陆下,平均厚度为 30~40km;在大山脉之下,厚度更大,如我国青藏高原,地壳最厚可达 70km,而绝大部分地震都发生在地壳内。

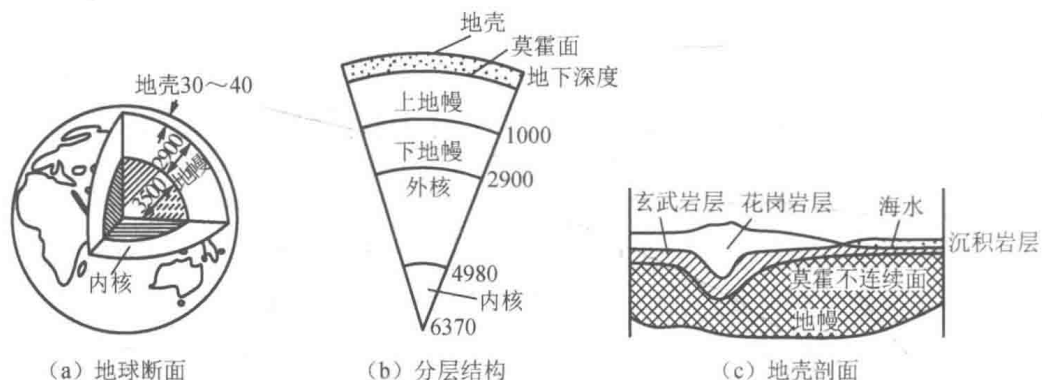


图 1-1 地球内部的分层构造 (单位: km)

一般认为,地幔由较均匀的橄榄岩组成,但其上部的几百公里内,情况仍然复杂。从莫霍面以下,40~70km 内是一层岩石层,它与地壳共同组成所谓岩石圈或岩石壳。岩石层以下存在一个厚约几百公里的软流层。软流层内波速明显低于上下的岩层,这可能是该层因高温高压而具有黏弹或流变性质的缘故。岩石层与软流层合称为上地幔。上地幔之下为下地幔。其颇为均匀。地核又可分为外核与内核。内核半径约 1400km。外核处于液态,地震波观测发现,地震横波不能通过外核;内核处于固态。地核物质主要是镍和铁。

地球内部的温度随深度的增加而增加。地下 20km 处温度约为 600℃, 100km 处为 1000~1500℃, 700km 处约为 2000℃, 地核内部可高达 4000~5000℃。地球内部的高温来自地球内部放射性物质不断释放的热量。此处放射性物质的分布,在海洋与大陆底部并不相同,因此有一种学说认为由此而来的温度差导致了地幔内物质的蠕动而产生对流。

19 世纪,大陆固定论居统治地位。19 世纪后半叶,人们开始发现被大洋隔开的不同大陆上的生物种群、古生物化石,乃至地质地层构造有十分相似的亲缘关系。例如,若将南美洲与非洲拼合在一起,则若干亿年来不同年龄的岩层都能吻合;欧洲、北美洲和亚洲,都可以在一亿年的岩层中找到同一种动物始祖的化石,在原始大陆分离之后,动物的种类就随着各自的自然环境改变了,见图 1-2。这是大陆固定学说难以解释的。1910 年德国气象学家魏格曼在阅读世界地图时发现大西洋东西两岸的地形之间具有交错的关系,特别是南美引力和地球的自转离心力所致,泛大陆出现裂缝,开始分裂和漂移。1915 年,他又出版了《海陆的起源》一书,给出大陆漂移的证据,但未能解释大陆漂移的动力学问题。1928 年,英国地质学家霍姆斯提出“地幔对流学说”。但限于当时科学水平,特别是大陆移的物理机理没有得到解决,轰动一时的假设很快没了声息。



图 1-2 大陆拼合图

直到 20 世纪 50 年代,岩石古地磁的研究使这一学说得到了更为科学的论据,从而被更多的人所接受。岩石磁化方向不随地球磁场变化的影响,火山喷发的熔岩研究证明了这一点。地球的北磁极现在位于加拿大北部,离地球的地理北极(旋转极)相当远,从古地磁的研究得知地球北磁极曾经缓慢而连续地变化过,但与旋转极的平均相对位置不变,其轨迹为磁极游动曲线。

20 世纪 50~60 年代,海洋地质研究,尤其是海洋钻探的开展,取得了重大成果,其中之一就是发现了海岭和海沟,证实了地幔对流和海底扩张的存在,并依靠无线电测距方法测定了海底扩张和大陆漂移的速率。1967 年,法国人勒皮雄、美国人摩根和英国人麦肯齐等建立了“地球板块构造模型”。他们将地球的岩石圈分为欧亚、美洲、非洲、太平洋、澳洲和南极洲六大板块和若干小板块,如图 1-3

所示。板块间的分界是大洋中脊、俯冲带和转换断层，板块在大洋中脊继续增生扩张，而在俯冲带则下沉和消减。那正是构造动荡激烈的部位，是地震、火山活动的主要发生地。



图 1-3 全球大、小板块构造的划分略图

板块构造学说认为，地壳与上地幔的岩石层组成了全球岩石圈，地幔上部软流层的物质由海岭涌出，推着软流层上厚约 100 km 的岩石圈在水平方向移动，形成新的海底并造成海底扩张现象，大部分物质又同时在海岭下部形成上升流，如图 1-4 所示；岩石圈在海沟处又插入另一部分岩石圈之下，返回软流层，同时形成下降流。这样，在海岭带与海沟带之间便形成地幔对流体，地幔对流体对于板块的作用使板块仿佛坐在传送带上一一般，被载运而缓慢漂移。

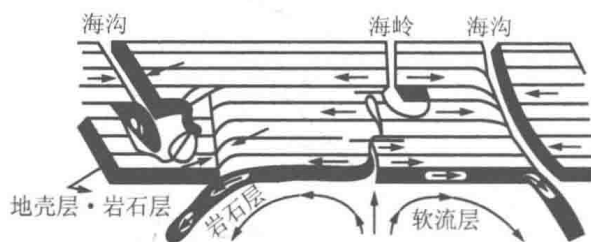


图 1-4 板块运动

大陆漂移学说与地球板块构造不仅可解释地球大陆的变迁历史，而且可以预测其未来的发展，是人类对固体地球运动模式整体性及其运动学和动力学认识的深化，是现代地质学的重大发现，堪称 20 世纪地球科学最伟大的成就。

1.3 地震成因与地震类型

关于地震成因的研究已有近百年的历史。早期的地震成因说倾向于断层破裂学说,近期的观点则侧重于板块观点。事实上,两者并无本质矛盾,作者认为:可以从宏观背景与局部机制两个不同层次来论述地震成因。

1.3.1 地震成因的宏观错误背景——板块观点

地震成因的宏观背景可以利用板块构造学说来解释。如 1.2 节所述,地幔软流物质的涌出与对流,促使板块的构造运动。当两个板块相遇时,其中一个板块俯冲插入另一板块之下,在板块俯冲过程中,由于板块内的复杂应力状态,引起其本身与附近地壳和岩石层的脆性破裂而发生地震。历史资料表明,全球大部分地震均发生在板块边缘及其附近。另外,软流层与板块之间的界面是很不平坦的,加之软流层本身仍具有较大刚度,因此造成板块内部的复杂应力状态和不均匀变形,这是发生板内地震的根本原因。而板块内的岩体断层则提供了发生地震的内在条件。据统计,全球 85% 左右的地震发生于板块边界带上,仅有 15% 左右发生于大陆内部或板块内部。

1.3.2 地震成因的局部机制——弹性回跳说

弹性回跳说是 20 世纪初由里德提出的。这一假说,最初是根据 1906 年旧金山 8.3 级大地震前后横跨圣安德烈斯断层上一些测标的位移实测数据而得出的结论,如图 1-5 所示。这一跨越半个多世纪的测量发现:在断层两侧,测点一直在缓慢移动,而在大地震后的复测发现:测线沿断层出现了最大断距的错动达 6.4m。这一过程为人们提供了一个明确而有力的证据,说明旧金山地震是沿长 960 km 的圣安德烈斯断层发生错动的结果。

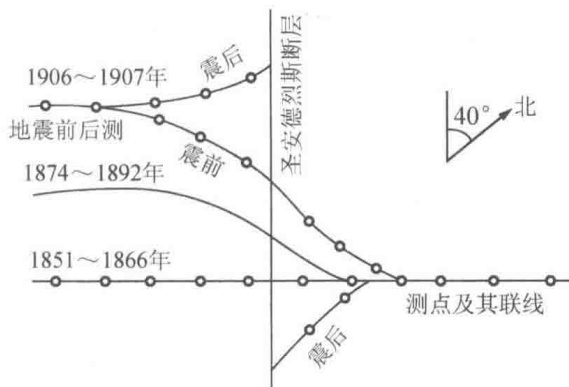


图 1-5 旧金山地震前后横跨圣安德烈斯断层基线变化示意图

里德的弹性回跳说认为：①地壳由弹性的、有断层的岩层组成；②地壳运动产生的能量以弹性应变能的形式在断层及其附近岩层中长期累积；③当弹性应变能积累及其岩层发生变形达到一定程度时，断层上某一点的两侧岩体会发生相对位移错动，并使沿断层的邻近点随之发生位移，以致断层两侧岩体向相反方向突然滑动，地震因之产生，此时，断层上长期积累的弹性应变能突然释放；④地震后，过去在应变能作用下发生变形的岩体又重新恢复没有变形的状态。弹性回跳说对地壳为何发生运动、弹性应变能怎样得以积聚等宏观原因没有给予说明，而板块构造学说恰巧在这一点弥补了其不足。

1.3.3 黏滑弹性回跳说的改进——黏滑说

20 世纪 60 年代中期，根据岩石力学实验结果，改进了弹性回跳学说，使得解释局部震源机制的断层说得到改善。弹性回跳说认为，断层发生错动时，把全部积累的应变能释放完，地震发生后，震源处基本上处于无应力状态。黏滑说则提出：每一次断层发生错动时只释放了积累的总应变能中的一小部分，而剩余部分则被断层面上很高的动摩擦力所平衡。地震后，断层两侧仍有摩擦力使之固结，并可以再积累应力而发生较大的地震。黏滑说的这些观点，得到了地震序列类型的支持。

1.3.4 地震类型与地震序列

地震可分为天然地震和人为地震两大类。人为地震，主要是指人工爆破、矿山开采及工程活动（如兴建水库）所引起的地震。人为地震一般都不太强烈，仅有个别情况（如水库地震）会造成较大破坏。天然地震主要有构造地震和火山地震。后者由火山爆发引起，火山地震多不强烈，因此对其关注很少。

构造地震是地震工程研究的主要对象。它是指因板块构造活动及断裂构造活动所产生的地震，其数量占全球发生地震总数的 90% 以上。

按照震源深度（ h ），地震又可以划分为：①浅源地震（ $h < 70\text{km}$ ），主要集中在 $h < 33\text{km}$ 的深度范围内，占地震总数的 72%；②中源地震（ $70\text{km} < h < 300\text{km}$ ），占地震总数的 23.5%；③深源地震（ $h > 300\text{km}$ ）。到目前为止，观测到的最大震源深度为 720km，深源地震仅占地震总数的 4% 多。

地震序列是指把相互关联的一系列地震按发生时间先后顺序排列起来的结果。根据以往地震记录，地震序列有三种基本类型：①主震余震型。主震释放能量最大，伴以相当数目的余震和不完整的前震。典型的有 1976 年唐山大地震、1975 年海城大地震等。②震群型地震。主要能量通过多次较强地震释放，并伴以大量小震，如 1966 年邢台地震、1988 年澜沧—耿马地震等。③单发型地震。主震突出，前震与余震很少，如 1976 年内蒙古林格尔地震。在上述三种类型地震中，主震余震型地震约占 60%，震群型占 30%，单发型仅占 10% 左右。

1.4 无限弹性体中地震波的传播

岩石在高温高压下具有一定的流变性能,在地质应力的长期作用下,岩石的黏弹性或流变性是主要的,这是板块运动的理论基础之一;但是在极短期的迅速变化的动力作用下,岩石则表现为弹性的,黏滞作用的影响可以用能量损耗的概念来加以修正,这是地震波传播的基本理论假定。因此,可以假定地球介质为均匀、各向同性、完全弹性。用地震仪对地震时质点的地震动进行观测,促进了地震波动理论的发展和对震源与地球构造的了解,并支持了上述假定。

1.4.1 波动方程

在均匀、各向同性、无阻尼弹性体内,质点运动必须满足介质的应力-应变关系、连续条件和牛顿运动第二定律,从小变形弹性力学理论可以导出运动的基本方程为

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 u_i \quad (i=1,2,3) \quad (1-1)$$

式中: x_1 、 x_2 、 x_3 ——直角坐标 x 、 y 、 z 三个方向,如图 1-6 所示;

u_1 、 u_2 、 u_3 ——沿直角坐标 x 、 y 、 z 三个方向的质点位移;

ρ ——介质的密度;

λ 、 μ ——介质的拉梅常数;

E 、 G ——介质的弹性模量和剪切模量;

ν ——介质的泊松比;

θ ——介质的体应变;

∇ ——拉普拉斯算子, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$ 。

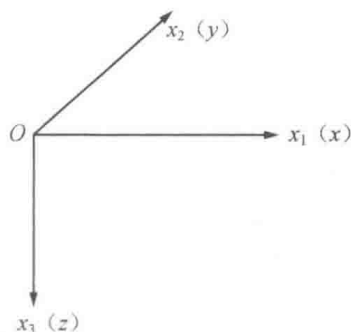


图 1-6 波动问题的直角坐标系

为求解式 (1-1), 取两个势函数, 一个标量势 φ , 一个矢量势 $\psi(\psi_1, \psi_2, \psi_3)$, 位移与这两个势函数的关系为

$$u_1 = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi_3}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi_2}{\partial x_3} \quad (1-2a)$$

$$u_2 = \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} + \frac{\partial \psi_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \psi_3}{\partial x_1} \quad (1-2b)$$

$$u_3 = \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} + \frac{\partial \psi_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \psi_1}{\partial x_2} \quad (1-2c)$$

因此, 从式 (1-1) 可以得到

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (1-3)$$

$$\nabla^2 \psi_i = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial t^2} \quad (i=1, 2, 3) \quad (1-4)$$

其中

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = v_p \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = v_s$$

式中: α ——纵波波速;

β ——横波波速。

从式 (1-2) 可知, 体应变 θ 为

$$\theta = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \quad (1-5)$$

而畸变为

$$\omega_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) \quad (1-6a)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \quad (1-6b)$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \quad (1-6c)$$

由于纵波只产生压张性的位移而不产生旋转位移, 即畸变 $\omega_i = 0$, 根据这一条件, 可取

$$u_i = \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \quad (i=1, 2, 3) \quad (1-7)$$

因此, 体应变 θ 为

$$\theta = \nabla^2 \varphi \quad (1-8)$$