

# 数学证明

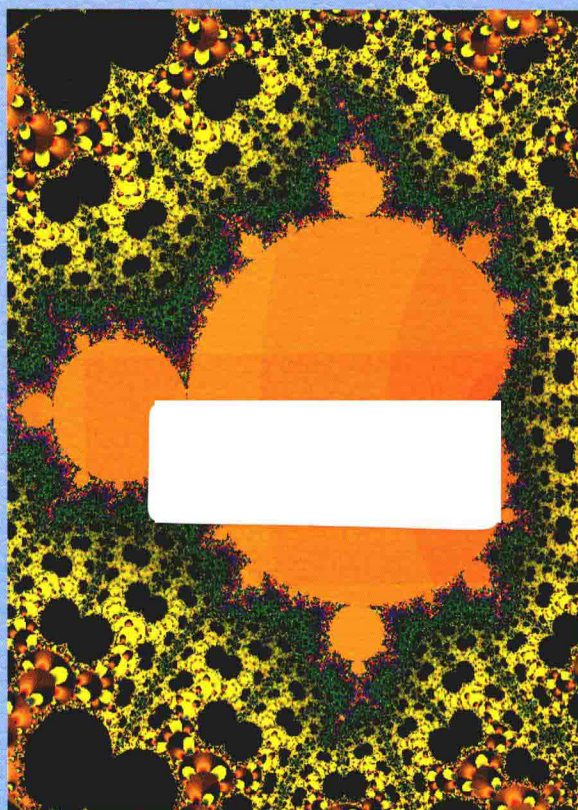
萧文强◎著



09

( 珍藏版 )

数学科学文化理念传播丛书 ( 第一辑 )



*Mathematical Proofs*



大连理工大学出版社  
Dalian University of Technology Press

# 数学证明

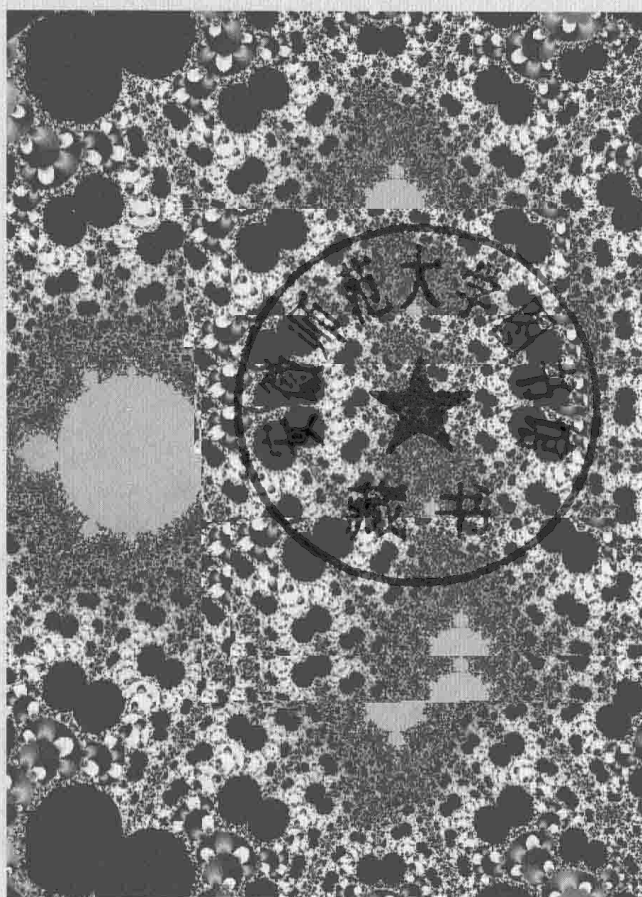
萧文强  
◎ 著



09

( 珍藏版 )

数学科学文化理念传播丛书 ( 第一辑 )



*Mathematical Proofs*



大连理工大学出版社  
Dalian University of Technology Press

图书在版编目(CIP)数据

数学证明：珍藏版 / 萧文强著. — 2版. — 大连：  
大连理工大学出版社，2016.1

(数学科学文化理念传播丛书)

ISBN 978-7-5611-8674-9

I. ①数… II. ①萧… III. ①证明论—普及读物  
IV. ①O141.2-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 120220 号

大连理工大学出版社出版

地址：大连市软件园路 80 号 邮政编码：116023

发行：0411-84708842 传真：0411-84701466 邮购：0411-84708943

E-mail:dutp@dutp.cn URL: <http://www.dutp.cn>

大连住友彩色印刷有限公司印刷

大连理工大学出版社发行

---

幅面尺寸：188mm×260mm

印张：13

字数：183 千字

2008 年 4 月第 1 版

2016 年 1 月第 2 版

2016 年 1 月第 1 次印刷

---

责任编辑：刘新彦 王 伟

责任校对：田中原

封面设计：冀贵收

---

ISBN 978-7-5611-8674-9

定价：39.00 元

# 总 序



## 一、数学科学的含义及其在 学科分类中的定位

20 世纪 50 年代初,我曾就读于东北人民大学(现吉林大学)数学系,记得在二年级时,曾有两位老师<sup>①</sup>在课堂上不止一次地对大家说:“数学是科学中的女王,而哲学是女王中的女王。”

对于一个初涉高等学府的学子来说,很难认知其言真谛.当时只是朦胧地认为,其言大概是指学习数学这一学科非常值得,也非常重要.或者说与其他学科相比,数学可能是一门更加了不起的学问.到了高年级时,开始慢慢意识到,数学与那些研究特殊的物质运动形态的学科(诸如物理、化学和生物等)相比,似乎真的不在同一个层面上.因为数学的内容和方法不仅要渗透到其他任何一个学科中去,而且要是真的没有了数学,则就无法想像其他任何学科的存在和发展了.后来我终于知道了这样一件事,那就是美国学者道恩斯(Douen-ss)教授,曾从文艺复兴时期到 20 世纪中叶所出版的浩瀚书海中,精选了 16 部名著,并称其为“改变世界的书”.在这 16 部著作中,直接运用了数学工具的著作就有 10 部,其中有 5 部是属于自然科学范畴的,它们是:

- (1) 哥白尼(N. Copernicus)的《天体运行》(1543 年);
- (2) 哈维(William Harvery)的《血液循环》(1628 年);
- (3) 牛顿(I. Newton)的《自然哲学之数学原理》(1729 年);
- (4) 达尔文(E. Darwin)的《物种起源》(1859 年);

---

<sup>①</sup> 此处的“两位老师”指的是著名数学家徐利治先生和著名数学家、计算机科学家王湘浩先生.当年徐利治先生正为我们开设“变分法”和“数学分析方法及例题选讲”,而王湘浩先生正为我们讲授“近世代数”和“高等几何”.

(5) 爱因斯坦(A. Einstein)的《相对论原理》(1916年)。

另外5部是属于社会科学范畴的,它们是:

(6) 潘恩(T. Paine)的《常识》(1760年);

(7) 史密斯(Adam Smith)的《国富论》(1776年);

(8) 马尔萨斯(T. R. Malthus)的《人口论》(1789年);

(9) 马克思(Karl Max)的《资本论》(1867年);

(10) 马汉(R. Thomas Mahan)的《论制海权》(1867年);

在道恩斯所精选的16部名著中,若论直接或间接地运用数学工具的,则就无一例外了。由此可以毫不夸张地说,数学乃是一切科学的基础、工具和精髓。

至此似已充分说明了如下事实:数学不能与物理、化学、生物、经济或地理等学科在同一层面上并列。特别是近30年来,先不说分支繁多的纯粹数学的发展之快,仅就顺应时代潮流而出现的计算数学、应用数学、统计学、经济数学、生物数学、数学物理、计算物理、地质数学、计算机数学等如雨后春笋般地产生、存在和发展的事实,就已经使人们去重新思考过去那种将数学与物理、化学等学科并列在一个层面上的学科分类法的不妥之处了。这也是多年以来,人们之所以广泛采纳“数学科学”这个名词的现实背景。

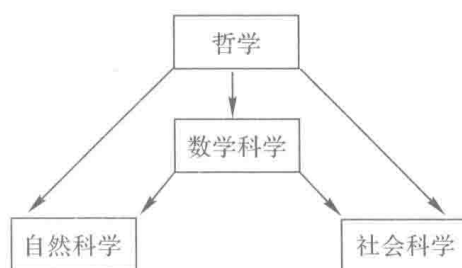
当然,我们还要进一步从数学之本质内涵上去弄明白上文所说之学科分类上所存在的问题,也只有这样才能使我们能在理性层面上对“数学科学”的含义达成共识。

当前,数学被定义为是从量的侧面去探索和研究客观世界的一门学问。对于数学的这样一种定义方式,目前已被学术界广泛接受。至于有如形式主义学派将数学定义为形式系统的科学,更有如形式主义者柯亨(Cohen)视数学为一种纯粹的在纸上的符号游戏,以及数学基础之其他流派所给出之诸如此类的数学定义,可谓均已进入历史博物馆,在当今学术界,充其量只能代表极少数专家学者之个人见解。既然大家公认数学是从量的侧面去探索和研究客观世界,而客观世界中之任何事物或对象又都是质与量的对立统一,因此没有量的侧面的事物或对象是不存在的。如此从数学之定义或数学之本质内涵出发,就必然导致数学与客观世界中的一切事物之存在和发展密

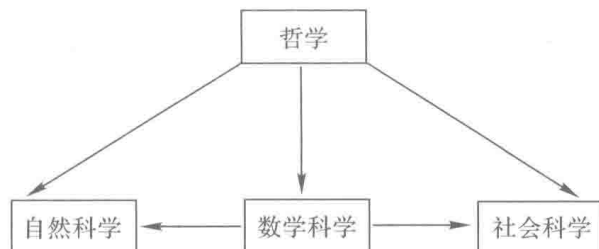
切相关,同时也决定了数学这一研究领域有其独特的普遍性、抽象性和应用上的极端广泛性,从而数学也就在更抽象的层面上与任何特殊的物质运动形式息息相关.由此可见数学与其他任何研究特殊的物质运动形态的学科相比,要高出一个层面.在此或许可以认为,这也就是本人少时所闻之“数学是科学中的女王”一语的某种肤浅的理解.

再说哲学乃是从自然、社会和思维三大领域,亦即从整个客观世界的存在及其存在方式中去探索科学世界之最普遍的规律性的学问,因而哲学是关于整个客观世界的根本性观点的体系,也是自然知识和社会知识的最高概括和总结.因此哲学又要比数学高出一个层面.

这样一来,学科分类之体系结构似应如下图所示:



如上直观示意图的最大优点是凸现了数学在科学中的女王地位,但也有矫枉过正与骤升两个层面之嫌.因此,也可将学科分类体系结构示意图改为下图所示:



如上示意图则在于明确显示了数学科学居中且与自然科学和社会科学相并列的地位,从而否定了过去那种将数学与物理、化学、生物、经济等学科相并列的病态学科分类法.至于数学在科学中之女王地位,就只能从居中角度去隐约认知了.关于学科分类体系结构之如上两个直观示意图,究竟哪一个更合理,在这里就不多议了,因为少



时耳闻之先入为主,往往会使一个人的思维方式发生偏差,因此留给本丛书的广大读者和同行专家们去置评了。

## 二、数学科学文化理念与 文化素质原则的内涵及价值

数学有两种品格,其一是工具品格,其二是文化品格.对于数学之工具品格而言,在此不必多议.由于数学在应用上的极端广泛性,因而在人类社会发展,那种挥之不去的短期效益思维模式必然导致数学之工具品格愈来愈突出和愈来愈受到重视.特别是在实用主义观点日益强化的思潮中,更会进一步向数学纯粹工具论的观点倾斜,所以数学之工具品格是不会被人们淡忘的.相反地,数学之另一种更为重要的文化品格,却已面临被人淡忘的境况.至少数学之文化品格在今天已经不为广大教育工作者所重视,更不为广大受教育者所知,几乎到了只有少数数学哲学专家才有所了解的地步.因此我们必须古识重提,并且认真议论一番数学之文化品格问题.

所谓古识重提指的是:古希腊大哲学家柏拉图(Plato)曾经创办了一所哲学学校,并在校门口张榜声明,不懂几何学的人,不要进入他的学校就读.这并不是因为学校所设置的课程需要以几何知识基础才能学习,相反地,柏拉图哲学学校里所设置的课程都是关于社会学、政治学和伦理学一类课程,所探讨的问题也都是关于社会、政治和道德方面的问题.因此,诸如此类的课程与论题并不需要直接以几何知识或几何定理作为其学习或研究的工具.由此可见,柏拉图之所以要求他的弟子先行通晓几何学,绝非着眼于数学之工具品格,而是立足于数学之文化品格.因为柏拉图深知数学之文化理念和文化素质原则的重要意义.他充分认识到立足于数学之文化品格的数学训练,对于陶冶一个人的情操,锻炼一个人的思维能力,直至提升一个人的综合素质水平,都有非凡的功效.所以柏拉图认为,不经过严格数学训练的人是难以深入讨论他所设置的课程和议题的.

前文指出,数学之文化品格已被人们淡忘,那么上述柏拉图立足于数学之文化品格的高智慧故事,是否也被人们彻底淡忘甚或摒弃了呢?这倒并非如此.在当今社会中,仍有高智慧的有识之士,在某

些高等学府的教学计划中,深入贯彻上述柏拉图的高智慧古识,列举两个典型事例如下:

例 1,大家知道,从事律师职业的人在英国社会中颇受尊重,据悉,英国律师在大学里要修毕多门高等数学课程,这既不是因为英国的法律条文一定要用微积分去计算,也不是因为英国的法律课程要以高深的数学知识为基础,而只是出于这样一种认识,那就是只有通过严格的数学训练,才能使之具有坚定不移而又客观公正的品格,并使之形成一种严格而精确的思维习惯,从而对他取得事业的成功大有益助.这就是说,他们充分认识到了数学的学习与训练,绝非实用主义的单纯传授知识,而深知数学之文化理念和文化素质原则,在造就一流人才中的决定性作用.

例 2,闻名世界的美国西点军校建校将近两个世纪,培养了大批高级军事指挥员,许多美国名将也毕业于西点军校.在军校的教学计划中,学员们除了要选修一些在实战中能发挥重要作用的数学课程(如运筹学、优化技术和可靠性方法等)之外,规定学员还要必修多门与实战不能直接挂钩的高深的数学课.据我所知,本丛书主编徐利治先生多年前访美时,西点军校研究生院曾两次邀请他去做“数学方法论”方面的讲演.西点军校之所以要学员们必修这些数学课程,当然也是立足于数学之文化品格,也就是说,他们充分认识到,只有经过严格的数学训练,才能使学员们在军事行动中,能把那种特殊的活力与高度的灵活性互相结合起来,才能使学员们具有把握军事行动的能力和适应性,从而为他们驰骋于疆场打下坚实的基础.

然而总体来说,如上述及的学生或学员,当他们后来真正成为哲学大师、著名律师或运筹帷幄的将帅时,早已把学生时代所学到的那些非实用性的数学知识忘得一干二净了.但那种铭刻于头脑中的数学精神和数学文化理念,却会长期地在他们的事业中发挥着重要作用.亦就是说,他们当年所受到的数学训练,一直会在他们的生存方式和思维方式中潜在地起着根本性的作用,并且受用终身.这就是数学之文化品格、文化理念与文化素质原则之深远意义和至高的价值所在.



### 三、《数学科学文化理念传播丛书》

#### 出版的意义与价值

有现象表明,教育界和学术界的某些思维方式正在深陷纯粹实用主义的泥潭,而且急功近利、短平快的病态心理正在病入膏肓.因此,推出一套旨在倡导和重视数学之文化品格、文化理念和文化素质的丛书,一定会在扫除纯粹实用主义和诊治急功近利病态心理的过程中起到一定的作用,这就是出版本丛书的意义和价值所在.

那么究竟有些什么现象足以说明纯粹实用主义思想已经很严重了呢?如果要详细地回答这一问题,至少可以写出一本小册子来.在此只能举例一二,点到为止.

现在计算机专业的大学一、二年级学生,普遍不愿意学习逻辑演算与集合论课程,认为相关内容与计算机专业没有什么用.那么我们的教育管理部门和相关专业人士又是如何认知的呢?据我所知,南京大学早年不仅要给计算机专业本科生开设这两门课程,而且还要开设递归论和模型论课程.然而随着思维模式的不断转移,不仅递归论和模型论早已停开,而且逻辑演算与集合论课程的学时数也在逐步缩减.现在国内坚持开设这两门课的高校已经很少了,大部分高校只在离散数学课程中,给学生讲很少一点逻辑演算与集合论知识.其实,相关知识对于培养计算机专业的高科技人才来说是至关重要的,即使不谈这是最起码的专业文化素养,难道不明白我们所学之程序设计语言是靠逻辑设计出来的?而且柯特(E. P. Codd)博士创立关系数据库,以及许华兹(J. T. Schwartz)教授开发的集合论程序设计语言 SETL,可谓全都依靠数理逻辑与集合论知识的积累.但却很少有专业教师能从历史的角度并依此为例去教育学生,甚至还有极个别的专家教授,竟然主张把“计算机科学理论”这门硕士研究生学位课取消,认为这门课相对于毕业后去公司就业的学生太空洞,这真是令人瞠目结舌.特别是对于那些初涉高等学府的学子来说,其严重性更在于他们的知识水平还不了解什么有用或什么无用的情况下,就在大言这些有用或那些无用的实用主义想法.好像在他们的思想深处根本不知道高等学府是培养高科技人才基地,竟把高等学府视为

专门培训录入、操作与编程的技工学校。因此必须让教育者和受教育者明白,用多少学多少的教学模式只能适用于某种技能的培训,对于培养高科技人才来说,此类纯粹实用主义的教学模式是十分可悲的。不仅误人子弟,如果任其误入歧途继续陷落下去,必将直接危害国家和社会的发展前程。

另外,现在有些现象甚至某些评审规定,所反映出来的心态和思潮就是短平快和急功近利,这样的软环境对于原创性研究人才的培养弊多利少。杨福家院士说:<sup>①</sup>

“费尔马大定理是数学上一大难题,360多年都没有人解决,现在一位英国数学家解决了,他花了9年时间解决了,其间没有写过一篇论文。我们现在的规章制度能允许一个人9年不出文章吗?”

“要拿诺贝尔奖,都要攻克很难的问题,不是灵机一动就能出来的,不是短平快和急功近利就能够解决问题的,这是异常艰苦的长期劳动。”

据悉,居里夫人一生只发表了7篇文章,却两次获得诺贝尔奖。现在晋升副教授职称,都要求在一定年限内,在一定级别杂志上发表一定数量的文章,还要求有什么奖之类的,在这样的软环境里,按照居里夫人一生中发表文章的数量计算,岂不只能当个老讲师。

清华大学是我国著名的高等学府,1952年,全国高校进行院系调整,在调整中清华大学变成了工科大学。直到改革开放后,清华大学才开始恢复理科并重建文科。我国各层领导开始认识到世界一流大学均以知识创新为本,并立足于综合、研究和开放,从而开始重视发展文理科。11年前,清华人立志要奠定世界一流大学的基础,为此而成立清华高等研究中心。经周光召院士推荐,并征得杨振宁先生同意,聘请美国纽约州立大学石溪分校聂华桐教授出任高等中心主任。5年后接受上海《科学》杂志编辑采访,面对清华大学软环境建设和我国人才环境的现状,聂华桐先生明确指出:<sup>②</sup>

“中国现在推动基础学科的一些办法,我的感觉是失之于心太

---

① 王德仁等,杨福家院士“一吐为快——中国教育5问”,扬子晚报,2001年10月11日A8版。

② 刘冬梅,营造有利于基础科技人才成长的环境——访清华大学高等研究中心主任聂华桐,科学,Vol. 154, No. 5, 2002年。

急. 出一流成果, 靠的是人, 不是百年树人吗? 培养一流科技人才, 即使不需百年, 却也绝不是短短几年就能完成的. 现行的一些奖励、评审办法急功近利, 凑篇数和追指标的风气, 绝不是真心献身科学者之福, 也不是达到一流境界的灵方. 一个作家, 您能说 he 发表成百上千篇作品, 就能称得上是伟大文学家了吗? 画家也是一样, 真正的杰出画家也只凭少数有创意的作品奠定他们的地位. 文学家、艺术家和科学家都一样, 质是关键, 而不是量.”

“创造有利于学术发展的软环境, 这是发展成为一流大学的当务之急.”

面对那些急功近利和短平快的不良心态及思潮, 前述杨福家院士和聂华桐先生的一番论述, 可谓十分切中时弊, 也十分切合实际.

大连理工大学出版社能在审时度势的前提下, 毅然决定立足于数学文化品格编辑出版《数学科学文化理念传播丛书》, 不仅意义重大, 而且胆识非凡. 特别是大连理工大学出版社的刘新彦和梁锋等不辞辛劳地为丛书的出版而奔忙, 实是智慧之举. 还有 88 岁高龄的著名数学家徐利治先生依然思维敏捷, 不仅大力支持丛书的出版, 而且出任丛书主编, 并为此而费神思考和指导工作, 由此而充分显示徐利治先生在治学模式中的奉献精神 and 远见卓识.

序言中有些内容取材于“数学科学与现代文明”<sup>①</sup>一文, 但对文字结构做了调整, 文字内容做了补充, 对文字表达也做了改写.

朱梧楨

2008 年 4 月 6 日于南京

---

<sup>①</sup> 1996 年 10 月, 南京航空航天大学校庆期间, 名誉校长钱伟长先生应邀出席庆典, 理学院名誉院长徐利治先生应邀在理学院讲学, 老友朱剑英先生时任校长, 他虽为著名的机械电子工程专家, 但从小喜爱数学, 曾通读《古今数学思想》巨著, 而且精通模糊数学, 又是将模糊数学应用于多变量生产过程控制的第一人. 校庆期间钱伟长先生约请大家通力合作, 撰写“数学科学与现代文明”一文, 并发表在上海大学主办的《自然杂志》上. 当时我们就觉得这个题目分量很重, 要写好这个题目并非轻而易举之事. 因此, 我们(徐利治、朱剑英、朱梧楨)曾多次在一起研讨此事, 分头查找相关文献, 并列提纲细节, 最后由朱梧楨执笔撰写, 并在撰写过程中, 不定期会面讨论和修改补充, 终于完稿, 由徐利治、朱剑英、朱梧楨共同署名, 分为(上)、(下)两篇, 作为特约专稿送交《自然杂志》编辑部, 先后发表在《自然杂志》1997, 19(1): 5-10 与 1997, 19(2): 65-71.

## 再版序言

22年前得到徐利治教授的鼓励和支持,我着手写作《数学证明》这本小书,并于1990年作为徐教授主编的《数学方法论丛书》(江苏教育出版社)第二辑其中一册出版了.22年后竟然又再得到徐教授的支持,把这本小书重刊,作为他主编的《数学科学文化理念传播丛书》(大连理工大学出版社)其中的一册,令我满怀高兴,更心存感激.

说来凑巧,台湾九章出版社的孙文先先生对这本小书也十分支持,他建议出版一个修订本,并于去年冬天出版了.读者如今看到的,就是那个修订本,内容与第一版大致上没有很大更改,只是添加了某些20年前犹未曾晓得的数学结果(称作“后记”).

说来惭愧,20年后的再版,本应有所更新,我却做不到.尤其原版序言后面提及好几项本拟纳入写作计划却没有谈论的题材,当时期诸来日做整理,如今仍然没有兑现!除了学问没有长进这个主要原因外,我只能推说20年来的时间工夫,忙在别的方面吧.

不过,有几项与数学证明这个主题很有关系的工作不妨一提,或者可以说明重版此书与数学科学文化理念有何关系.

(一)我最近写了一篇文章,题为 Proof as a Practice of Mathematical Pursuit in a Cultural, Socio-political and Intellectual Context (在文化、政治、社会、知识的层面观看证明这项数学活动),将刊登于德国数学教育学报 Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 上.文章采用四个例子说明题目标示的主题,意在显示数学乃人类文化活动之一环,它的发展也就难免受到别的文化活动的影晌,亦难免为别的文化活动带来影响.因此,在教学上,我们不应无视这些方面而仅将数学视为一种技能去传授.那四个例子是:

(1)在15、16世纪之交,弥漫于西欧航海探索年代的冒险奋进精

神,给科学和数学研究注入新思维.

(2)中国三国魏晋南北朝时代的政治局势与哲学思潮,带来“士”这个阶层的群体自觉和个体自觉(按照历史学家余英时先生提出的说法),孕育了当时中国数学家的治学态度和方式的转变,代表者如刘徽及祖冲之父子.

(3)通过西汉时代的著述《淮南子》书内的量天之术,对道家思想于中国古代数学带来的影响做了一些说明.

(4)古希腊欧几里得(Euclid)的经典巨著《原本》(*Elements*)在西方文化有其特殊的重要地位,该书在17世纪初传入中国后,对中国文化的影响又是怎样.

(二)去年正好是《原本》翻译成中文的四百周年纪念.际此盛会,为了纪念这一桩中西数学交融的重要历史事件,2007年11月在台湾举行的一次会议上我做了一个讲演,写成了“‘欧先生’来华四百年”一文,刊登于2007年12月的《科学文化评论》第4卷第6期(12—30页),当中自然要提及数学证明这个观念在古代东西方的异同.

(三)第19届ICMI Study(国际数学教学委员会专题研究)定为“Proof and Proving in Mathematics Education”(证明在数学教育),工作会议于2009年5月中旬在台北市举行,数学证明在东西方文化的异同以及由此衍生对课堂上教学的启示是会议的一项议题.

最后,我想起俄罗斯数学教育家沙雷金(И. Ф. Шарыгин)的一句话:“数学境界内的生活理想,乃基于证明,而这是最崇高的一种道德概念.”这句话正好呼应《数学证明》书中(第一章第5节)引用法国数学名家韦伊(André Weil)的另一句话:“严谨之于数学家,犹如道德之于一般人.”

萧文强

## 序 言

有一则关于 18 世纪瑞士数学家欧拉(L. Euler)的“小道新闻”，经由贝尔(E. T. Bell)的通俗读物《大数学家》(九章出版社，1998 年)而广为流传。它叙述了欧拉与法国哲学家狄德罗(D. Diderot)辩论的经过。据云俄国女皇对狄德罗在她的宫廷内散播无神论极为不满，但又不便面斥，便请欧拉想个办法把他赶走。有一天，狄德罗应邀进宫听一位数学家证明神的存在，他欣然前往。那时欧拉走到他的跟前，一本正经地以严肃而郑重的口吻对狄德罗说：“尊贵的先生， $\frac{a+b^n}{n} = x$ ，故神存在。请回应吧！”狄德罗哑口无言，四周响起嘲弄的笑声，令他十分难堪，于是，他请求女皇准许他回法国去。这则“小道新闻”的可信程度极低，很难想象欧拉会说出这种无稽之谈，但它却是一个生动的例子，说明什么叫作“恐吓证明法”(Proof by Intimidation)！这种证明可谓一文不值，它既无核实作用，更无说明作用，只有迷信权威的人才会被这种证明吓唬住。

除了上述那种所谓证明可以不予理会以外，数学证明是一个十分有意思的话题，因此，我选了这个话题与读者一起探讨。本书所指的数学证明，意义是颇广泛的，读下去你便知道为什么我这么说了。以下十章的内容，请读者随自己口味选读，大部分章节内容是互相独立的，但总的脉络，可由目录窥见。每节对读者的数学背景知识的要求不尽相同，对一部分读者来说，某些节的内容或嫌过深，不易明白，甚至会出现不熟悉的术语。不过，若只求大致了解，则不会构成太大的障碍。总的来说，若具备中学程度数学的知识，应能看明白大部分数学内容；若具备大学程度的数学知识，应能看明白全部内容。

在序言里，我想说一些很少有作者会在序言里说的话，即告诉读



者这本书并不讨论什么！但不讨论的，绝对不表示不重要，只表示作者本人的无知。首先，这本书没有教读者怎样去证明数学定理，或者是证明数学定理有什么诀窍。我假定读者已经做过不少数学证明，对证明这项数学活动有一定程度的认识。其次，这本书也没有从逻辑的角度讨论何谓数学证明。要认真讨论这个技术味道很浓的问题，非我力能胜任，亦不符合这套丛书的编写宗旨。再其次，这本书也没有正面接触数学证明的哲学意义，尽管任何关于数学的哲学必须对数学证明有所交代。好了，做过上述的消极声明后，我应该补充说，要讨论数学证明，不可能完全避开上述的三个范围，因此读者在以下章节的字里行间还是会见到它们的影子。

读者会问，那么这本书究竟谈些什么？当我最初下笔的时候，我曾想过采用一个奇特的书名——《证明乃证明乎？》。后来觉得那是标新立异，哗众取宠，也就打消了这个念头。写完后却想到另一个较贴切的书名——《从历史上的数学文献观看数学证明》，但由于冗长，也没采用。实际上，这个冗长的书名才比较如实地反映了本书的内容。这个构思其实潜伏了很久，正好借着写作本书予以整理。说来话长，15年前我在美国一所大学里教书，有一天系主任匆匆跑来告诉我有位同事跌伤了腿，得休养一段日子，要我代他的课。原来没有人愿担那门课。当时我是系里年资最浅的一员，“苦差”自然落在我的肩上！不过，焉知非福，这份“苦差”对我来说竟成了最好的学习机会，更是影响了我对数学的整体看法，甚至使我对数学产生了更强烈的信念和热爱。为什么没有人愿担那门课呢？原来那门课美其名为《数学欣赏》，实则是厌恶数学的人被逼修的数学课。它只是为了让学生取得足够的学分毕业（美国的大学教育主张通识教育，不论主修何科，规定学生必须选修若干文史科目与数理科目等）。上课的第一天，一百五十多位学生劈头便嚷：“我又不需要使用数学，学它做什么？”顿时令我哑口无言！这促使我开始从一个不需要使用数学作为工具的人的眼光去想这个问题。通过大量阅读与反复思量，我认识到哲学的反思与历史的反思的重要，尤其从数学史获得不少启发，这就是我对数学史产生浓厚兴趣的原因。在1976年，我把自己当时一些犹未成熟的想法写成两篇文章，题为《厌恶数学的人的数学课》（Mathematics

for Math-haters, 发表于 *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1977(8):17-21) 和《数学发展史给我们的启发》(发表于《抖擞》双月刊, 第17期, 1976年, 46-53). 之后基于这些想法陆续写了一些文章, 并撰写了一本小册子《为什么要学习数学——数学发展史给我们的启发》(学生时代出版社, 1978年, 修订本, 九章出版社, 1995年). 到了1984年重新整理自己的思想, 写成了《历史、数学、教师》(〔History of [(Mathematics)] Teachers〕<sup>①</sup>, 原文没发表, 法译文刊登于 *Bulletin de L'association des Professeurs Mathématiques*, 1985(354):304-319), 又在1986年写成《谁需要数学史》(发表于《数学通报》, 第4期, 1987年, 42-44). 这两篇文章可说是我十年来学习与反思的汇报. 就在这个时候, 徐利治教授来函提及编写《数学方法论丛书》的计划, 并问我愿不愿意也写一本. 这是一项非常有意义的计划, 我虽自知能力有限, 但觉得应该尽力支持, 并且写书正是督促自己好好学习的机会. 近代英国作家查斯特顿(G. K. Chesterton)说过:“值得做的事即使做不好也值得做(If a thing is worth doing, it is worth doing badly).”本着这句话的精神, 我答应了徐教授为《丛书》写一本. 在这里我要向他道谢, 给我这个学习的机会和持续不断的鼓励. 不过, 我错估了自己的工作效率与可供写作的时间, 以致把交稿期限一拖再拖, 谨在此向江苏教育出版社的何震邦先生和王建军先生衷心致歉, 幸得两位编辑的体谅及帮助, 我才能安心完成书稿. 话虽如此, 真正下笔那段日子, 回想起来也是挺紧张的. 在日常的教学及研究中挤出时间, 一有空便埋首写作, 大部分时间都磨在系里工作间. 在这方面, 我也得感激妻子凤洁及恒儿对我的体谅和支持. 还有多位这些年来在数学及哲学问题上给我指点和提供资料的中外师友(包括那些只在书信往来上交流意见的朋友, 甚至只曾读其书无缘当面讨教的作者), 亦一并在此向他们表示谢意.

最后, 我想提及几个本拟纳入写作计划结果却没有谈论的题材. 第一个是机械化证明. 最先引起我兴趣的是吴文俊教授著的《几何定理机器证明的基本原理》(科学出版社, 1984年), 后来蒙吴教授在

---

<sup>①</sup>这是作者的一个小幽默, 意为:〔History of Mathematics〕, (mathematics), [History of Mathematics Teachers]. ——编者注

1988年春寄赠文集(《吴文俊文集》,山东教育出版社,1986年),更被其主题吸引了.他说:“作为数学两种主流的公理化思想与机械化思想,对数学的发展都曾起过巨大的作用,理应兼收并蓄,不可有所偏废.”尤其他指出,中国古代数学,乃是机械化体系的代表,与古希腊数学之演绎推理典范,其实各具特色,各为数学发展做出了巨大的贡献.这点更增进了我的兴趣.与此有密切关系者是第二个题材,就是20世纪60年代后期由已故美国数学家毕晓普(E. Bishop)倡导的构造性数学.毕晓普继承了由克罗内克(L. Kronecker)至布劳威尔(L. E. J. Brouwer)诸人发展起来的数学哲学直观主义流派,但打破了前人仅限于批判经典数学的框架,指出经典数学并非无用而只是未臻完善,有待且可以进行数学上的修补.这也带引我们至第三个题材,即数学的两种面目——理论方面与算法方面,两者之间的关联与相互作用.这是很值得探讨的问题,在电子计算机介入数学领域后,这个问题显得更有意思也更趋迫切了.1988年8月在匈牙利举行的第六届国际数学教育会议上,著名的匈牙利数学家罗瓦兹(L. Lovász)做了一个题为《算法化数学:旧事新谈》的大会报告,指出了算法思想将为数学教育带来新观点并产生影响.另一篇值得参考的文献是一个正反双方辩论的论坛,题为《算法方式顶呱呱!》(刊登于 *College Mathematics Journal*, 1985(16):2-18).第四个题材与前述三个还是有关的,就是算法的复杂性理论.讨论某种算法是否有效,对某种问题是否存在有效的算法.第五个题材是较近期的发展,叫作“零知识证明”(Zero-knowledge Proof),我还是在1986年夏天在美国伯克利举行的国际数学家会议上初次听到的.说来像很玄妙,这种证明不把证明公布却仍能说服对方的确证明了命题!在电脑专家的圈子里,这是个热门话题.以上种种,都是我在构思期间、写作期间和学习过程中碰到的材料,但只能浅尝,未能深入理解.我总想找些时间多学一点,但至今办不到,只好把它们定作学习目标,继续探索吧.

数学上有种方法叫逐步逼近法,就是逐步接近解答.就某种意义来说,本书是运用这种方法进行了第一步逼近,写下了一些个人这些年来的学习笔记.还有更多有待学习和思考的问题,只好期诸来日.