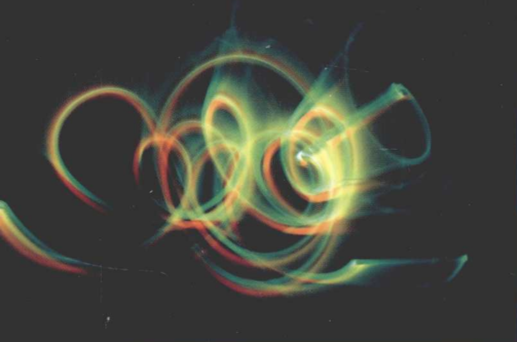
天体演化的能态热力学

——邓昭镜论文集

邓昭镜　著



南京大学出版社

天体演化的能态热力学

——邓昭镜论文集

邓昭镜 著

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

天体演化的能态热力学 ：邓昭镜论文集 / 邓昭镜著. — 南京 ：南京大学出版社，2015.9

ISBN 978-7-305-15593-2

Ⅰ. ①天… Ⅱ. ①邓… Ⅲ. ①天体演化—能级—热力学—文集 Ⅳ. ①P131-53②P14-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 168247 号

出版发行　南京大学出版社
社　　址　南京市汉口路 22 号　　　邮　编　210093
出 版 人　金鑫荣

书　　名　天体演化的能态热力学——邓昭镜论文集
著　　者　邓昭镜
责任编辑　耿士祥　吴　汀　　　编辑热线　025-83592146

照　　排　南京南琳图文制作有限公司
印　　刷　南京大众新科技印刷有限公司
开　　本　787×1092　1/16　印张 18.75　字数 411 千
版　　次　2015 年 9 月第 1 版　2015 年 9 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-15593-2
定　　价　80.00 元

网址：http://www.njupco.com
官方微博：http://weibo.com/njupco
官方微信号：njupress
销售咨询热线：(025) 83594756

序一：求真不易　探索艰辛

多年前我就认识邓昭镜先生了。随着应邀到西南师范大学（现西南大学）进行学术交流的次数增多，我进一步了解到邓先生是一位为人处世低调、学术功底扎实、科研成果突出、对该校学科建设贡献很大而备受学生崇敬的好教授。也许是我俩年龄相差无几、教育背景相似、价值追求相同，不知不觉就成了惺惺相惜的朋友。

1998 年初，时年 66 岁的邓先生怅然若失地从他深爱的教学科研岗位上退了下来。本该悠闲养老、颐养天年的他，却因放不下萦怀多年的科学问题又一头扎进了他那简朴的书房，继续耕耘在当代科学前沿的高地上。他像猎人发现了新的猎物一样，对“热寂论”批判和贝肯斯坦黑洞热力学暴露出来的问题兴奋不已，他决定追根溯源，一探究竟。兴趣和好奇心给了他强大的动力，使他居然在长期得不到专项经费支持的条件下，孤军奋战、锲而不舍地坚持了十六个春秋。十年磨一剑，斩获甚丰，概而言之如下：他以惊人的勇气和自信，重新开启了对负能谱系统的深入研究；构建了负能谱热力学和负能谱黑洞热力学理论；发现了爱因斯坦引力场论中时空背景空间曲率符号 k 跟星体运行的时空背景，星体的内能、温度及胀缩之间的关联，顺理成章地把天体演化的热力学建立在爱因斯坦宇宙论的基础上。负能谱热力学理论是一个自身简洁自洽、又与现有科学理论相容的知识体系，它恰与克劳修斯热力学逻辑互补，在克服贝肯斯坦黑洞热力学各种困难中显示了强大的生命力。这些理论一旦证实，将为解开天体演化之谜提供一把新的钥匙。

十六年来，邓先生在负能谱热力学方面发表了论文 50 余篇。2007 年 4 月他又在总结前期研究成果的基础上出版了《负能谱及负能谱热力学》专著一部。按他的本意，是想把 2007 年以后的研究成果进行一次新的总结，将《负能谱及负能谱热力学》一书修订再版。不幸的是，2012 年 4 月初的一次车祸极大地损害了他的健康，以至于要实现这一宏愿邓先生已力不从心了。为了给培育他的母校和行将告别的科学生涯留下一份纪念，他决定筛选部分已发表和待发表的论文结集出版，这部论文集集中展示了他建构负能谱热力学理论的原始论述，他也想借此机会向国内外专家请教、切磋。

创新是科学的灵魂，也是这部论文集最大的亮点。翻开这部论文集不难发现，篇篇都是邓先生独立思考、大胆创新之力作，令人耳目一新的知识创新点随处可见。例如：引力场是负能谱产生之源；负能谱系统不仅可以存在而且可以稳定存在；中子星和坍缩的黑洞就是实际存在的负能谱系统；负能谱的自发演化遵循熵减少规律；克劳修斯热力学第二定律有局限性，它只适用于正能谱系统；贝肯斯坦黑洞热力学的根本错误就在于，用正能谱系统的热力学（克劳修斯热力学）去表征本属负能谱系统的黑洞的性状及

演化；背景时空的空间曲率对天体演化起着基础性的作用等。

诚然，这些大胆的论断目前还处于“科学假说”的形态，还有待科学实践的严格检验，但它们毕竟是本土中国人在热力学和宇宙学领域的一项原始创新，彰显了中国学者求真的科学探索。我相信，邓先生的理论无论正确与否，对科学的发展都是一种贡献，这就是我乐意为本书作序的缘由。

要积极促进国家的发展，建成创新型强国，就必须重视原始创新。尽管我国的科技事业取得了举世瞩目的成就，但原始创新之路还任重而道远，需要更多的人不懈努力。邓昭镜先生在这方面已经尽力了，我希望进一步深化科研立项制度改革，使今后类似邓先生情况的学者能得到各级政府及时的专项支持和各种帮助，使他们与在岗学者一样享有人生出彩的机会，使国人的建成创新强国之梦尽早变为现实。

2015 年 1 月

序二:寻宇宙新规而求索

为寻觅天体演化的热力学新规律,为探索黑洞演变的热力学真谛,邓教授在科学新苑辛勤耕耘数十载,呕心沥血,吐尽思絮,至老未停。此文集把邓教授多年的有关天体演化、负能谱热力学及黑洞研究的论文收集起来分类编辑出版,这对作者是莫大的欣慰之事,而对读者和物理学界又奉献出了一部有价值的认识宇宙、研究黑洞的学术文献。这些论文反映了邓教授对宇宙物质和黑洞的演化的许多新颖的思考,是他研究天体演化及建立负能谱热力学的最原始的叙述。文章中既有严谨的数学推导,合理的逻辑证论,也有通俗的文字描述,普通读者也会从这些描述中了解作者对宇宙及黑洞的全新的观点,领悟到作者不囿传统定势、敏于标新立异的科学精神。

负能谱热力学,指出了负能谱物质系统(强引力场中的物质系统)的演化遵从熵减少原理;证明了稳态黑洞内部是一个负能谱系统(还有中子星、白矮星及自收缩冷星云),因而黑洞物质在引力聚集形成黑洞的过程中,它的熵也是减少的。“黑洞熵减少”这一论断推翻了传统的黑洞热力学的“黑洞熵增加”的固有观念,无疑是对当今黑洞理论基本观点的冒犯,可以说是对黑洞热力学的基本定律提出了颠覆性的挑战。作者面对的是全球一百多位科学家,这些人包括霍金(1942—　,英国理论物理学家)、贝肯斯坦(1947—　,以色列物理学家),彭罗斯(1931—　,英国数学、物理学家)等在这一领域中领先的一流学者,这需要有坚定的超人的勇气,而这种勇气来自于他对自己构建的负能谱热力学理论的自信。

负能谱热力学是在与传统的黑洞热力学的争辩中逐步建立起来而完善的。两种热力学对宇宙中物质的能谱系统(正、负能谱)、宇宙中两类物质系统的不可逆自发过程(膨胀和收缩)的演化规律、宇宙时间箭头的规定等有着不同的看法;两种黑洞热力学定律在黑洞的温度(绝对温度)符号(第零定律)、功热关系(第一定律)、演化规律(第二定律)、温熵关系(第三定律)等描述上迥然相异,存在着尖锐的理论对立。此文集里相当一部分文章反映了这些不同和对立,以及作者对当今黑洞热力学定律的质疑和批判,它从不同的视角论述了负能谱黑洞热力学的科学性。宇宙中是否存在稳定的负能谱物质系统?克劳修斯熵增原理是宇宙物质演化过程的普适原理吗?引力场是产生熵之源还是吸收熵之沟?贝肯斯坦-霍金熵是黑洞的熵吗?这些问题的争辩在文集里作者都有着是或不是的答复及其理由的科学阐述。

负能谱热力学不赞同黑洞热力学的观点,但它并不反对经典热力学,只是认为克劳修斯熵增原理不是宇宙物质演化过程的普适原理。邓教授把克劳修斯熵增原理成立的物质系统称为正能谱系统,他认为宇宙中不仅存在着正能谱系统,同时还存在着熵减原

理成立的负能谱系统。在正、负能谱的研究中，他发现负能谱热力学与正能谱热力学之间不仅有着对立的一面，同时普遍存在着各种互补对应的关系，它们正好可以组成一个逻辑互补、简洁、对称、完全自洽的热力学理论体系。这一理论体系中正、负能谱的对立和统一，反映了在特定的能谱条件下，宇宙物质系统遵循不同的演化规律，即正能谱物质系统的熵增加，负能谱（如黑洞）物质系统的熵减小。正、负能谱的对立统一的思想，反映了作者唯物辩证法的宇宙观，他深信自然界中的一切物质运动本来就是辩证进行着的，唯物辩证法是人类认识自然探索宇宙的最有效的科学方法。从邓教授主编的《物理学中的辩证法》一书（该书曾被教育部师范教育司列为中小学教师继续教育教材）可看出他对辩证唯物主义的偏爱，唯物辩证观是他著书立论之本，辩证法是他思考物理问题的主要方法，所以作者在论证负能谱热力学的理论或反驳黑洞热力学的谬误时常常采用辩证逻辑的方法，这也是本文集的一大亮点。

要特别指出的是，文集第一章的几篇论文是邓教授近期对天体演化研究的成果。爱因斯坦场方程决定了引力场和物质同在。引力场是物质存在的时-空背景场，物质及其相应的物质场只能运行在时-空背景场（引力场）中，时-空背景场的空间曲率符号 k 决定了时-空背景场（引力场）的存在形式（是双曲型时-空的引力场还是椭圆型时-空的引力场，或者是平直时-空）。邓教授在爱因斯坦理论的基础上论证了运行在时-空背景场上的星体系统的内能、温度符号、压强的正负及胀缩与 k 的相关性，这样便把热力学理论建立在爱因斯坦的宇宙论的基础上。作者用这一理论分析了“大爆炸的产生”、“黑洞的形成”的原因，批评了“热寂论”、“宇宙始终在加速膨胀”等观点的错误，进而提出了“天体系统自膨胀和自收缩的无限循环”的理论。

邓教授 1956 年毕业于西南师范学院物理系，后留校任教，是新中国成立以后成长起来的研究自然科学的学者。1979 年评为副教授，后主讲物理系研究生专业课程，并成为西南师大第一批学术带头人。1985 年，他的第一本专著《经典的与量子的理想体系》由重庆科学技术出版社出版；1993 年，他获国务院颁发的特殊津贴；1995 年，因他的努力，西南师大物理学院与江苏师范大学物理学院共同获得了一个“凝聚态物理”博士授予点；1997 年，他获曾宪梓教育基金三等奖；2009 年，中华人民共和国成立 60 周年纪念，西南大学授予六十人“突出贡献奖”，他是其中之一。1998 年退休后，他开始了天体演化及能谱理论的研究，使他接触到当今黑洞的理论，他以一个科学家的敏感，发现了该理论的缺陷，激发了他研究黑洞的兴趣，于是一发不可收，十余年来他痴情黑洞和负能谱热力学的研究，在学术期刊上发表了几十篇有关负能谱热力学及黑洞的论文，并于 2007 年出版了专著《负能谱及负能谱热力学》（西南师范大学出版社），该书集中反映了这一时期他研究负能谱热力学及黑洞的主要学术成就。2009 年，中华人民共和国成立 60 周年之际，重庆晨报记者黄晔在北碚访问了邓教授。《退休教授耗时九年，挑战霍金黑洞理论》文章见报之后，在全国各网站引起了网友们的极大关注和热议。“重庆高教老协西南大学分会一支会”曾经做过统计，仅搜孤网友的原始评论就达 852 条之多，许多评论甚是感人，也让我们深省。有的说这本书算是我们民族的科学原创了；有的说它是基础理论的重大突破；也有的称它是国人在理论上取得的世界性突破。网友们对邓

教授敢于挑战西方科学权威，理论创新的精神表达了他们的敬重和景仰。现选摘一二于下：

> 如此高龄的老教授，九年如一日为追求科学真理，贡献毕生精力，不管结果如何，其为科学献身的坚毅精神，很值得年青人学习。
>
> ——浙江省杭州市网友
>
> 这是我十几年来看到的一位中国真正的教授，有这样的精神和治学态度，中国才有希望，向你致敬！
>
> ——西安市网友
>
> 这才是一个科研工作者，可惜中国目前这样的人太少了。做科研需要兴趣和投入，可是目前以做科研为幌子的人太多了。向老教授致敬，他是我等楷模。
>
> ——搜狐加拿大网友
>
> 这样的人才国家还等什么？为什么不赶紧支持？说不定中国人得诺贝尔奖就要到来了。
>
> ——北京市网友
>
> 若是黑洞的聚集是熵减少的过程，不管是不是正确的，这样就可以非常容易理解为什么黑洞可以形成了。虽然我没有看过该教授的推演过程，至少中国目前就缺乏这样的人才。做外贸可以让我们现在富起来，引进科学家和863可以让我们30年一直富有，而这样的研究可以使我们100年以后成为主宰。例如，没有牛顿，西方还在中世纪呢！没有爱因斯坦，美国还不知道是不是世界第一！熵定律可以使得我们做出先进的发动机，想去哪就去哪（按光年计算）！强烈支持邓教授！
>
> ——江苏省网友

热、量子和引力是本世纪物理学前沿热议的话题，上世纪黑洞研究一开始，研究者们便追寻量子（力学）和引力（相对论）的融合，企图用二者结合的方法来研究黑洞，遇到与热现象有关的问题，他们便不恰当地用类比的方法去解决，进而建立了黑洞热力学。黑洞热力学不是真正的"热"力学，从建立开始便碰到了一系列的违背热力学基本原理的困难。同时，量子和引力融合的方法自身也遇到了一个理论的困扰，按相对论理论，没有任何物质能逃离黑洞（即使是"霍金辐射"，也只是一种"热"辐射，辐射并不包括黑洞内的任何信息），而量子理论则允许能量和信息从黑洞里逸出。为了解释这一所谓"黑洞悖论"，学者们认为应该建立一个新的理论构架，将引力和自然界其他力统一起来。半个多世纪过去了，无论是圈还是弦，或M理论，到目前为止仍然没有解决这个问题。为了摆脱理论的困扰，霍金最近提出由于找不到黑洞的边界（视界），黑洞是不存在的。难道黑洞研究已走到穷途末路了吗？追源反思，究其原因与"热"在这些引力研究中缺位不无关系。

邓教授的黑洞研究却另辟蹊径,走的是热和引力结合的研究路线。他在高校长期从事热统理论研究及教学,是这一领域的学有专精的学者,他利用自己的专业优势和精湛的学识,依据热力学的基本概念和原理去研究宇宙的引力现象,去研究宇宙中黑洞的形成及演化规律,从而建立了负能谱热力学。负能谱热力学传承了经典热力学的方法及克劳修斯(Clausius)、波耳兹曼(Boltzman)及卡拉西奥多里(Caratheódory)的热力学理论,扩大了原有(正能谱)热力学的研究领域,将热力学研究从平直时-空扩展到弯曲时-空中;将过去仅建立在经典理论和量子理论基础上的热力学统计理论进一步扩展到广义相对论和相对论量子理论中;将一般常规的低密度物质系统的热理论研究扩展到由引力场支配的高密度物质系统中。可以说负能谱热力学是地地道道的"热"力学,用这一理论去研究黑洞不仅避免了黑洞热力学碰到的理论和逻辑的困扰,而且还很好地解释了黑洞的性态和演化。

邓教授的天体演化的热力学为我们研究宇宙物质及宇宙的演化提供了新的视角,文集中有关黑洞的观点,涉及当今黑洞研究者们正在反思、亟待解决的问题,这些都值得相关人士一读。正、负能谱并存的理念,必将改变我们对宇宙整体的认识,热力学理论在宇宙时空这个更高的层面上实现了统一,使我们看到了一个适用于宇宙时空背景中的热力学统一理论的美妙前景。

重庆复旦中学物理特级教师　陈华林

2015 年 1 月

目　录

第一章　天体演化运行中的基本规律 …… 1

等效原理与引力场的能量-动量表示 …… 3

根据等效原理具体地推导纯引力场能量-动量表示 …… 8

天体演化中星体背景时空之基础作用 …… 13

天体演化中正、反粒子对激发——Dirac 方程 …… 19

宇宙的演化、星体的内能和 Einstein 场方程 …… 23

“热寂论”、热力学第二定律的局限性和负温度系统 …… 28

第二章　天体演化中的能谱理论 …… 39

负能谱存在的必然性——Landau 的负能谱理论 …… 41

负能谱存在的必然性——相对论量子理论 …… 45

负能谱存在的必然性——处于全无界能谱中的黑洞 …… 49

再论负能谱系统存在的必然性 …… 54

高密度物质是负能谱系统存在的必然形式 …… 64

负能谱中的黑洞热力学 …… 70

白矮星系统 …… 78

一个对称、互补而自洽的热力学,正、负能谱系统热力学 …… 84

由自引力支配的负能谱系统的稳定性 …… 88

第三章　天体演化中的热力学规律 …… 95

概率函数中 $\beta\varepsilon_i$ 因子乘积的符号与能谱结构 …… 97

关于黑洞热力学第 0 定律 …… 104

热力学第 0 定律在热力学中的基础作用

——试论温度和熵在热力学中建立的严格次序 …… 110

相对论热力学第 0 定律和温度 …… 114

关于黑洞热力学第一定律 …… 120

贝肯斯坦(B)-斯马尔(S)公式与黑洞热力学第一定律 …… 127

从相空间理论研究黑洞形成的熵演化…… 132
Carathéodory 定理与热力学第二定律…… 136
负能谱系统中“热”的自发传输规律和“热-功”转化规律 …… 144
负能态系统中热量自发地由低温流向高温…… 149
负能谱中黑洞的熵…… 154
两类自发演化过程与相对论热力学…… 163
黑洞熵的演化规律与热力学第三定律…… 176
自引力系统能态热力学…… 185
第四章　正、负能谱的温度，熵的演化及膨胀和收缩…… 195
系统的能谱、温度和熵的演化(Ⅰ)——平衡系统 …… 197
系统的能谱、温度和熵的演化(Ⅱ)——非平衡系统 …… 205
温度 T 是物系内能密度$\langle\varepsilon_i\rangle$的正相关函数…… 211
自膨胀与自收缩星系的演化…… 217
自膨胀星体的内能和它的熵的演化…… 223
自聚集星体的内能和它的熵的演化…… 227
一个实际存在的负能谱系统——白矮星…… 232
第五章　对 J. D. Bekenstein 黑洞热力学理论的批判 …… 241
J. D. Bekenstein 黑洞热力学理论的内在桎梏…… 243
关于黑洞热力学第 0 定律…… 251
热力学第一定律和黑洞热力学第一定律…… 257
引力场是产生熵之源还是吸收熵之沟…… 265
星系内黑洞形成过程的熵演化…… 274
黑洞熵与贝肯斯坦-霍金熵 …… 283
致　谢…… 289

第一章　天体演化运行中的基本规律

本章提要

1. 引力场遵从等效原理，不能用张量来描写，只能用赝张量表示。引力场和物质同在，它们是由 Einstein 场方程决定的相互伴生的整体。引力场是物质存在的时-空背景场，物质及其相应的物质场都必然且只能运行在时-空背景场(引力场)中。时-空背景场(引力场)的存在形式(双曲型或椭圆型)，由时-空背景场的曲率 k 决定。

2. 星体是在标度因子 $R(t)$ 为半径张成的曲面上运行的，宇宙曲面是膨胀还是收缩，取决于星体(或宇宙)的内能 E 的正、负；星体的内能 E 正比于宇宙曲面上所论点的时-空背景场的曲率 k，且与压强 P 呈正关联。当 $k=-1$ 时，E 正定($\geqslant 0$)，正能态星体在双曲面时-空曲面上运行，因压强 P 正定($\geqslant 0$)，必然加速地膨胀；当 $k=1$ 时，E 负定($\leqslant 0$)，负能态星体在椭圆时-空曲面上运行，因压强 P 负定($\leqslant 0$)，必然加速地收缩，如在椭圆时-空背景场中运行的黑洞，物质粒子必将在引力场强制下，自发地相互吸引而聚集；当 $k=0$ 时，星体处于平直时-空中，正能态中的星体必然以略高于引力势能的状态缓慢地膨胀，负能态中的星体必然以略低于引力势能的状态缓慢地收缩。

3. 当物系粒子状态进入由 Plank 常量$\hbar$限制的状态时，它已不是经典系统了，而是相对论量子系统。相对论量子系统必然遵从 Dirac 量子场论规律，它的运行规律必然是 Dirac 波动方程。这个方程既能确立粒子系波函数的正能谱解，又能确立粒子系波函数的负能谱解。

等效原理与引力场的能量-动量表示

摘　要：等效原理是作为时-空背景的引力场的独特规律，又是引力场借以区别于所有其他物质场(或非背景场)的最独特的性质，正因为如此，和所有其他物质不同，引力场的能量-动量不可能用张量表示，或者说不可能定域化，对此学术界曾引发了一场争论，提出了引力场能量-动量的各种表述，纵观各种表述，只有 Landau 提出的能量-动量赝张量表述才是最能反映等效原理要求的表述，因此，就比较而言，Landau 和 Hans 提出的关于引力场的能量-动量赝张量表述是更为合理的表述，重温 Landau 和 Hans 关于引力场能量-动量赝张量表述，以阐明如何依靠等效原理来探求纯引力场的能量-动量表述。

关键词：等效原理；守恒律；能量-动量张量；能量-动量赝张量

1. 引力场是物质的时-空背景场

引力场是物质赖以存在的时-空背景场[1]，给定了引力场就给定了物质赖以存在的时-空背景的几何结构，从而进一步决定了物质在时-空背景上的分布，因此，时-空中物质的分布及其演化将直接受作为时-空背景的引力场的制约；反之，物质的时-空分布及其演化又不断产生和改变着它的时-空背景场的几何结构，物质和它的时-空背景——引力场之间这种相互制约的密切关系正确地反映在下面给出的 Einstein 场方程中。

$$T^{ik}=-\frac{c^4}{8\pi G}\left(R^{ik}-\frac{1}{2}g^{ik}R\right) \tag{1}$$

同时，在与一切其他场比较中，最能显示作为物质时-空背景的引力场的独特之处的，莫过于等效原理，等效原理表明，在时-空任一点的领域中被加速场与引力场等效[2]。因此在时-空任一点的领域里，总可以通过坐标系的适当选择而消除该点的引力场，但对一切非背景场(如电磁场)都不可能具有这种等效性。把能在时-空任一点上消除该点引力场的坐标系称为局部惯性系。也正由于引力场具有这一独特的基本属性，它和所有非背景场完全不同，引力场本身的能量-动量绝对不可能用张量来表征，而只能用被称为仿射联络的 Christoffel 符号 Γ^i_{kl}(或度规的一次导量 $g^{bm}_{,k}$)来表征，不仅如此，引力场本身的能量-动量还必须用 Γ^i_{kl}(或 $g^{bm}_{,k}$)的二次齐式的形式来表示，这是因为：① Γ^i_{kl} 的二次齐式正好反映了弯曲时-空几何曲面的基本特征；② 在任一点的局部惯性系中，这类二次齐式恰好能够化为零。现在如果一方面既承认等效原理，又想寻求引力场表征的定域化，即寻找引力场能量-动量的张量表示，显然是行不通的，因为这两者在

逻辑上是直接对立的。既然引力场在时-空任一点的局部惯性系中要化为零(即在局部惯性系中消除引力场),就可以通过比较时-空任一点上实际(弯曲)时-空坐标系与局部惯性系中引力场的表述来探求引力场的能量-动量在实际(弯曲)时-空坐标系中的表征,例如可以在地球表面上任一点处比较粒子在自由降落坐标系中的能量表示 ε^0 和地球(即实际的弱引力场)坐标系中粒子的能量表示 ε。前者为 $\varepsilon^0=\frac{1}{2}mv^2(x^i)$,后者为$\varepsilon=\frac{1}{2}mv^2(x^i)+\varphi(x^i)$,两者之差即地球的引力势能 $U(x^i)$:

$$U(x^i)=\varepsilon-\varepsilon^0=\varphi(x^i) \tag{2}$$

Landau 和 Hans 就是根据等效原理这一思路来探求(或建立)纯引力场的能量-动量赝张量表示的[3,4],本文正是按照这一思路来进一步阐述 Landau 和 Hans 关于纯引力场能量-动量赝张量表述的合理性。

2. 按等效原理建立引力场的能量-动量赝张量

首先,在平直时-空中(即不存在引力场时),纯物质的能量-动量密度是守恒量,这时物质场的能量-动量密度 T^{ik} 必须守恒,即

$$\frac{\partial T^{ik}}{\partial x^k}=\frac{\partial T_i^k}{\partial x^k}=0 \tag{3}$$

表明纯物质的能量-动量张量 T^{ik}(或 T_i^k)的普通导数等于零,当有引力场出现时,时-空受到弯曲,这时 T^{ik}(或 T_i^k)的普通导数必须用相应的协变导数来代替[3],这时有

$$T^k_{i;k}=\frac{\partial T_i^k}{\partial x^k}+\Gamma^k_{mk}T^m_j-\Gamma^m_{ik}T^k_m=\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial(T_i^k\sqrt{-g})}{\partial x^k}-\frac{1}{2}\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^i}T^{ik}=0 \tag{4}$$

(4)式表明当有引力场出现时,T_i^k 的普通导数不再为零,T_i^k 不再是一个守恒量[3]。

现在,在局部惯性系中来表示场方程(1),由于处在局部惯性系中 g^{ik} 的一次导量 $g^{ik}_{,l}$(或 Γ^i_{kl})都可略去,因此场方程(1)的右端中的 R^{ik} 可表示为[5]

$$R^{ik}=\frac{1}{2}g^{im}g^{kp}g^{ln}\left\{\frac{\partial^2 g_{lp}}{\partial x^n\partial x^m}+\frac{\partial^2 g_{nm}}{\partial x^l\partial x^p}-\frac{\partial^2 g_{ln}}{\partial x^m\partial x^p}-\frac{\partial^2 g_{mp}}{\partial x^l\partial x^n}\right\} \tag{5}$$

既然处于局部惯性系中,则对上式中花括号中的 4 个二次偏导数项,前面的度规张量 g^{im},g^{kp} 和 g^{ln} 皆可自由地跨越一次偏导数,例如对第 1 个二次偏导数项,若适当变换虚指标,并注意 $g^{im}g^{ik}=g^{lm}\delta^i_l g^{ik}=g^{lm}g^{ik}$,则有

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}g^{im}g^{kp}g^{ln}\frac{\partial^2 g_{lp}}{\partial x^n\partial x^m}&=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^n}\left\{g^{im}g^{kp}g^{ln}\frac{\partial g_{lp}}{\partial x^m}\right\}\\&=-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^n}\left\{g^{im}g^{kp}g_{lp}\frac{\partial g^{ln}}{\partial x^m}\right\}=-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^l}\left\{g^{lm}\frac{\partial g^{ki}}{\partial x^m}\right\}\end{aligned}$$

同理,第 2 个二次导量项变换为

$$\frac{1}{2}g^{im}g^{kp}g^{ln}\frac{\partial^2 g_{nm}}{\partial x^l\partial x^p}=-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^l}\left\{g^{ik}\frac{\partial g^{lm}}{\partial x^m}\right\}$$

于是(5)式中前两项可以表示为

$$\frac{1}{2}g^{im}g^{kp}g^{ln}\left\{\frac{\partial^2 g_{lp}}{\partial x^n \partial x^m}+\frac{\partial^2 g_{nm}}{\partial x^l \partial x^p}\right\}=-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^l}\frac{\partial}{\partial x^m}(g^{lm}g^{ik})$$

按同样方式可以变换(5)式的后两面项，表示为

$$-\frac{1}{2}g^{im}g^{kp}g^{ln}\left\{\frac{\partial^2 g_{ln}}{\partial x^m \partial x^p}+\frac{\partial^2 g_{mp}}{\partial x^l \partial x^n}\right\}=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^l}\frac{\partial}{\partial x^m}(g^{il}g^{km})$$

于是(5)式可以变换为

$$R^{ik}=-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^l}\frac{\partial}{\partial x^m}(g^{ik}g^{lm}-g^{il}g^{km}) \tag{6}$$

(6)式是在局部惯性系中表示的 R^{ik}，并注意(6)式的偏微分宗量($g^{ik}g^{lm}-g^{il}g^{km}$)对指标($l,k$)和($i,m$)是反对称的，因此当转到弯曲时-空时，这里所有的偏导数$\frac{\partial}{\partial x^i}$都应当用如下的协变形式取代，即

$$\frac{\partial}{\partial x^l}\to\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^l}\sqrt{-g} \quad -\frac{\partial}{\partial x^m}\to\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^m}\sqrt{-g} \tag{7}$$

因此，上式一般应表示为

$$R^{ik}=-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^l}\frac{\sqrt{-g}}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^m}[(\sqrt{-g})(g^{ik}g^{lm}-g^{il}g^{km})] \tag{8}$$

同时又考虑到在局部惯性系中$\sqrt{-g}$可以自由地跨越一次偏导数，于是进一步有

$$R^{ik}=-\frac{1}{2\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^l}\frac{\partial}{\partial x^m}[(-g)(g^{in}g^{lm}-g^{il}g^{km})] \tag{9}$$

且 $T^{ik}=-\frac{c^4}{8\pi G}\left(R^{ik}-\frac{1}{2}g^{ik}R\right)=\frac{c^4}{8\pi G}R^{ik}$，因此，当 g 为常数时，T^{ik} 在局部惯性系中是

$$^{(局部)}T^{ik}=-\frac{\partial}{\partial x^l}\frac{1}{(-g)}\left\{\frac{\partial}{\partial x^m}\left[\frac{c^4}{16\pi G}(-g)(g^{ik}g^{lm}-g^{il}g^{km})\right]\right\} \tag{10}$$

这里的(10)式正是局部惯性系中场方程的表示，注意(10)式的花括号中的量正好是一个对指标 k,l 为反对称的受限的三阶张量，特称它为受限的三阶反对称张量，记为 $h^{i(kl)}$。这个量对 k,l 是反对称的，但对 i,k 和 i,l 是对称的，即 $h_0^{i(lk)}=-h_0^{i(kl)}$，$h_0^{k(il)}=h_0^{i(kl)}$，$h_0^{i(ki)}=h_0^{i(kl)}$，在局部惯性系中 T^{ik} 能用受限的反对称三阶张量表示，就保证了 T^{ik} 在局部惯性系中是一个守恒量，在这里特地用$\widetilde{T}^{ik}$表示局部惯性系中的能量-动量张量，而用 $h_0^{i(kl)}$ 表示(10)式右端括号中的量[5]，即

$$\widetilde{T}^{ik}={}^{(局部)}T^{ik} \quad h_0^{k(il)}\equiv-\frac{c^4}{16\pi G\partial x^m}[(-g)(g^{ik}g^{lm}-g^{il}g^{km})] \tag{11}$$

由此显然有

$$(-g)\frac{\partial\widetilde{T}^{ik}}{\partial x^k}=\frac{\partial^2 h_0^{i(kl)}}{\partial x^l\partial x^k}\equiv 0 \tag{12}$$

(12)式表明，由受限的反对称三阶张量表示的局部惯性系中物质的能量-动量张量$\widetilde{T}^{ik}$

是一个守恒量；反之，任何守恒的二阶张量总可以通过受限的反对称三阶张量的导数来表示。从以上的讨论可以得出以下几点结论：① 场方程(1)式的左端 T^{ik} 在局部惯性系中是一个守恒量；② 这个守恒量可以通过受限的反对称三阶张量的导量来表示；③ 这个受限的反对称三阶张量 $h_0^{k(il)}$ 正是场方程右端曲率张量 R^{ik} 在局部惯性系中的必然结果。

当坐标系由局部惯性系转变到实际的弯曲时-空坐标系时，正如(4)式所指出的，这时物质的能量-动量张量 T^{ik} 不再是一个守恒量，T^{ik} 的普通导数不再等于零，这时物质源不可能是孤立的，它的周围必然还存在有周围产生的引力场所必须赋予的能量。一旦当坐标系转入局部惯性系时，则有：$T^{ik}\to\widetilde{T}^{ik}$，所产生的引力场及其能量都不存在了。因此，可以将 T^{ik} 表示为两项之和，即

$$T^{ik}=\widetilde{T}^{ik}+t^{ik} \tag{13}$$

式中 $\widetilde{T}^{ik}$ 是局部惯性系中显示的纯物质的能量-动量张量，而 t^{ik} 则是由时-空弯曲所产生的引力场的能量-动量密度，由(11)式与场方程(1)，得出

$$(-g)\widetilde{T}^{ik}=-\frac{\partial}{\partial x^{l}}\left\{\frac{c^4}{16\pi G}\left[\frac{\partial}{\partial x^{m}}(-g)(g^{ik}g^{lm}-g^{il}g^{km})\right]\right\}$$

$$(-g)(t^{ik}+\widetilde{T}^{ik})=(-g)T^{ik}=-\frac{c^4}{8\pi G}(-g)\left(R^{ik}-\frac{1}{2}g^{ik}R\right) \tag{14}$$

根据等效原理，引力场的能量-动量密度正好是上两式之差所给出的结果。

$$\begin{aligned}t^{ik}&=T^{ik}-\widetilde{T}^{ik}\\&=-\frac{c^4}{8\pi G}\left(R^{ik}-\frac{1}{2}g^{ik}R\right)+\frac{1}{(-g)}\frac{\partial}{\partial x^{l}}\left\{\frac{c^4}{16\pi G}\left[\frac{\partial}{\partial x^{m}}(-g)(g^{ik}g^{lm}-g^{il}g^{km})\right]\right\}\end{aligned} \tag{15}$$

(15)式给出的结果与 Landau 和 Hans 两人给出的 t^{ik} 完全一样[5,6]。而这里的(15)式则是严格按等效原理给出的结果。在此基础上，根据(15)式 Landau 和 Hans 给出了如下关于 t^{ik} 的显式[5,6]

$$\begin{aligned}t^{ik}=\frac{c^4}{16\pi G(-g)}\Big\{&\eta^{lk}_{,l}\eta^{lm}_{,m}-\eta^{lk}_{,l}\eta^{km}_{,m}+\frac{1}{2}g^{ik}g_{lm}\eta^{ln}_{,p}\eta^{pm}_{,n}-\\&(g^{il}g_{mn}\eta^{kn}_{,p}\eta^{mp}_{,l}+g^{kl}g_{mn}\eta^{in}_{,p}\eta^{mp}_{,l})+g_{lm}g^{np}\eta^{il}_{,n}\eta^{km}_{,p}+\\&\frac{1}{8}(2g^{il}g^{km}-g^{ik}g^{lm})(2g_{np}g_{qr}-g_{pq}g_{nr})\eta^{nr}_{,l}\eta^{pq}_{,m}\Big\}\end{aligned} \tag{16}$$

其中，$\eta^{nm}\equiv\sqrt{-\eta g^{nm}}$，若用 Christoffel 记号表示，则有

$$\begin{aligned}t^{ik}=\frac{c^4}{16\pi G}\{&(2\Gamma^{n}_{lm}\Gamma^{p}_{np}-\Gamma^{n}_{lp}\Gamma^{p}_{np}-\Gamma^{n}_{ln}\Gamma^{p}_{mp})(g^{il}g^{km}-g^{ik}g^{lm})+\\&g^{il}g^{mn}(\Gamma^{k}_{lp}\Gamma^{p}_{mn}+\Gamma^{k}_{lp}\Gamma^{p}_{mn}-\Gamma^{k}_{ln}\Gamma^{p}_{np}-\Gamma^{k}_{lm}\Gamma^{p}_{np})+\\&g^{kl}g^{mn}(\Gamma^{k}_{lp}\Gamma^{p}_{mn}+\Gamma^{k}_{mn}\Gamma^{p}_{lp}-\Gamma^{i}_{np}\Gamma^{p}_{lm}-\Gamma^{i}_{lm}\Gamma^{p}_{np})+\\&g^{lm}g^{np}(\Gamma^{i}_{ln}\Gamma^{k}_{mp}-\Gamma^{i}_{lm}\Gamma^{k}_{np})\}\end{aligned} \tag{17}$$

可以看出无论是由(16)式还是由(17)式所给出的引力场的能量-动量密度表示都