

河北省高等教育自学考试指定教材

经济数学基础

梁建英 米立民 主编



科学出版社

河北省高等教育自学考试指定教材

经济数学基础

梁建英 米立民 主编

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书是根据教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会制订的“关于经济管理类本科数学基础课程教学基本要求”和河北省高等教育自学考试委员会、河北省农业厅联合下发的“关于开考高等教育自学考试投资管理专业（独立本科阶段）的通知”精神编写的。内容包括一元函数微积分和概率论与数理统计基础，其中一元函数微积分部分有：函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分；概率论与数理统计基础部分有：随机事件及其概率、随机变量及其概率分布、随机变量的数字特征、数理统计基本概念和参数估计。各章后配有适量的习题，书末附有习题参考答案。

本书可作为高职高专、成人教育经济数学课程教材，也可作为实际工作者的自学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础/梁建英, 米立民主编. —北京: 科学出版社, 2015. 1
河北省高等教育自学考试指定教材
ISBN 978-7-03-042825-7

I. ①经… II. ①梁… ②米… III. ①经济数学-高等学校-教材
IV. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 301039 号

责任编辑: 王胡权 / 责任校对: 邹慧卿
责任印制: 霍 兵 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号
邮政编码: 100717
<http://www.sciencep.com>

北京市文林印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 4 月第 一 版 开本: 720×1000 1/16
2015 年 4 月第一次印刷 印张: 18
字数: 362 880

定价: 35.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

经济数学基础是经济管理类等各专业的基础课程之一,这门课程的思想和方法,是人类文明发展史上理性智慧的结晶.它不仅提供了解决实际问题的有力数学工具,同时还给学生提供一种思维的训练,有助于提高学生的综合素质和创新能力,并为经济管理类各专业学习专业课程提供必需的数学知识.

本书是根据教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会制订的“关于经济管理类本科数学基础课程教学基本要求”和河北省高等教育自学考试委员会、河北省农业厅联合下发的“关于开考高等教育自学考试投资管理专业(独立本科阶段)的通知”精神编写的.内容包括一元函数微积分和概率论与数理统计基础,其中一元函数微积分部分有:函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分;概率论与数理统计基础部分有:随机事件及其概率、随机变量及其概率分布、随机变量的数字特征、数理统计基本概念和参数估计.各章后配有适量的习题,书末附有习题参考答案.

本书在内容处理上尽量使概念、理论与方法易于学生接受.在不影响本学科的系统性、科学性的前提下,简化和略去了某些结论冗繁的推导或仅给出直观解释.并注重知识的来龙去脉、概念的产生背景.在例题与习题的配置上注意到了学习难度的循序渐进,通过这些练习,使学生掌握《经济数学基础》的基本知识,并能够利用相关知识解决实际工作中的一些基本问题.本书适合读者自学,并为读者进一步掌握相关领域的知识奠定基础.

由于编者水平有限,本书难免会有疏漏和不足之处,我们衷心希望得到专家、学者和读者的批评指正,使本书在教学实践中不断完善和改进.

编 者

2014 年 9 月

目 录

前言

第一章 函数	1
§1.1 实数集	1
一、实数及其性质	1
二、实数的绝对值及其基本性质	1
三、区间与邻域	2
四、平均值不等式	3
§1.2 函数的概念	3
一、函数概念	3
二、反函数	7
三、复合函数	8
§1.3 具有特殊性质的函数	9
一、单调函数	9
二、有界函数	9
三、奇函数与偶函数	10
四、周期函数	11
§1.4 初等函数	11
一、基本初等函数	11
二、初等函数	14
§1.5 经济学中的常用函数	15
一、需求函数与供给函数	15
二、成本函数、收入函数与利润函数	17
习题一	19
第二章 极限与连续	22
§2.1 数列的极限	22
一、数列及数列极限的概念	22
二、收敛数列的性质	26
三、数列极限的四则运算法则	27

四、数列极限的存在准则	28
§2.2 函数的极限	31
一、当 $x \rightarrow \infty$ (或 $+\infty, -\infty$) 时函数 $f(x)$ 的极限	31
二、当 $x \rightarrow x_0$ (或 x_0^+, x_0^-) 时函数 $f(x)$ 的极限	33
* 三、各类极限的精确定义	35
四、函数极限的性质和运算法则	36
五、两个重要极限	40
六、连续复利	43
§2.3 无穷小量与无穷大量	44
一、无穷小量与无穷大量	44
二、无穷小量的性质	46
三、无穷小量阶的比较	47
§2.4 函数的连续性	49
一、函数连续与间断的概念	49
二、间断点的分类	52
三、连续函数的运算法则	53
四、闭区间上连续函数的性质	54
五、利用函数的连续性求极限	55
习题二	56
第三章 导数与微分	61
§3.1 导数的概念	61
一、引例	61
二、导数的定义	62
三、导数的几何意义	65
四、可导与连续的关系	66
§3.2 导数的基本公式和求导法则	68
一、函数四则运算的求导法则	68
二、反函数的求导法则	70
三、基本求导公式	71
四、复合函数的求导法则	72
五、取对数求导法	73
六、隐函数的求导法	74
§3.3 高阶导数	75

§3.4 微分	76
一、微分的定义	76
二、微分的几何意义	79
三、微分的基本公式与运算法则	79
四、微分形式的不变性	80
五、微分在近似计算中的应用	81
§3.5 导数在经济分析中的应用	82
一、边际分析	82
二、弹性分析	84
习题三	86
第四章 微分中值定理与导数的应用	90
§4.1 微分中值定理	90
一、罗尔定理	90
二、拉格朗日中值定理	91
三、柯西中值定理	92
§4.2 洛必达法则	94
§4.3 函数的单调性与极值	98
一、函数的单调性的判定法	98
二、函数的极值	99
§4.4 函数的最值	102
§4.5 函数的凸性与拐点	104
§4.6 函数作图	107
一、曲线的渐近线	107
二、函数图形的作法	109
习题四	111
第五章 不定积分	114
§5.1 不定积分的概念及性质	114
一、原函数的概念	114
二、不定积分的概念及性质	115
三、不定积分的几何意义	117
四、不定积分的运算法则	117
§5.2 不定积分的基本公式	118
§5.3 不定积分的换元积分法	120

一、第一换元积分法	120
二、第二换元积分法	125
§5.4 不定积分的分部积分法	130
习题五	134
第六章 定积分	137
§6.1 定积分概念	137
一、引例	137
一、定积分的定义	142
三、关于可积的条件	143
§6.2 定积分的基本性质	143
§6.3 微积分基本定理	145
一、直线运动中路程函数与速度函数之间的联系	145
二、积分上限函数及原函数存在性定理	145
三、牛顿-莱布尼茨公式	148
§6.4 定积分的换元积分法	150
§6.5 定积分的分部积分法	153
§6.6 定积分的应用	155
一、建立定积分数学模型的微元法	155
二、平面图形的面积	156
三、旋转体的体积	158
四、定积分在经济中的简单应用	161
§6.7 广义积分	162
一、无穷区间上的广义积分	162
二、无界函数的广义积分	164
* 三、 Γ 函数	166
习题六	166
第七章 随机事件及其概率	171
§7.1 随机事件及其关系和运算	171
一、随机事件和基本事件空间	171
二、事件间的关系和运算	173
三、事件的运算律	175
§7.2 随机事件的概率及其性质	176
一、事件的概率	176

二、概率的性质	181
§7.3 条件概率、乘法公式及事件的独立性	182
一、条件概率	182
二、乘法公式	184
三、事件的独立性	185
§7.4 全概率公式与贝叶斯公式	187
一、全概率公式	187
二、贝叶斯公式	189
§7.5 独立试验序列概型	190
一、试验的独立性	190
二、 n 重独立重复试验概率的计算	191
习题七	192
第八章 随机变量及其概率分布	195
§8.1 随机变量	195
§8.2 离散型随机变量	196
一、离散型随机变量及其分布	196
二、两个重要的离散型分布	198
§8.3 随机变量的分布函数	202
§8.4 连续型随机变量	204
一、密度函数	204
二、密度函数与分布函数关系	205
三、常见的连续型随机变量的分布	208
§8.5 随机变量函数的分布	213
一、离散型随机变量函数的分布	213
二、连续型随机变量函数的分布	214
三、有关正态分布函数的分布	216
§8.6 多维随机变量及其联合分布	216
一、多维随机变量	216
二、二维随机变量的联合分布函数	217
三、二维随机变量的边缘分布函数	217
习题八	218
第九章 随机变量的数字特征	221
§9.1 随机变量的数学期望	221

一、离散型随机变量的数学期望	221
二、连续型随机变量的数学期望	224
三、数学期望的简单性质	227
四、随机变量函数的期望	228
§9.2 随机变量的方差及其性质	230
一、方差的概念	230
二、方差的简单性质	235
三、其他数字特征	235
习题九	236
第十章 数理统计基本概念和参数估计	239
§10.1 数理统计的基本概念	239
一、总体与个体	239
二、简单随机样本	240
三、样本均值与方差	241
四、样本矩	242
§10.2 常见统计量的分布	242
一、统计量	242
二、几个常见统计量的分布	243
§10.3 由样本认识总体分布	245
一、离散型总体	245
二、连续型总体	246
* 三、经验分布函数	249
§10.4 参数估计的点估计	249
一、参数的矩法估计	250
二、极大似然估计	251
三、点估计量的优劣标准	252
§10.5 参数的区间估计	254
一、区间估计的概念	254
二、正态总体参数的区间估计	257
习题十	260
习题参考答案	262
参考文献	274
附录 重要分布表	275

第一章 函 数

在自然科学、工程技术和某些社会科学中,函数是被广泛应用的数学概念之一,也是微积分这门课程的主要研究对象.本课程讨论的是定义在实数集上的函数,为此,我们先简要叙述实数的有关概念.

§1.1 实 数 集

从历史上看,人们先认识有理数,不过在公元前古希腊时期就已经发现正方形对角线的长与其边长之比是不能用有理数来表示的,提出了“无理数”的存在.但有关实数的理论却直到 19 世纪末,为奠定微积分基础的需要时才完整地建立起来.

一、实数及其性质

在中学数学中,我们已经知道实数包括有理数和无理数,有理数是可以表示为分数 $\frac{p}{q}$ (p, q 为整数, $q \neq 0$) 的数,也可用有限十进位小数或无限十进位循环小数来表示;而无限十进位不循环小数则为无理数.全体实数构成的集合称为**实数集**,记为 $\mathbf{R}$;全体有理数构成的集合称为**有理数集**,记为 $\mathbf{Q}$.

实数集与数轴上的所有点一一对应,即每一实数都对应数轴上唯一的一个点,反之,数轴上的每一点也都唯一地代表一个实数.在本书以后的叙述中,常把“实数 a ”与“数轴上的点 a ”这两种说法看成具有相同的含义.并把全体非负整数(即自然数)的集合记作 $\mathbf{N}$,全体整数的集合记作 $\mathbf{Z}$.有时我们还在表示数集的字母的右上方加上“+”“-”等上标来表示该数集的几个特定子集.以实数集为例, $\mathbf{R}^+$ 表示全体正实数之集; $\mathbf{R}^-$ 表示全体负实数之集.其他数集的情况类似,不再赘述.

二、实数的绝对值及其基本性质

实数 x 的绝对值 $|x|$ 定义为

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

在数轴上表示点 x 与原点之间的距离.其基本性质如下:

- (1) $|x| \geq 0$;
- (2) $\sqrt{x^2} = |x|$;

$$(3) |-x| = |x|;$$

$$(4) -|x| \leq x \leq |x|;$$

(5) 设 $a > 0$, 则

$$\{x \mid |x| < a\} = \{x \mid -a < x < a\}, \quad \{x \mid |x| > a\} = \{x \mid x < -a \text{ 或 } x > a\}$$

式中 “ $<$ ” “ $>$ ” 改为 “ $\leq$ ” “ $\geq$ ” 同样成立;

$$(6) ||x| - |y|| \leq |x \pm y| \leq |x| + |y| (y \in \mathbf{R}, \text{下同});$$

$$(7) |xy| = |x||y|;$$

$$(8) \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} (y \neq 0).$$

三、区间与邻域

在微积分中最常用的实数集是区间和邻域.

1. 区间

区间包括四种有限区间和五种无限区间. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a < b$, 则四种有限区间为

开区间 $(a, b) = \{x \mid a < x < b, x \in \mathbf{R}\}$, 如图 1-1(a) 所示;

闭区间 $[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b, x \in \mathbf{R}\}$, 如图 1-1(b) 所示;



图 1-1

左开右闭区间 $(a, b] = \{x \mid a < x \leq b, x \in \mathbf{R}\}$;

左闭右开区间 $[a, b) = \{x \mid a \leq x < b, x \in \mathbf{R}\}$.

五种无限区间为

$$(-\infty, b) = \{x \mid x < b, x \in \mathbf{R}\}$$

$$(-\infty, b] = \{x \mid x \leq b, x \in \mathbf{R}\}$$

$$(a, +\infty) = \{x \mid x > a, x \in \mathbf{R}\}$$

$$[a, +\infty) = \{x \mid x \geq a, x \in \mathbf{R}\}$$

$$(-\infty, +\infty) = \{x \mid x \in \mathbf{R}\} = \mathbf{R}$$

2. 邻域

当考虑某点附近的点所构成的集合时, 通常用邻域的概念来描述.

设 $x_0, \delta \in \mathbf{R}$, 且 $\delta > 0$, 开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$, 即集合 $\{x \mid |x - x_0| < \delta, x \in \mathbf{R}\}$ 称为点 x_0 的 δ 邻域(图 1-2), 点 x_0 称为邻域的中心, δ 称为邻域的半径.

点 x_0 的 δ 邻域内“挖去”点 x_0 后变为集合

$$\{x \mid 0 < |x - x_0| < \delta, x \in \mathbf{R}\} = (x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta)$$

称为点 x_0 的 δ 去心邻域(图 1-3).

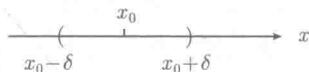


图 1-2

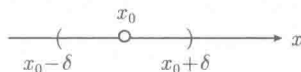


图 1-3

四、平均值不等式

设 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 是 n 个正数, 称 $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$, $\sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$ 分别为 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的算术平均值和几何平均值. 它们满足下述不等式:

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$$

等号仅当 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 全部相等时成立.

证明略.

§1.2 函数的概念

一、函数概念

定义 1.1 设 D 是非空实数集, 若对任意的 $x \in D$, 按照对应规则 f , 都有唯一确定的实数 y 与之对应, 则称 f 为定义在 D 上的一元实函数(习惯上也称 y 为 x 的函数), 简称为函数. 记作

$$y = f(x), \quad x \in D$$

其中 x 称为自变量, y 称为因变量, D 称为 f 的定义域, 也可记为 $D(f)$ 或 D_f .

函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的函数值记为 $f(x_0)$, 也可以记为 $y|_{x=x_0}$ 或简记为 $y(x_0)$. 全体函数值所构成的集合称为函数 f 的值域, 记为 $f(D)$ 或 R_f , 即

$$f(D) = R_f = \{f(x) \mid x \in D\}$$

注 (1) 表示函数的记号是可以任意选取的, 除了常用的 f , 还可使用其他的英文字母或希腊字母, 如 “ g ”、“ F ”、“ ϕ ” 等. 有时还用因变量的记号来表示函数, 即把函数记作 $y = y(x)$.

(2) 函数的定义域和对应规则是确定函数的两个要素. 两个函数相等是指它们的定义域相同, 对应规则也相同, 但对对应规则的表达形式或变量的记号可能不同. 例如,

$$f(x) = 1, \quad x \in \mathbf{R}, \quad g(x) = 1, \quad x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}, \quad h(x) = \sin^2 x + \cos^2 x, \quad x \in \mathbf{R}$$

其中 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是两个不同的函数, 而 $f(x)$ 与 $h(x)$ 是同一函数.

同样地, $y = f(x), x \in D$ 与 $y = f(t), t \in D$ 也是同一函数, 因为它们的定义域相同, 对应规则也相同, 只是变量采用的记号不同而已.

关于函数的定义域通常按以下两种情形来确定: 一种是对有实际背景的函数, 应根据问题的实际意义来确定; 另一种是对抽象地用解析式表达的函数, 约定其定义域是使表达式有意义的一切实数组成的集合. 在这种约定之下, 函数的定义域可省略不写, 而只用对应规则 f 来表示一个函数. 例如, 上述函数 $g(x) = 1, x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$, 一般表示成 $g(x) = x/x$. 不过要注意不是任意解析式都表示一个函数, 例如, $f(x) = \arcsin(x^2 + 2)$ 就不是函数.

函数的表示法主要有三种: (1) 表格法; (2) 图像法; (3) 解析法.

在解析法中, 根据函数的解析表达式的形式不同, 函数可分为显函数 (包括分段函数)、隐函数和参变量函数三种.

下面举几个函数的例子.

例 1.1 将边长为 a 的一块正方形铁皮, 四角各截去一个边长为 x 的小正方形, 然后将四边折起做成一个无盖的方盒. 所得方盒的容积 V 显然是 x 的函数

$$V = x(a - 2x)^2, \quad x \in \left(0, \frac{a}{2}\right)$$

函数 V 由 x 的解析表达式直接表示, 即等号一边是因变量的符号, 而另一边是只含有自变量的解析式子, 用这种方式表达的函数称为显函数.

例 1.2 某市的出租汽车公司执行的收费标准是: 2 公里以内起步价为 10 元, 超过 2 公里的部分每公里 2 元. 如果用 x 表示行驶的里程, y 表示出租费用, 则 y 是 x 的函数, 且

$$y = f(x) = \begin{cases} 10, & 0 < x \leq 2 \\ 10 + 2(x - 2), & x > 2 \end{cases}$$

以上函数的定义域 $D = (0, +\infty)$, 值域 $f(D) = [10, +\infty)$.

以上函数在其定义域的不同范围用不同的解析式来表达, 这种显函数通常称为分段函数. 分段函数是用几个式子来表示一个函数, 这在自然科学、工程技术和经济生活中经常会遇到.

例 1.3 绝对值函数

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

的定义域 $D = (-\infty, +\infty)$, 值域 $f(D) = [0, +\infty)$, 其图像如图 1-4 所示.

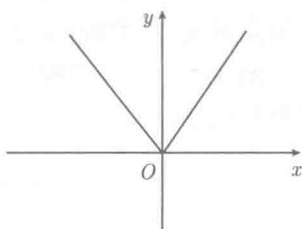


图 1-4

例 1.4 取整函数

$$y = [x] = n, \quad n \leq x < n+1, \quad n \in \mathbb{Z}$$

即 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 其图像如图 1-5 所示.

例 1.5 符号函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

其图像如图 1-6 所示.

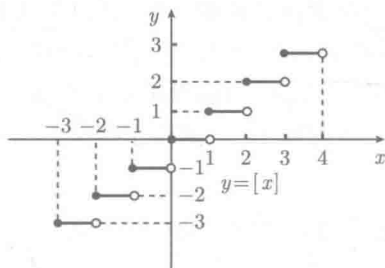


图 1-5

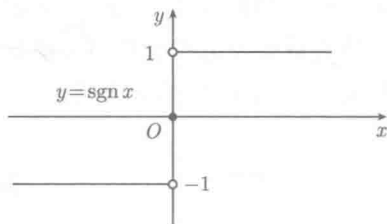


图 1-6

因为任取 $x \in \mathbb{R}$, 总有 $|x| = x \operatorname{sgn} x$, 所以 $\operatorname{sgn} x$ 起了 x 的符号的作用, 因此称为符号函数.

例 1.6 狄利克雷 (Dirichlet, 1805—1859, 德国数学家) 函数

$$y = D(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 是有理数} \\ 0, & x \text{ 是无理数} \end{cases}$$

前面所列举的函数都是直接用自变量的解析式 (可能不止一个) 来表示因变量. 如果自变量 x 与因变量 y 之间的函数关系 $y = f(x)$ 是由二元方程 $F(x, y) = 0$ 所

确定的, 其对应规则是不明显的, 它隐藏在方程 $F(x, y) = 0$ 中, 这样的函数称为隐函数.

一般情况下从方程 $F(x, y) = 0$ 中不易或无法解出 $y = f(x)$, 即隐函数不易或无法化为显函数. 有时虽能化为显函数, 但所确定的显函数可能不止一个, 因此用隐函数形式 (即方程) 表示更简单.

例 1.7 二元方程 $x^2 + y^2 = r^2$ 在 $[-r, r]$ 上确定两个隐函数, 它们化成的显函数形式是

$$y = y_1(x) = \sqrt{r^2 - x^2} \in [0, r]$$

与

$$y = y_2(x) = -\sqrt{r^2 - x^2} \in [-r, 0]$$

需要说明的是, 并非所有隐函数均可化为显函数.

例 1.8 二元方程 $e^x - e^y - xy = 0$ 所确定的隐函数, 不能化为显函数.

除了隐函数外, 一般在研究物体运动的轨迹时, 还常遇到参数方程

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \end{cases} \quad t \in [\alpha, \beta] \quad (1.1)$$

在式 (1.1) 中, 变量 x 和 y 都是变量 t (通常称为参变量或参数) 的函数, 如果把对应于同一个 t 值的 x 与 y 的值看成对应的, 这样就得到 x 与 y 之间的函数关系, 称此函数关系所表达的函数为由参数方程所确定的函数, 简称为参变量函数.

若能在式 (1.1) 中消去参数 t , 就可得到由参数方程 (1.1) 所确定的函数的显函数形式.

例 1.9 半径为 r 的圆的参变量函数为

$$\begin{cases} x = r \cos t, \\ y = r \sin t, \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

参数 t 表示 x 轴正向与射线 OP 的夹角, 如图 1-7 所示.

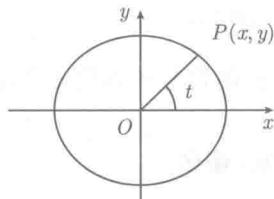


图 1-7

例 1.10 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的参数方程为

$$\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = b \sin t, \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

二、反函数

圆的周长 l 是半径 r 的函数:

$$l = 2\pi r, \quad r \in [0, +\infty)$$

对任意 $r \in [0, +\infty)$, 对应唯一一个周长 l . 如果互换自变量与因变量的位置, 则有

$$r = \frac{l}{2\pi}, \quad l \in [0, +\infty)$$

即对任意周长 $l \in [0, +\infty)$, 也对应唯一一个半径 r . 那么函数 $r = \frac{l}{2\pi}$ 就称为函数 $l = 2\pi r$ 的反函数.

定义 1.2 设函数 $y = f(x)$ 在 D 上有定义, 如果对每一个 $y \in f(D)$, 都有唯一一个确定的 $x \in D$, 使得 $y = f(x)$, 这是一个由 $f(D)$ 到 D 的新的对应关系, 按此对应关系得到一个定义在 $f(D)$ 上的函数, 称这个函数为 f 的反函数, 记作

$$x = f^{-1}(y), \quad y \in f(D)$$

由反函数的定义不难看到, 反函数 $x = f^{-1}(y)$ 的定义域和值域恰好是函数 $y = f(x)$ 的值域和定义域. 并且函数 $y = f(x)$ 与 $x = f^{-1}(y)$ 是互为反函数, 因此有

$$f^{-1}[f(x)] \equiv x, \quad x \in D(f) \quad \text{与} \quad f[f^{-1}(y)] \equiv y, \quad y \in f(D)$$

由于习惯上常用 x 表示自变量, y 表示因变量, 所以常把反函数改写成

$$y = f^{-1}(x) \textcircled{1}, \quad x \in f(D)$$

在同一直角坐标系中, $y = f(x)$ 与 $y = f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 如图 1-8 所示.

例 1.11 函数 $y = 2x - 3$ 的定义域是 $\mathbf{R}$, 值域也是 $\mathbf{R}$. 按照函数关系, 任取 $y \in \mathbf{R}$ (值域), 对应 $\mathbf{R}$ (定义域) 中唯一一个 $x = \frac{1}{2}(y + 3)$, 所以函数 $y = 2x - 3$ 的反函数是

$$y = \frac{1}{2}(x + 3), \quad x \in \mathbf{R}$$

例 1.12 求函数 $y = \log_4 2 + \log_4 \sqrt{x}$ 的反函数.

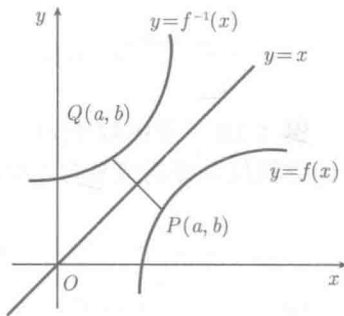


图 1-8

① 如无特殊声明, 凡提到的反函数都是指按习惯记法写出的反函数.