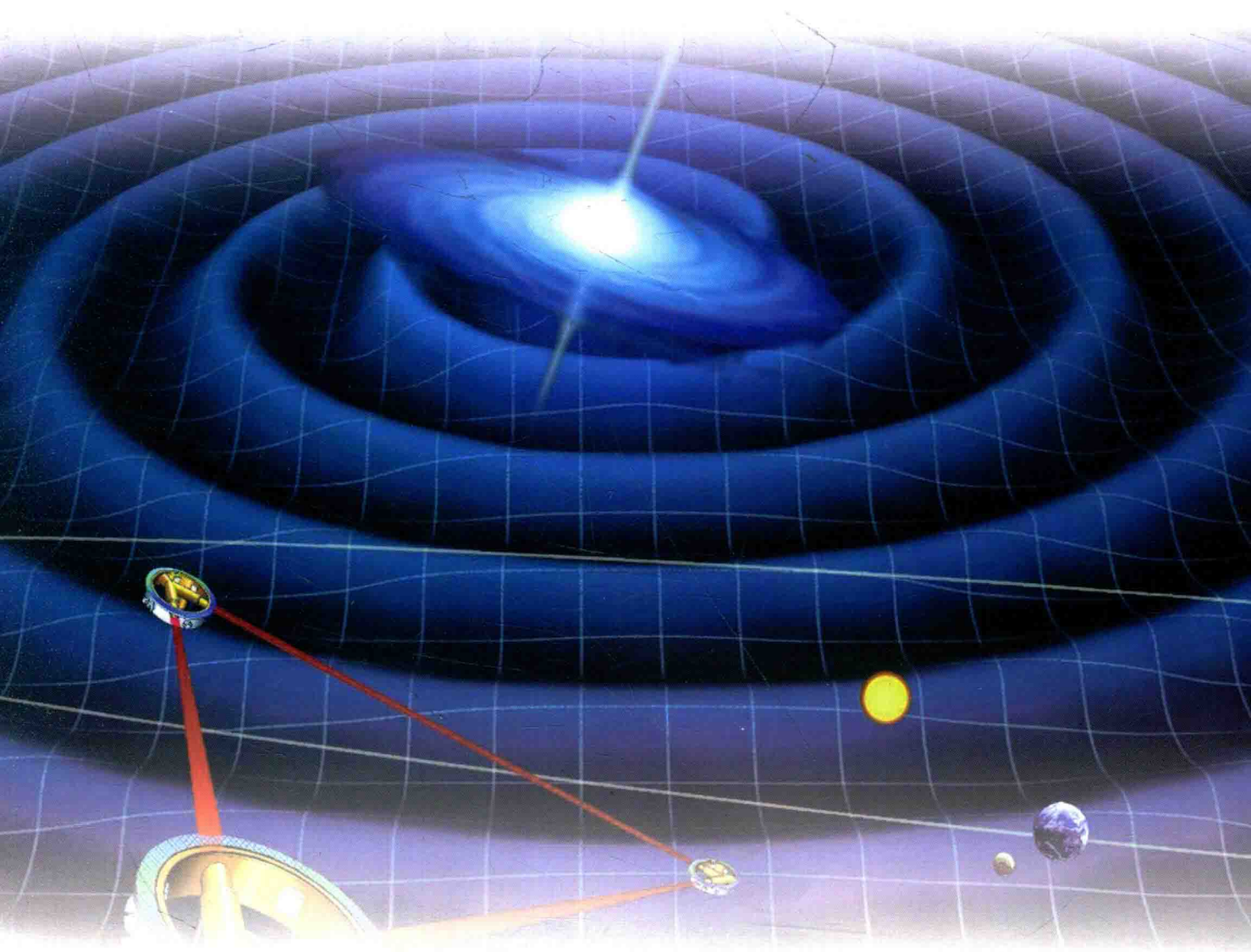


# 引力波<sup>的</sup>

## 三维模型与接收原理

王士珊 著



科学技术文献出版社  
SCIENTIFIC AND TECHNICAL DOCUMENTATION PRESS

# 引力波的三维模型与接收原理

王士珊 著



科学技术文献出版社  
SCIENTIFIC AND TECHNICAL DOCUMENTATION PRESS

· 北 京 ·

## 图书在版编目(CIP)数据

引力波的三维模型与接收原理 / 王士珊著. —北京: 科学技术文献出版社, 2016.4  
ISBN 978-7-5023-9804-0

I. ①引... II. ①王... III. ①引力波—理论研究 IV. ①P142.8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 023306 号

## 引力波的三维模型与接收原理

---

策划编辑: 周国臻 责任编辑: 隋 阳 周国臻 责任校对: 赵 瑗 责任出版: 张志平

出 版 者 科学技术文献出版社

地 址 北京市复兴路 15 号 邮编 100038

编 务 部 (010)58882938, 58882087 (传真)

发 行 部 (010)58882868, 58882874 (传真)

邮 购 部 (010)58882873

网 址 [www.stdp.com.cn](http://www.stdp.com.cn)

发 行 者 科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销

印 刷 者 虎彩印艺股份有限公司

版 次 2016 年 4 月第 1 版 2016 年 4 月第 1 次印刷

开 本 889×1194 1/16

字 数 407 千

印 张 14.5

书 号 ISBN 978-7-5023-9804-0

定 价 48.00 元

---



版权所有 违法必究

购买本社图书, 凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者, 本社发行部负责调换

# 前言

早在1918年,爱因斯坦就根据其广义相对论预言了引力波的存在。在广义相对论里可以证明,四维度规 $g_{\mu\nu}$ 的微小扰动 $\delta g_{\mu\nu}$ 在四维时空里是以波的形式传播的,传播速度刚好等于真空光速 $C$ 。因此在广义相对论里,通常把 $\delta g_{\mu\nu}$ 在四维时空里的传播叫作引力波。这就是引力波的四维模型。

按照广义相对论,宇宙天体的加速运动、超新星的爆发以及两颗中子星的碰撞等,都能激发起引力波。引力波传播到地球上,能造成地球上各处相对距离的微小变化。这种变化就是引力波所引起的真实的物理效应。笔者认为,还可以通过其他途径去探测引力波。本书目的,就是要提供一个探测引力波的新途径。

笔者已在本书中证明,在一般引力场里以下“四个三维论点”成立:

(1) 一般引力场对一般运动质点的三维作用力 $\mathbf{F}$ 的准确表示式可以表述为如下形式:

$$\mathbf{F} = m(c^2\mathbf{N}) + m\mathbf{u} \times (c^2\mathbf{K}) + mu^j W_{ij} \mathbf{e}^i.$$

式中 $m$ 是质点的运动质量, $m\mathbf{u}$ 是它的三维动量, $mu^j$ 是 $m\mathbf{u}$ 沿基矢量 $\mathbf{e}_j$ 的分量, $c$ 是回路平均光速。 $c^2\mathbf{N}$ 、 $c^2\mathbf{K}$ 、 $W_{ij}$ 是引力场强的3个分量。因 $c^2\mathbf{N}$ 对质点的作用方式与电场强度 $\mathbf{E}$ 对电荷的作用方式类似,故称 $c^2\mathbf{N}$ 为引力场的类电场强。因 $c^2\mathbf{K}$ 对质点的作用方式与磁感应强度 $\mathbf{B}$ 对电荷的作用方式类似,故称 $c^2\mathbf{K}$ 为引力场的类磁场强。 $W_{ij}$ 是由于三维度规 $\gamma_{ij}$ 随时间 $T$ 的变化而引起的( $W_{ij} = -\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial T}$ ),可称之为引力场的蠕动场强。

在通常情况下,上述公式右边第3项数值较小,可忽略不计。忽略这数值较小的第3项以后,上式与罗伦兹(Lorentz)力公式在形式上完全类似。上式叫作引力公式。

(2) 变化的 $\mathbf{K}$ 场(即 $\partial\mathbf{K}/\partial T \neq 0$ 的场)能在它邻近的空间里激发起涡旋 $\mathbf{N}$ 场,就像变化的磁场能在它邻近的空间里激发起涡旋电场一样。上面的陈述叫作 $\mathbf{K} \rightarrow \mathbf{N}$ 感应定律。

(3) 运动物质(即物质流)能在它邻近的空间里激发起涡旋 $\mathbf{K}$ 场,就像运动电荷(即电流)能在它邻近的空间里激发起涡旋磁场一样。上面的陈述叫作物质流的 $\mathbf{K}$ 场效应。

(4) 变化的 $\mathbf{N}$ 场(即 $\partial\mathbf{N}/\partial T \neq 0$ 的场)亦能在它邻近的空间里激发起涡旋 $\mathbf{K}$ 场,就像变化的电场亦能在它邻近的空间里激发起涡旋磁场一样。上面的陈述叫作 $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{K}$ 感应定律。

本书最后依据“四个三维论点”建立起引力波的三维模型,并提出新的引力波接收原理。现将“四个三维论点”的证明方法以及引力波的三维模型与新的引力波接收原理的主要内容概述如下。

## 一、三维理论

在三维空间里可以建立起由空间坐标系( $x^i$ )与时间坐标系( $t$ )构成的物理参照系( $t, x^i$ )。在物理参照系( $t, x^i$ )里,相对于纯空标变换

$$\begin{cases} t = \bar{t} \\ x^i = x^i(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \bar{x}^3) \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3)$$

具有张量性,且相对于纯时标变换

$$\begin{cases} t = t(\bar{t}, \bar{x}^1, \bar{x}^2, \bar{x}^3) \\ x^i = \bar{x}^i \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3)$$

具有不变性的物理量,叫作三维张量。由已知的三维张量出发,通过运算,能够得到新的三维张量的张量分析理论叫作三维张量分析。由三维张量与三维张量分析运算所组成的方程叫作三维张量方



程。以三维张量方程为基础，以三维张量分析为数学工具的物理学理论叫作三维理论。经典力学就是引入了“三个近似假设”的三维理论。

经典力学与爱因斯坦(Einstein)的相对论相比，是一个近似正确的物理学理论。笔者研究认为，经典力学近似性的原因，不是因为它是一个三维理论，而是因为它引入了“三个近似假设”。为了论证“四个三维论点”，本书所做的第一项准备工作，在存在引力场的三维空间里，初步建立起不包含“三个近似假设”的三维理论。

这里所说的三维理论与经典力学相同之处在于，仍把三维空间作为发生物理事件的舞台，而把时间作为描述运动变化的参量，从而保留了空间坐标与时间坐标在物理方程中的不同地位。与经典力学不同之处在于，放弃了经典力学的“三个近似假设”：

(1) 经典力学假定，存在以无限大速度传播的即时讯号。三维理论假定，真空中传播的光讯号最快。并且假定，在任一引力场里，真空光讯号沿任一无穷小闭合回路传播一周的回路平均光速，在忽略二级无穷小的情况下，恒等于麦克斯威(Maxwell)方程组中的常量 $c$ 。

(2) 经典力学假定，在一般参照系里，不同点上时间流逝的快慢都相同。三维理论假定，在一般参照系里，不同点上时间流逝的快慢可能不同。

(3) 经典力学假定，任一参照系的三维空间都是三维欧几里得(Euclid)空间。三维理论假定，一般参照系的三维空间是结构不稳定的三维黎曼(Riemann)空间。

在三维空间里建立物理学理论时，免不了要把邻近点上的两个量相加或相减。显然，只有把邻近点上同一时刻的两个量相加或相减才有意义。因此在三维空间里建立物理学理论时，必须引入邻近点上同时性的定义，并把这定义贯彻到所有有关邻近点上物理量的加、减运算之中。这是建立三维理论的关键。

本书1.2节引入了引力场里的回路平均光速假设。1.3节借助于上述假设引入了引力场里最简单的同时性定义。在不存在引力场的情况下，这定义与爱因斯坦在狭义相对论中引入的同时性定义一致，因此叫作爱因斯坦同时性定义。

在物理学里，当某一物理概念的定义可以在一定范围内任意约定时，人们总是选择其中最简单的定义，这就是所谓简单性原则。按照简单性原则，三维理论选择了爱因斯坦同时性定义。

本书第1章依据爱因斯坦同时性定义确定出表示参照系结构的参量，并借助于这些参量引入了物理参照系概念，作为三维理论的计量系统。在第2章与第3章里把爱因斯坦同时性定义贯彻到张量分析运算之中，建立起三维张量分析，作为三维理论的数学工具。在第5章里把爱因斯坦同时性定义贯彻到物理方程的建立之中，建立起质点及一般物质连续体的动量方程与能量方程，作为三维理论的基本方程。这样，便在存在引力场的三维空间里，初步建立起不包含“三个近似假设”的三维理论，完成了第一项准备工作。

由以上简要叙述可见，本书初步建立起来的所谓三维理论，不过是在三维空间里放弃了经典力学的“三个近似假设”，并把爱因斯坦同时性定义系统地贯彻到力学理论的各个方面所得到的某些结果而已。我们之所以把上述理论叫作三维理论，是因为它所建立的物理方程是三维张量方程。

## 二、三维理论与四维理论之间的关系

在四维时空里可以建立起物理坐标系( $x^\mu$ )。在物理坐标系( $x^\mu$ )里，相对于最一般的时空坐标变换式

$$x^\mu = x^\mu(\bar{x}^0, \bar{x}^1, \bar{x}^2, \bar{x}^3) \quad (\mu = 0, 1, 2, 3)$$

具有张量性的物理量，叫作四维张量。由已知的四维张量出发，通过运算，能够得到新的四维张量的张量分析理论叫作四维张量分析。由四维张量与四维张量分析运算所组成的方程叫作四维张量方程。以四维张量方程为基础，以四维张量分析为数学工具的物理学理论叫作四维理论。爱因斯坦的

广义相对论就是一个典型的四维理论。四维理论取得了举世瞩目的巨大成就，已成为表述物理定律的基本形式。

三维理论与四维理论都是关于空间、时间和物质运动的物理学理论。因此，两个理论之间必存在某种关系。为了论证“四个三维论点”，本书所做的第二项准备工作，是确定出三维理论与四维理论之间的以下3个关系：

(1) 四维理论在四维时空里建立起物理坐标系 $(x^\mu)$ 作为计量系统。三维理论在存在引力场的三维空间里建立起物理参照系 $(t, x^i)$ 作为计量系统。本书第6章证明了四维理论里的物理坐标系 $(x^\mu)$ 与三维理论里的物理参照系 $(t, x^i)$ 是一一对应的，并且求出了物理坐标系 $(x^\mu)$ 里某些四维几何量与对应物理参照系 $(t, x^i)$ 里的三维几何量之间的关系式。例如本书第6章求出了物理坐标系 $(x^\mu)$ 的四维度规 $g_{\mu\nu}$ 与对应物理参照系 $(t, x^i)$ 的时空度规 $\alpha$ 、 $\beta_i$ 、 $\gamma_{ij}$ 之间的关系式是：

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{g_{00}}, \\ \beta_i = -c^{-1}g_{0i}/g_{00}, \quad (i = 1, 2, 3) \\ \gamma_{ij} = g_{0i}g_{0j}/g_{00} - g_{ij}. \quad (i, j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

上式的逆式是

$$\begin{cases} g_{00} = \alpha^2, \\ g_{0i} = g_{i0} = -c\alpha^2\beta_i, \quad (i = 1, 2, 3) \\ g_{ij} = g_{ji} = c^2\alpha^2\beta_i\beta_j - \gamma_{ij}. \quad (i, j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

上述一一对应关系是联系三维理论与四维理论的第1个纽带。

(2) 四维理论在物理坐标系里引入四维张量来表示物理量。三维理论在物理参照系里引入三维张量来表示物理量。本书第7章指出：如果某物理对象在某物理坐标系 $(x^\mu)$ 里的动力学状态，可以用某四维张量表示，则该物理对象在该物理坐标系 $(x^\mu)$ 所对应的物理参照系 $(t, x^i)$ 里的动力学状态，可以用该四维张量在“相伴四轴系”上的投影表示。上述陈述指出了表示同一物理对象的四维张量与三维张量之间的关系，叫作物理量假设。物理量假设是联系三维理论与四维理论的第2个纽带。

(3) 四维理论在物理坐标系里构造出四维张量方程来表示物理过程。三维理论在物理参照系里构造出三维张量方程来表示物理过程。本书第8章指出：如果某物理过程在某物理坐标系 $(x^\mu)$ 里的动力学方程，可以用某四维张量方程表示，则该物理过程在该物理坐标系 $(x^\mu)$ 所对应的物理参照系 $(t, x^i)$ 里的动力学方程，可以用该四维张量方程的“三维表示式”表示。上述陈述指出了表示同一物理过程的四维张量方程与三维张量方程之间的关系，叫作物理方程假设。物理方程假设是联系三维理论与四维理论的第3个纽带。

### 三、“四个三维论点”的证明方法

有了三维理论以及三维理论与四维理论之间的3个关系，我们可以求出任何物理坐标系里任何四维张量方程的三维表示式，进而阐明该三维表示式在物理参照系里的物理意义。

本书第9章求出了四维测地线方程

$$\frac{d^2x^\mu}{ds^2} + \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \alpha\beta \end{matrix} \right\} U^\alpha U^\beta = 0 \quad (u = 0, 1, 2, 3)$$

的三维表示式，进而推出了引力公式。

本书第10章求出了降秩毕安齐 (Bianchi) 恒等式

$$(R^\lambda{}_{\lambda\nu\gamma})_\varepsilon + (R^\lambda{}_{\lambda\gamma\varepsilon})_\nu + (R^\lambda{}_{\lambda\varepsilon\nu})_\gamma = 0 \quad (\lambda, \nu, \gamma, \varepsilon = 0, 1, 2, 3)$$



的三维表示式,从而推出了 $\mathbf{K} \rightarrow \mathbf{N}$ 感应定律。

本书第11章求出了爱因斯坦引力场方程

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R = -\kappa T^{\mu\nu} \quad (\mu, \nu = 0, 1, 2, 3)$$

的三维表示式,从而推出了物质流的 $\mathbf{K}$ 场效应。

本书第12章引入了“引力场的辅助方程组假设”,进而推出了 $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{K}$ 感应定律。

## 四、引力波的三维模型与接收原理

依据 $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{K}$ 感应定律与 $\mathbf{K} \rightarrow \mathbf{N}$ 感应定律,很容易建立起引力波的三维模型。设想在某一空间区域里由于某种原因出现了变化的 $\mathbf{N}$ 场。按照 $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{K}$ 感应定律,这变化的 $\mathbf{N}$ 场将在它邻近的空间区域里激发起涡旋 $\mathbf{K}$ 场。按照 $\mathbf{K} \rightarrow \mathbf{N}$ 感应定律,这涡旋 $\mathbf{K}$ 场将在它邻近的空间区域里激发起涡旋 $\mathbf{N}$ 场。以此类推,便产生了由近及远、以有限速度在三维空间中传播的 $\mathbf{N} - \mathbf{K}$ 波。在三维理论里,引力场强的第三成分 $W_{ij}$ 的数值较小,通常可忽略不计。因此三维理论认为,所谓引力波,主要是 $\mathbf{N}$ 场、 $\mathbf{K}$ 场的扰动在三维空间中的传播而形成的 $\mathbf{N} - \mathbf{K}$ 波。这就是引力波的三维模型。

既然引力波主要是 $\mathbf{N}$ 场、 $\mathbf{K}$ 场的扰动在三维空间中的传播而形成的 $\mathbf{N} - \mathbf{K}$ 波,那就可以依据 $\mathbf{N}$ 场、 $\mathbf{K}$ 场对物质的作用来探测引力波。

在没有建筑物遮挡的地方,设置一只面积相当大、匝数相当多的巨型线圈。当巨型线圈平面平行于“外来引力波”(以下简称引力波)的 $\mathbf{N}$ 场振动面时,分析引力波的 $\mathbf{N}$ 场、 $\mathbf{K}$ 场对巨型线圈的作用。

先看引力波的 $\mathbf{N}$ 场对巨型线圈的作用。当引力波遇到巨型线圈时,线圈中的自由电子在引力波交变 $\mathbf{N}$ 场的作用下,将在其平衡位置附近振动,形成交变的感生电流。为了便于讨论,可以把巨型线圈的形状,看作是 $2n$ 个边的正多边形。考虑到巨型线圈的直径远小于引力波的波长,可以证明,上述正多边形的任意两个对应边上产生的感生电流的大小近似相等,在线圈内的方向相反,其代数和等于零。因此,引力波的 $\mathbf{N}$ 场不会在线圈内引起大于零的感生电流。

再看引力波的 $\mathbf{K}$ 场对巨型线圈的作用。在引力波行进的过程中,穿过线圈平面的“ $\mathbf{K}$ 力线”将发生周期性的变化。按照 $\mathbf{K} \rightarrow \mathbf{N}$ 感应定律,这周期性变化的 $\mathbf{K}$ 场能在线圈内激发起周期性变化的涡旋 $\mathbf{N}$ 场,而且这周期性变化的涡旋 $\mathbf{N}$ 场的强弱,与线圈的匝数及面积的乘积成正比。按照引力公式,这周期性变化的涡旋 $\mathbf{N}$ 场将驱动线圈内的自由电子振动,产生交变的感生电流或感生电动势。三维理论认为,这交变的感生电流或感生电动势正是引力波所引起的真实的物理效应,其中包含了引力波的许多信息。我们可以通过探测这感生电流或感生电动势来探测引力波。这就是三维理论的引力波接收原理。

很容易看出,三维理论的引力波与广义相对论的引力波是两个不同的概念,不应混为一谈。另外可以看出,三维理论的引力波接收原理有两个优点:

- (1) 在三维理论的情况下,我们所探测的是巨型线圈内的自由电子在引力波作用下的振动,而不是地面上两点之间的距离在引力波作用下的振动,可能比较灵敏。
- (2) 在三维理论的情况下,可以通过增加巨型线圈的面积与匝数,来增大线圈内被引力波激发的感生电流或感生电动势的强度,使它大于线圈内自由电子的“噪音强度”,从而为进一步放大感生电流或感生电动势提供了可能。

王士珊

2013年6月于烟台职业学院

# 目 录

|                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------|-----|
| 第 1 章 引力场里的物理参照系 .....                                    | 1   |
| 1.1 引力场里的空间坐标系 .....                                      | 1   |
| 1.2 引力场里的回路平均光速假设 .....                                   | 4   |
| 1.3 引力场里最简单的同时性定义 .....                                   | 7   |
| 1.4 引力场里的时间坐标系 .....                                      | 13  |
| 1.5 引力场里的物理参照系 运动标准钟的固有时假设 .....                          | 18  |
| 1.6 物理参照系判别定理 .....                                       | 20  |
| 1.7 时空度规 $\alpha$ 、 $\beta_i$ 、 $\gamma_{ij}$ 的变换方程 ..... | 23  |
| 第 2 章 物理参照系里的三维张量分析 .....                                 | 27  |
| 2.1 张量分量的代数运算 .....                                       | 27  |
| 2.2 标量场的偏微商与全微分 .....                                     | 29  |
| 2.3 张量分量场的偏微商与全微分 .....                                   | 31  |
| 2.4 矢量沿时间轴的平移操作 .....                                     | 33  |
| 2.5 标量场与张量分量场对时间 $T$ 的协变微商 .....                          | 36  |
| 2.6 矢量在无限二邻点间的同时性平移操作 .....                               | 39  |
| 2.7 标量场与张量分量场对空间坐标的同时性协变微商 .....                          | 43  |
| 2.8 矢量场的偏微商与全微分 .....                                     | 48  |
| 第 3 章 物理参照系里的三维张量分析(续) .....                              | 54  |
| 3.1 同时性梯度与同时性方向导数 .....                                   | 54  |
| 3.2 同时性散度与同时性面积分 .....                                    | 54  |
| 3.3 同时性旋度与同时性线积分 .....                                    | 57  |
| 3.4 三维轴矢量 $\mathbf{K}$ 远离事件同时性的定理 .....                   | 61  |
| 3.5 三维极矢量 $\mathbf{N}$ 时间均匀性定理 .....                      | 72  |
| 3.6 同时性曲率张量 $H^m_{ijk}$ 与同时性里奇张量 $\bar{H}_{ij}$ .....     | 75  |
| 3.7 同时性梯度、散度与旋度的公式 .....                                  | 78  |
| 第 4 章 几个具有特殊时空结构的物理参照系 .....                              | 81  |
| 4.1 惯性系 .....                                             | 81  |
| 4.2 匀速系 .....                                             | 83  |
| 4.3 匀速转动系 .....                                           | 86  |
| 4.4 加速系 .....                                             | 91  |
| 第 5 章 三维物理方程举例 .....                                      | 101 |
| 5.1 三维物理量数学表达式的同一性 .....                                  | 101 |
| 5.2 质点的动量方程与能量方程 .....                                    | 102 |
| 5.3 电荷守恒方程 .....                                          | 103 |
| 5.4 物质连续体的能量方程 .....                                      | 107 |



|                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------|-----|
| 5.5 物质连续体的动量方程 .....                                            | 109 |
| 5.6 小结 (第1章~第5章) .....                                          | 114 |
| <b>第6章 物理参照系与物理坐标系之间的一一对应关系</b> .....                           | 115 |
| 6.1 物理参照系与物理坐标系之间的一一对应关系 .....                                  | 115 |
| 6.2 某些四维几何量的三维表示式 .....                                         | 118 |
| <b>第7章 物理量假设</b> .....                                          | 123 |
| 7.1 四维速度与三维速度之间的关系 .....                                        | 123 |
| 7.2 四维协变张量在相伴协变四轴系上的投影 .....                                    | 124 |
| 7.3 四维逆变张量在相伴逆变四轴系上的投影 .....                                    | 129 |
| 7.4 物理量假设及其推论 .....                                             | 132 |
| <b>第8章 物理方程假设</b> .....                                         | 134 |
| 8.1 四维张量式的三维表示式 .....                                           | 134 |
| 8.2 四维张量方程的三维表示式 .....                                          | 137 |
| 8.3 物理方程假设 .....                                                | 138 |
| 8.4 小结 (第6章~第8章) .....                                          | 139 |
| <b>第9章 引力场对物质的三维作用力</b> .....                                   | 140 |
| 9.1 自由质点四维动力学方程的三维表示式 .....                                     | 140 |
| 9.2 引力场对自由质点的三维作用力与功率 .....                                     | 141 |
| 9.3 物质连续体四维动力学方程的三维表示式 .....                                    | 147 |
| 9.4 引力场对物质连续体的三维作用力密度与功率密度 .....                                | 147 |
| <b>第10章 <math>K \rightarrow N</math> 感应定律</b> .....             | 150 |
| 10.1 四维降秩黎曼张量 $R^\lambda_{\lambda\nu\gamma}$ 的三维表示式 .....       | 150 |
| 10.2 $K \rightarrow N$ 感应定律 .....                               | 154 |
| 10.3 $K$ 场散度公式 .....                                            | 157 |
| <b>第11章 物质流的 <math>K</math> 场效应</b> .....                       | 162 |
| 11.1 爱因斯坦引力场方程的三维表示式 .....                                      | 162 |
| 11.2 物质流的 $K$ 场效应 .....                                         | 163 |
| 11.3 耦合系数 $\kappa = 8\pi G/c^4$ 的证明 .....                       | 165 |
| <b>第12章 引力场的辅助方程组假设 <math>N \rightarrow K</math> 感应定律</b> ..... | 167 |
| 12.1 引力场的辅助方程组假设 $N \rightarrow K$ 感应定律 .....                   | 167 |
| 12.2 具有确定合理理解的引力场方程组 .....                                      | 169 |
| 12.3 小结 (第9章~第12章) .....                                        | 170 |
| <b>第13章 引力波的三维模型与接收原理</b> .....                                 | 171 |
| 13.1 引力波的三维模型 .....                                             | 171 |
| 13.2 引力波的接收原理 .....                                             | 173 |
| 13.3 小结 .....                                                   | 174 |
| <b>附录 A (1.3.20) 式的证明</b> .....                                 | 175 |
| <b>附录 B 偏微商 <math>\phi_{,T}</math> 是三维标量场的证明</b> .....          | 178 |

|                                                 |     |
|-------------------------------------------------|-----|
| 附录 C 同时性偏微商 $\phi_{;k}$ 是三维(0,1)阶张量分量场的证明 ..... | 180 |
| 附录 D (2.3.10)式~ (2.3.13)式的证明 .....              | 182 |
| 附录 E 四维里奇张量 $R_{\mu\nu}$ 的三维表示式 .....           | 184 |
| 附录 F 四维张量式 $(A^{\mu\nu})_{,\nu}$ 的三维表示式 .....   | 199 |
| 附录 G 四维张量式 $(G^\mu)_{,\nu}U^\nu$ 的三维表示式 .....   | 206 |
| 附录 H 谐和坐标条件的三维表示式 .....                         | 212 |
| 附录 I (13.1.4)式与(13.1.11)式的证明 .....              | 215 |
| 附录 J 主要符号及索引 .....                              | 217 |
| 参考文献 .....                                      | 219 |

# 第1章 引力场里的物理参照系

本章目的,一是在存在引力场的三维空间里引入最简单的同时性定义,二是借助于上述同时性定义确定出表示参照系结构的参量,并通过这些参量给出物理参照系的定义。

## 1.1 引力场里的空间坐标系

### 1.1.1 引力场里最一般的空间坐标系

爱因斯坦在讨论空间概念时写道<sup>[1]</sup>:将物体 $B, C, \dots$ 附加到物体 $A$ 上能够形成新的物体,就说我们延伸物体 $A$ 。我们能够延伸物体 $A$ ,使之与其他物体 $X$ 相接触。物体 $A$ 所有可延伸的总体,可称为“物体 $A$ 的空间”。在这个意义下我们不能抽象地谈论空间,而只能说“属于物体 $A$ 的空间”。

在物体 $A$ 的空间里,在点 $P$ 上放置一只钟,它所记录的是点 $P$ 的时间;在点 $Q$ 上放置一只钟,它所记录的是点 $Q$ 的时间。在物体 $A$ 的三维空间里,每一点上都有其特有的时间。在这个意义下,我们不能抽象地谈论时间,而只能谈论属于物体 $A$ 的空间里某一点的时间。物体 $A$ 的空间里所有各点时间的总体可称为物体 $A$ 的时间。

在物体 $A$ 的空间里,如果物体 $B$ 的位置随着当地时间的推移而变动,便说物体 $B$ 相对于物体 $A$ 在运动。在这个意义下,我们不能抽象地谈论物体的运动,而只能谈论一个物体相对于另一物体的相对运动。

为了描述物体之间的相对运动,可选择一假定不动的物体作参照,这样的物体叫作参照物体。参照物体的空间叫作参照空间。

为了能够用数字来标记事件发生的地点,可以在参照物体上建立一个三维空间坐标系。我们把最一般的三维空间坐标系理解为附着在参照物体上由三簇曲线构成的三维立体网络。该网络可随参照物体的运动而运动,随参照物体的变形而变形。只要网络不断裂,也不被压缩到同一簇曲线上互相缠绕,该网络便构成一个原则上可用的三维空间坐标系。三维立体网络上的每一结点,都由按序排列的3个数 $(x^1, x^2, x^3)$ 来标记,该标记叫作该结点的空间坐标。事件发生的地点,可以由事件发生点的3个空间坐标 $(x^1, x^2, x^3)$ 来标记。

### 1.1.2 空间坐标系的基矢量与度规张量

在空间坐标曲线 $x^1$ 上,由点 $P(x^1, x^2, x^3)$ 指向邻点 $P'(x^1 + \delta x^1, x^2, x^3)$ 的有向线段构成一个三维矢量,叫作 $P, P'$ 二邻点间的位矢,记为 $\overrightarrow{PP'}$ 或 $\delta \mathbf{L}$ 。位矢 $\overrightarrow{PP'}$ 或 $\delta \mathbf{L}$ 的模就是 $P, P'$ 二邻点间的距离或空间间隔。该空间间隔原则上可利用相对于空间坐标系 $(x^1, x^2, x^3)$ 为静止的标准尺测出。

在空间坐标曲线 $x^1$ 上,由点 $P(x^1, x^2, x^3)$ 指向邻点 $P'(x^1 + \delta x^1, x^2, x^3)$ 的位矢 $\delta \mathbf{L}$ 与空标之差 $\delta x^1$ 比值的极限,叫作空标曲线 $x^1$ 在点 $P$ 的协变基矢量,记为

$$\mathbf{e}_1 = \lim_{\delta x^1 \rightarrow 0} \frac{\delta \mathbf{L}}{\delta x^1}.$$

$\mathbf{e}_1$ 的模在数值上等于空标曲线 $x^1$ 上 $P(x^1, x^2, x^3)$ 与 $P'(x^1 + \delta x^1, x^2, x^3)$ 二邻点之间的空间间隔 $\delta L$ 与这两点之间空标之差 $\delta x^1$ 比值的极限。 $\mathbf{e}_1$ 的方向与空标曲线 $x^1$ 相切,且指向 $x^1$ 增加的方向。类似地可以定义空标曲线 $x^i$ 的协变基矢量:

$$\mathbf{e}_i = \lim_{\delta x^i \rightarrow 0} \frac{\delta \mathbf{L}}{\delta x^i}. \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.1.1)$$



利用协变基矢量 $e_i$ ，可以把点 $P(x^i)$ 指向邻点 $Q(x^i + dx^i)$ 的无穷小位矢 $d\mathbf{L}$ 表示为

$$d\mathbf{L} = dx^i e_i. \quad (1.1.2)$$

这里对哑标 $i$ 由1至3取和（下同）。

在空间坐标系 $(x^i)$ 里，无穷小矢量 $d\mathbf{r} = dr^i e_i$ 与 $d\mathbf{s} = ds^j e_j$ 的点积 $d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{s}$ 仍采用通常的定义，即把点积 $d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{s}$ 定义为

$$d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{s} = dr ds \cos \phi. \quad (1.1.3)$$

式中 $dr$ 、 $ds$ 分别是矢量 $d\mathbf{r}$ 、 $d\mathbf{s}$ 的模， $\phi$ 是 $d\mathbf{r}$ 与 $d\mathbf{s}$ 的夹角。

利用点积运算，位矢 $d\mathbf{L}$ 模的平方可以表示为

$$dL^2 = d\mathbf{L} \cdot d\mathbf{L} = dx^i e_i \cdot dx^j e_j = \gamma_{ij} dx^i dx^j. \quad (1.1.4)$$

式中 $\gamma_{ij}$ 的定义式是

$$\gamma_{ij} = e_i \cdot e_j = e_i e_j \cos \phi_{ij}. \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1.1.5)$$

这里， $e_i$ 、 $e_j$ 是协变基矢量 $e_i$ 、 $e_j$ 的模， $\cos \phi_{ij}$ 是 $e_i$ 、 $e_j$ 之间夹角的余弦。 $\gamma_{ij}$ 叫作空间坐标系 $(x^i)$ 的协变度规张量，简称协变度规。 $\gamma_{ij}$ 对下标 $i$ 、 $j$ 是对称的。

在现实的三维空间里，任一非零位矢 $d\mathbf{L}$ 模的平方都应大于零。由代数学知，协变度规 $\gamma_{ij}$ 必须满足的不等式是

$$\gamma_{11} > 0, \quad \begin{vmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{vmatrix} > 0, \quad \begin{vmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{vmatrix} > 0. \quad (1.1.6)$$

在空间坐标系 $(x^i)$ 的协变基矢量 $e_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )业也确定的情况下，由方程式

$$e_i \cdot e^j = \delta_i^j \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1.1.7)$$

所定义的量 $e^j$ ，叫作空间坐标系 $(x^i)$ 的逆变基矢量。式中 $\delta_i^j$ 是克罗内克尔(Kronecker)符号：

$$\delta_i^j = \begin{cases} 1, & (j = i) \\ 0, & (j \neq i) \end{cases} \quad (1.1.8)$$

(1.1.7)式表明，逆变基矢量 $e^j$ 与所有 $i \neq j$ 的协变基矢量 $e_i$ 正交，且 $e^j$ 的模和量纲等于 $e_j$ 的模和量纲的倒数。

在空间坐标系 $(x^i)$ 的逆变基矢量 $e^i$  ( $i = 1, 2, 3$ )业已确定的情况下，由方程式

$$\gamma^{ij} = e^i \cdot e^j \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1.1.9)$$

定义的量 $\gamma^{ij}$ ，叫作空间坐标系 $(x^i)$ 的逆变度规张量，简称逆变度规。

### 1.1.3 协变度规 $\gamma_{ij}$ 与逆变度规 $\gamma^{ij}$ 之间的关系

同一空间坐标系的协变基矢量 $e_1$ 、 $e_2$ 、 $e_3$ 与逆变基矢量 $e^1$ 、 $e^2$ 、 $e^3$ ，可借助于协变度规 $\gamma_{ij}$ 与逆变度规 $\gamma^{ij}$ 互相表示，例如

$$e^i = \gamma^{ij} e_j, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.1.10)$$

$$e_i = \gamma_{ij} e^j, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.1.11)$$

证明如下。

设协变基矢量 $e_i$ 可以用逆变基矢量 $e^k$ 表示为下面的线性组合：

$$e_i = a_{ik} e^k. \quad (1.1.12)$$

用 $e_j$ 点乘上式两边, 并利用(1.1.7)式得

$$e_i \cdot e_j = a_{ik} e^k \cdot e_j = a_{ik} \delta_j^k = a_{ij}.$$

另一方面由(1.1.5)式知:

$$e_i \cdot e_j = \gamma_{ij}.$$

以上两式的右边必须相等, 所以,

$$a_{ij} = \gamma_{ij}. \quad (1.1.13)$$

把(1.1.13)式代入(1.1.12)式可知, (1.1.11)式成立。同样方法可证(1.1.10)式成立。

把任意矢量 $u$ 表示为协变基矢量 $e_i$ 的线性组合得

$$u = u^i e_i. \quad (A)$$

这里 $u^i$ 叫作矢量 $u$ 的逆变分量。把任意矢量 $u$ 表示为逆变基矢量 $e^j$ 的线性组合得

$$u = u_j e^j. \quad (B)$$

这里 $u_j$ 叫作矢量 $u$ 的协变分量。矢量 $u$ 的逆变分量 $u^i$ 与协变分量 $u_j$ 可借助于协变度规 $\gamma_{ij}$ 与逆变度规 $\gamma^{ij}$ 互相表示, 证明如下。

把(1.1.11)式代入(A)式得

$$u = u^i \gamma_{ij} e^j. \quad (C)$$

(B)式、(C)式的右边必须相等, 所以,

$$u_j e^j = u^i \gamma_{ij} e^j.$$

用 $e_k$ 点乘上式两边, 并利用(1.1.7)式得

$$u_k = \gamma_{ik} u^i. \quad (k = 1, 2, 3) \quad (1.1.14)$$

这就是用逆变分量 $u^i$ 表示协变分量 $u_k$ 的公式。类似地可以推出用协变分量 $u_k$ 表示逆变分量 $u^i$ 的公式

$$u^i = \gamma^{ik} u_k. \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.1.15)$$

(1.1.14)式与(1.1.15)式所表示的运算, 称为指标的下降与上升。

矢量 $u = u^i e_i$ 与 $v = v^j e_j$ 的点积, 利用(1.1.5)式, 可以表示为下式:

$$\begin{aligned} u \cdot v &= (u^i e_i) \cdot (v^j e_j) \\ &= u^i v^j (e_i \cdot e_j) \\ &= u^i v^j \gamma_{ij}. \end{aligned}$$

再利用(1.1.14)式与(1.1.15)式, 可把点积 $u \cdot v$ 表示为以下几种不同形式:

$$\begin{aligned} u \cdot v &= u^i v^j \gamma_{ij} \\ &= u^i v_i \\ &= u_j v^j \\ &= u_i v_j \gamma^{ij}. \end{aligned} \quad (1.1.16)$$

最后, 我们来确定 $\gamma_{ij}$ 与 $\gamma^{ij}$ 之间的关系式。由(1.1.7)式知道:

$$e_i \cdot e^j = \delta_i^j.$$

另一方面, 利用(1.1.10)式、(1.1.11)式以及(1.1.7)式可有:

$$e_i \cdot e^j = \gamma_{ik} e^k \cdot \gamma^{jh} e_h = \gamma_{ik} \gamma^{jh} \delta_h^k = \gamma_{ik} \gamma^{jk}.$$

以上两式的右边必须相等, 所以,

$$\gamma_{ik} \gamma^{jk} = \delta_i^j. \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1.1.17)$$

即得协变度规 $\gamma_{ik}$ 与逆变度规 $\gamma^{jk}$ 之间的关系式。上式表明, 对称矩阵

$$(\gamma_{ij}) = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{bmatrix}$$

与

$$(\gamma^{ij}) = \begin{bmatrix} \gamma^{11} & \gamma^{12} & \gamma^{13} \\ \gamma^{21} & \gamma^{22} & \gamma^{23} \\ \gamma^{31} & \gamma^{32} & \gamma^{33} \end{bmatrix}$$

互为逆矩阵; 既可由 $\gamma_{ik}$ 求出 $\gamma^{jk}$ , 也可由 $\gamma^{jk}$ 求出 $\gamma_{ik}$ 。

### 1.1.4 表示空间坐标系结构的参量

空标曲线 $x^1$ 上无限二邻点 $P(x^1, x^2, x^3)$ 、 $P'(x^1 + \delta x^1, x^2, x^3)$ 之间的空间间隔 $\delta L$ , 与这两点之间的空标之差 $\delta x^1$ 比值的极限, 叫作空标曲线 $x^1$ 的“标度”, 记为

$$e_1 = \lim_{\delta x^1 \rightarrow 0} \frac{\delta L}{\delta x^1}.$$

类似地可定义空标曲线 $x^i$ 的标度:

$$e_i = \lim_{\delta x^i \rightarrow 0} \frac{\delta L}{\delta x^i}. \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.1.18)$$

比较(1.1.18)式、(1.1.1)式可知, 空标曲线 $x^i$ 的标度 $e_i$ 在数值上刚好等于协变基矢量 $e_i$ 的模。

空间坐标系在某点附近的结构, 主要由过该点的三根空标曲线的标度 $e_i$ 及其夹角 $\phi_{ij}$ 决定。由(1.1.5)式知,  $e_i$ 、 $\phi_{ij}$ 可完全由协变度规 $\gamma_{ij}$ 决定:

$$e_i = \sqrt{\gamma_{ii}}; \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.1.19)$$

$$\phi_{ij} = \arccos [\gamma_{ij} / (\sqrt{\gamma_{ii}} \sqrt{\gamma_{jj}})]. \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1.1.20)$$

## 1.2 引力场里的回路平均光速假设

为了后文讨论的需要, 本节指出引力场中的光讯号在邻近点间传播的基本规律, 将在1.3节利用光讯号给出引力场中邻近点间最简单的同时性定义。

### 1.2.1 标准钟

(1) 三维理论认为, 三维空间中的每一点上都有其特有的时间, 且不同点上时间流逝的快慢可能不同。为了测量引力场中某一点 $P$ 的时间, 可以在点 $P$ 上放置一只以“秒”为计时单位的钟。为使该钟能够与点 $P$ 相对静止, 必须对该钟施以机械作用力, 而机械作用力的出现, 可能会改变钟的结构与时率。



机械作用力对静止钟的影响,在理论上可以设法避免。例如,为了测量引力场中某点 $P$ 的时间,可在测量开始时,让第一只以“秒”为计时单位的钟来到点 $P$ ,与点 $P$ 相对静止且处于自由状态。经过一段时间以后,第一只钟有可能离开点 $P$ 。可以在第一只钟离开点 $P$ 的时刻,让第二只同样的钟来到点 $P$ 、与点 $P$ 相对静止且处于自由状态;第二只钟来到点 $P$ 时的指示,应刚好等于第一只钟离开时的指示。经过一段时间以后,第二只钟有可能离开点 $P$ 。可以在第二只钟离开点 $P$ 的时刻,让第三只同样的钟来“接替”它。可以重复“接替”操作,直到测时结束。最后一只钟的指示减去第一只钟来到点 $P$ 的指示,即是测出的时间间隔。因为每一只来到点 $P$ 的钟都处于自由状态,从而避免了机械作用力对钟的影响。

上述依次来到点 $P$ 、与点 $P$ 相对静止且处于自由状态的许多只钟的总体,等价于一只位于点 $P$ 且处于自由状态的钟。我们把它叫作位于点 $P$ 的标准钟。

(2) 三维理论认为,三维空间中的每一运动质点上都有其特有的时间,且不同运动质点上时间流逝的快慢可能不同。为了测量引力场中某运动质点 $S$ 上的时间,可以在质点 $S$ 上放置一只以“秒”为计时单位的钟。为使该钟能够与质点 $S$ 相对静止,必须对该钟施以机械作用力。而机械作用力的出现,可能会改变钟的结构与时率。

机械作用力对运动钟的影响,在理论上可以设法避免。例如,为了测量引力场中某运动质点 $S$ 上的时间,可在测量开始时,让第一只以“秒”为计时单位的钟来到质点 $S$ 处,与质点 $S$ 相对静止且处于自由状态。经过一段时间以后,第一只钟有可能离开质点 $S$ 。可以在第一只钟离开质点 $S$ 的时刻,让第二只同样的钟来到质点 $S$ 处、与质点 $S$ 相对静止且处于自由状态;第二只钟来到质点 $S$ 处的指示,应刚好等于第一只钟离开时的指示。经过一段时间以后,第二只钟有可能离开质点 $S$ 。可以在第二只钟离开质点 $S$ 的时刻,让第三只同样的钟来“接替”它。可以重复“接替”操作,直到测时结束。最后一只钟的指示减去第一只钟来到质点 $S$ 处的指示,即是测出的时间间隔。因为每一只来到质点 $S$ 处的钟都处于自由状态,从而避免了机械作用力对钟的影响。

上述依次来到质点 $S$ 处、与质点 $S$ 相对静止且处于自由状态的许多只钟的总体,等价于一只位于质点 $S$ 处且处于自由状态的钟。我们把它叫作位于质点 $S$ 处的标准钟。

标准钟概念是为了避免机械作用力对钟的影响而提出的理想化模型。在实际测量中,可以把原子钟看作是标准钟。

### 1.2.2 引力场里的回路平均光速假设

光讯号沿闭合回路传播一周所走过的路程 $\Delta L$ 与所花费的时间 $\Delta T$ 的比值,叫作回路平均光速,记为

$$c = \frac{\Delta L}{\Delta T}.$$

这里, $\Delta T$ 是位于观测点的同一只标准钟所指示的光讯号的返回时刻 $T_2$ 与出发时刻 $T_1$ 之差。

假定,在引力场的任一时空区域里,只要能够存在相对于空间坐标系保持静止的标准钟与标准尺,则真空中光讯号沿任何无穷小闭合回路传播一周的回路平均光速,在忽略高级无穷小的情况下恒等于麦克斯威方程组中的常量 $c$ , $c = 3 \times 10^8$ 米/秒。这一陈述叫作引力场里的回路平均光速假设<sup>①</sup>。

由回路平均光速假设出发,可推出以下两个定理。

**光讯号等程定理** 在引力场里,令光讯号 $\alpha$ 与 $\alpha'$ 先后由点 $A$ 出发,沿同一无穷小路径 $L_{AB}$ 先后传播到邻点 $B$ 。设光讯号 $\alpha$ 与 $\alpha'$ 由点 $A$ 出发时,位于点 $A$ 的标准钟 $S_A$ 的指示分别是 $T_A$ 与 $T'_A$ ,这

① 朗道在文献[2]中,引入了引力场里双程平均光速恒等于 $c$ 的假设,进而推出了空间间隔公式:

$$dL^2 = \gamma_{ij} dx^i dx^j = \left( \frac{g_{0i} g_{0j}}{g_{00}} - g_{ij} \right) dx^i dx^j.$$

朗道的这一假设和推导,对笔者启发很大,增强了笔者对于引力场里回路平均光速假设的信心。

里( $T'_A - T_A$ )是无穷小。设光讯号 $\alpha$ 与 $\alpha'$ 到达邻点 $B$ 时, 位于点 $B$ 的标准钟 $S_B$ 的指示分别是 $T_B$ 与 $T'_B$ , 如图1.1a所示, 则有:

$$T'_A - T_A = T'_B - T_B. \quad (1.2.1)$$

**证明** 设在点 $A$ 的 $T_A$ 时刻, 除了光讯号 $\alpha$ 以外, 还有光讯号 $\beta$ 亦由点 $A$ 出发。光讯号 $\beta$ 首先与光讯号 $\alpha$ 一起沿无穷小路径 $L_{AB}$ 于 $T_B$ 时刻到达点 $B$ , 再沿无穷小闭合回路 $\Delta L_B$ 传播一周并于 $T'_B$ 时刻回到点 $B$ , 最后沿无穷小路径 $L_{BA}$ 于 $T'_A$ 时刻回到点 $A$ , 如图1.1b所示。把回路平均光速假设应用于光讯号 $\beta$ 沿无穷小闭合回路 $\Delta L_B$ 的传播, 得

$$T'_B - T_B = \Delta L_B / c.$$

把回路平均光速假设应用于光讯号 $\beta$ 沿无穷小闭合回路 $L_{AB} + \Delta L_B + L_{BA}$ 的传播, 得

$$T'_A - T_A = (L_{AB} + \Delta L_B + L_{BA}) / c.$$

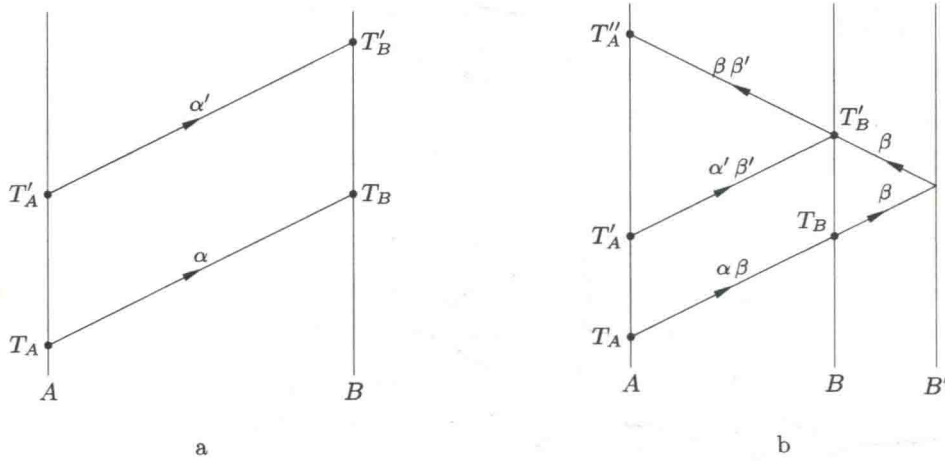


图 1.1

再设在点 $A$ 的 $T'_A$ 时刻, 除了光讯号 $\alpha'$ 以外还有光讯号 $\beta'$ 亦由点 $A$ 出发。光讯号 $\beta'$ 首先与 $\alpha'$ 一起沿无穷小路径 $L_{AB}$ 于 $T'_B$ 时刻到达点 $B$ , 再与光讯号 $\beta$ 一起沿无穷小路径 $L_{BA}$ 于 $T''_A$ 时刻回到点 $A$ , 如图1.1b所示。把回路平均光速假设应用于光讯号 $\beta'$ 沿无穷小闭合回路 $L_{AB} + L_{BA}$ 的传播, 得

$$T''_A - T'_A = (L_{AB} + L_{BA}) / c.$$

由以上3式消去 $T''_A$ 可知, (1.2.1)式成立。

**光讯号相遇定理** 在引力场里, 由任一点 $A$ 同时出发、沿不同的无穷小路径传播的光讯号 $\alpha$ 与 $\alpha'$ , 在邻点 $B$ 相遇的充要条件是

$$L_{AB} = L'_{AB}. \quad (1.2.2)$$

这里 $L_{AB}$ 是光讯号 $\alpha$ 由点 $A$ 到点 $B$ 所经路径之长,  $L'_{AB}$ 是光讯号 $\alpha'$ 由点 $A$ 到点 $B$ 所经路径之长(图1.2)。

**证明** 如图1.2所示, 设光讯号 $\alpha$ 与 $\alpha'$ 由点 $A$ 同时出发后, 光讯号 $\alpha$ 沿无穷小路径 $L_{AB}$ 传播到点 $B$ , 再沿无穷小路径 $L_{BA}$ 反射回点 $A$ , 光讯号 $\alpha'$ 沿无穷小路径 $L'_{AB}$ 传播到点 $B$ , 亦沿无穷小路径 $L_{BA}$ 反射回点 $A$ 。记光讯号 $\alpha$ 与 $\alpha'$ 由点 $A$ 出发的时刻为 $T_{A1}$ 。光讯号 $\alpha$ 传播到点 $B$ 的时刻为 $T_B$ , 反射回点 $A$ 的时刻为 $T_{A2}$ ; 光讯号 $\alpha'$ 传播到点 $B$ 的时刻为 $T'_B$ , 反射回点 $A$ 的时刻为 $T'_{A2}$ 。

把回路平均光速假设应用于光讯号 $\alpha$ 沿无穷小闭合回路 $L_{AB} + L_{BA}$ 的传播, 得

$$T_{A2} - T_{A1} = (L_{AB} + L_{BA}) / c.$$

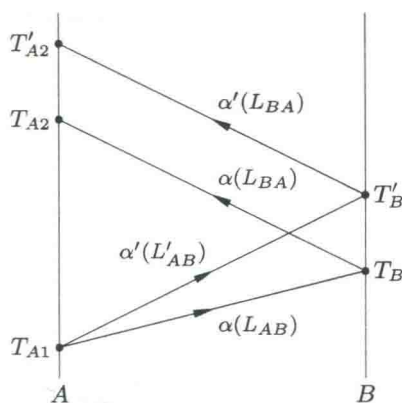


图 1.2

把回路平均光速假设应用于光讯号 $\alpha'$ 沿无穷小闭合回路 $L'_{AB} + L_{BA}$ 的传播, 得

$$T'_{A2} - T_{A1} = (L'_{AB} + L_{BA})/c.$$

以上两式相减, 得

$$T'_{A2} - T_{A2} = (L'_{AB} - L_{AB})/c. \quad (1.2.3)$$

把光讯号等程定理应用于光讯号 $\alpha$ 与 $\alpha'$ 由点B到点A的传播, 得

$$T'_B - T_B = T'_{A2} - T_{A2}. \quad (1.2.4)$$

由(1.2.3)式、(1.2.4)式消去 $(T'_{A2} - T_{A2})$ , 得

$$T'_B - T_B = (L'_{AB} - L_{AB})/c. \quad (1.2.5)$$

由(1.2.5)式可见, 如果光讯号 $\alpha$ 与 $\alpha'$ 在点B相遇, 亦即 $T'_B = T_B$ , 则 $L'_{AB} = L_{AB}$ , 必要性得证. 反之, 如果 $L'_{AB} = L_{AB}$ , 则 $T'_B = T_B$ , 表明光讯号 $\alpha$ 与 $\alpha'$ 在点B相遇, 充分性得证.

### 1.3 引力场里最简单的同时性定义

在引力场的点A上固定一只标准钟 $S_A$ , 可以指示点A的各个时刻. 在邻点B上固定一只标准钟 $S_B$ , 可以指示点B的各个时刻. 于是可以提出以下2个问题:

- (1) 点B的 $T_B$ 时刻“同时于”点A的哪一时刻?
- (2) 点A的 $T_A$ 时刻“同时于”点B的哪一时刻?

这就是所谓A、B两邻点上的同时性问题.

早在狭义相对论建立初期, 爱因斯坦就明确指出<sup>[3]</sup>:

- (1) 单程速度的测量与不同地点的同时性定义之间存在着逻辑循环.
- (2) 为了打破这一循环, 爱因斯坦强调, 我们必须给不同地点之间的同时性下定义.

(3) 爱因斯坦指出: “对于同时性的定义仅有一个要求, 那就是在每一个实际情况中这个定义必须为我们提供一个实验方法来判断所规定的概念是否真被满足.”

理论物理学的百年发展表明, 上述爱因斯坦的意见1与意见2, 至今仍是无可争议的, 只是意见3需做两点补充:

- 1) 同时性的定义除了必须满足爱因斯坦所提出的要求以外, 还必须与因果律相容.
- 2) 为了方便应用, 异地邻近事件之间的同时性定义还应具有“对称性”与“传递性”.

下面来确定因果律对同时性定义的限制, 以及要求异地邻近事件之间的同时性具有对称性与传递性对同时性定义的限制.