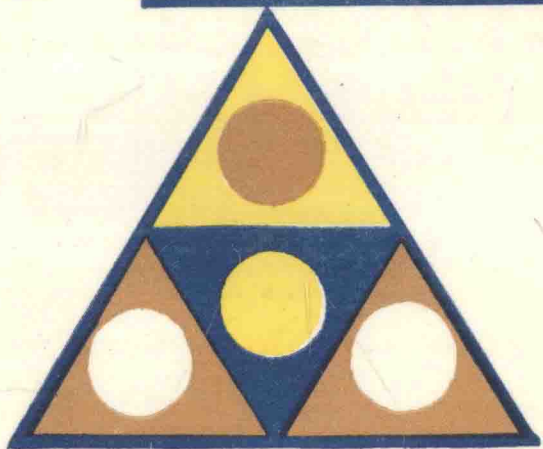


小·学数学

巧妙解法



200例



翟连林 姚兴耕 匡金龙 编著

小学数学

巧妙解法200例

翟连林

姚兴耕

匡金龙

编著

北京教育出版社

小学数学巧妙解法 200 例

Xiaoxue shuxue qiaomiao Jiefa erbaili

翟连林 姚兴耕 匡金龙 编著

*

北京教育出版社出版

(北京北三环中路6号)

邮政编码: 100011

北京出版社总发行

新华书店北京发行所经销

香河县第二印刷厂印刷

*

787×1092 毫米 32 开本 5.25 印张

1990 年 4 月第 1 版 1996 年 5 月第 9 次印刷

印数 241001—261000

ISBN 7-5303-0158-6

G·114 定价: 5.20 元

前 言

我们遵循现行《小学数学教学大纲》的要求和小学数学课本的内容,编写了这本《小学数学巧妙解法200例》。

本书可供小学高年级学生自学复习用,也可供小学教师教学参考用,还可供学生家长辅导孩子用。

全书内容分为整数和小数、分数和百分数、形体知识、比例和方程、其它等五部分。每部分由若干例题组成。每个例题从一般解法和巧妙解法两方面进行了启发性指导。每部分均配有适量练习。书后附有答案,供练习时参考。在编写中,我们注重了选择例题的典型性和趣味性,解题思路的广阔性和巧妙性,解题方法的规范性和独特性,以有助于培养少年儿童全面考虑问题的方法,从而开拓他们的思路,启迪他们的思维,激发他们学习数学的兴趣。

在本书编写过程中,姚建洪同志提供了部分材料,董春容、董春琴、王学东、郭玉兰四位同志帮助绘图与核算,在此一并致谢。

由于我们的水平有限,书中的缺点、错误在所难免,敬请广大读者批评指正。

编 者

1989年2月

目 录

第一部分

整数和小数..... (1)

练习一..... (25)

第二部分

分数和百分数..... (28)

练习二..... (86)

第三部分

形体知识..... (91)

练习三..... (116)

第四部分

比例和方穩..... (119)

练习四..... (132)

第五部分

其它..... (134)

练习五..... (150)

练习答案..... (153)

第一部分

整数和小数

例1 计算 $125+125+125+125+125+125+125+120$

【一般解法】

$$\begin{aligned}& 125+125+125+125+125+125+125+120 \\&= 125 \times 7 + 120 \\&= 875 + 120 \\&= 995\end{aligned}$$

【巧妙解法一】

$$\begin{aligned}& 125+125+125+125+125+125+125+120 \\&= 125 \times 8 - 5 \\&= 1000 - 5 \\&= 995\end{aligned}$$

【巧妙解法二】

$$\begin{aligned}& 125+125+125+125+125+125+125+120 \\&= 120 \times 8 + 5 \times 7 \\&= 960 + 35 \\&= 995\end{aligned}$$

例2 计算 $9+99+999+9999$

【一般解法】 (略)

【巧妙解法】从9里拿出三个1, 分别与99、999、9999组成整十、整百、整千, 然后再相加。

$$\begin{aligned}& 9+99+999+9999 \\&= (9-3)+(99+1)+(999+1)+(9999+1)\end{aligned}$$

$$= 6 + 100 + 1000 + 10000$$

$$= 11106$$

例3 1969、1979、1989、1999、2009这五个数的和是多少？

【一般解法】（略）

【巧妙解法】仔细观察这些数可知，1969比1989少20，1979比1989少10；而1999比1989多10，2009比1989多20。因此1989正好是这五个数的平均数（移多补少），所以这五个数的和是：

$$1989 \times 5 = 9945$$

例4 $2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 100 = ?$

【一般解法】（略）

【巧妙解法一】用“（首项数+末项数） $\times$ 项数 $\div 2$ ”的方法来求。

$$2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 100$$

$$= (2 + 100) \times 50 \div 2$$

$$= 2550$$

【巧妙解法二】观察下面的计算结果，可知：

$$2 = 1 \times 2$$

$$2 + 4 = 2 \times 3$$

2个

$$2 + 4 + 6 = 3 \times 4$$

3个

$$2 + 4 + 6 + 8 = 4 \times 5$$

4个

$$2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 100 = 50 \times 51$$

50个

$$= 2550$$

例5 计算 $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 1989$

【一般解法】 (略)

【巧妙解法】

$$\text{由 } 1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2 \cdots \cdots$$

可知 $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 1989$

$$= 995^2 = 990025$$

例6 计算 $(1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 1989) - (2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 1988)$

【一般解法】 (略)

【巧妙解法一】

$$(1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 1989) - (2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 1988)$$

$$= (1 + 1989) \times 995 \div 2 - (2 + 1988) \times 994 \div 2$$

$$= 995 \times 995 - 995 \times 994$$

$$= 995 \times (995 - 994)$$

$$= 995$$

【巧妙解法二】

$$(1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 1989) - (2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 1988)$$

$$= 1 + (3 - 2) + (5 - 4) + (7 - 6) + (9 - 8) + \cdots + (1989 - 1988)$$

$$= 1 + \underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + 1 \cdots + 1}_{994 \text{ 个 } 1}$$

$$= 1 + 994$$

$$= 995$$

例7 将 $287 + 1354 = 1641$ 进行验算。

【一般解法】 利用“加减法各部分之间的关系”进行验算。
一个加数=和-另一个加数。

$$1641 - 1354 = 287$$

$$(\text{或 } 1641 - 287 = 1354)$$

【巧妙解法一】 运用“弃九验算法”验算。]

$$287 + 1354 = 1641$$

$$8 + 4 = 12$$

$$\underbrace{3}_{3} = 3 \quad \text{则 } 287 + 1354 = 1641$$

【巧妙解法二】 运用“各位数字累次相加的方法”验算。

$$287 \quad + \quad 1354 \quad = 1641$$

$$2 + 8 + 7 = 17 \quad 1 + 3 + 5 + 4 = 13 \quad 1 + 6 + 4 + 1 = 12$$

$$1 + 7 = 8 \quad 1 + 3 = 4 \quad 1 + 2 = 3$$

$$\underbrace{8 + 4}_{8 + 4} = 12$$

$$1 + 2 = 3$$

因为 $3 = 3$ 所以 $287 + 1354 = 1641$

例8 计算 72×77

【一般解法】 (略)

【巧妙解法】

$$72 \times 77$$

$$= 8 \times 9 \times 7 \times 11$$

$$= 8 \times 7 \times (9 \times 11)$$

$$= 56 \times 99$$

$$= 56 \times (100 - 1)$$

$$= 5600 - 56$$

$$= 5544$$

例9 计算 125×31

【一般解法】 (略)

【巧妙解法】

$$\begin{aligned} & 125 \times 31 \\ &= 125 \times (32 - 1) \\ &= 125 \times 8 \times 4 - 125 \\ &= 1000 \times 4 - 125 \\ &= 4000 - 125 \\ &= 3875 \end{aligned}$$

例10 $19.9 \times 25 = ?$

【一般解法】 (略)

【巧妙解法】 把19.9看作 $(20 - 0.1)$ ，计算比较简便。

$$\begin{aligned} & 19.9 \times 25 \\ &= (20 - 0.1) \times 25 \\ &= 500 - 2.5 \\ &= 497.5 \end{aligned}$$

(同样， 20.1×25 ，可看作 $(20 + 0.1) \times 25$ ，这样计算就比较简便。)

例11 $88 \times 0.125 = ?$

【一般解法】 (略)

【巧妙解法一】 把88分成 $80 + 8$ ，然后分别与0.125相乘。

$$\begin{aligned} & 88 \times 0.125 \\ &= (80 + 8) \times 0.125 \\ &= 80 \times 0.125 + 8 \times 0.125 \\ &= 11 \end{aligned}$$

【巧妙解法二】 把0.125化作 $\frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$ ，再相乘。

$$88 \times 0.125$$

$$= 88 \times \frac{1}{8}$$

$$= 11$$

【巧妙解法三】 把88分解成 8×11 。

$$88 \times 0.125$$

$$= 11 \times (8 \times 0.125)$$

$$= 11$$

例12 计算① $91 \times 15 \times 37$

$$\textcircled{2} 91 \times 21 \times 37$$

$$\textcircled{3} 91 \times 27 \times 37$$

【一般解法】 (略)

【巧妙解法】 因为 $91 \times 37 \times 3 = 10101$ ，所以，

$$\textcircled{1} 91 \times 15 \times 37$$

$$= (91 \times 37 \times 3) \times 5$$

$$= 10101 \times 5$$

$$= 50505$$

$$\textcircled{2} 91 \times 21 \times 37$$

$$= (91 \times 37 \times 3) \times 7$$

$$= 70707$$

$$\textcircled{3} 91 \times 27 \times 37$$

$$= (91 \times 37 \times 3) \times 9$$

$$= 90909$$

例13 $32 \div 6 \div 3 \times 9 = ?$

【一般解法】

$$32 \div 6 \div 3 \times 9$$

$$\approx 5.333 \div 3 \times 9$$

$$\approx 1.778 \times 9$$

$$= 16.002$$

【巧妙解法】

$$32 \div 6 \div 3 \times 9$$

$$= 32 \times 9 \div 6 \div 3$$

$$= 288 \div 6 \div 3$$

$$= 16$$

从上面的运算可以看出：乘除混合运算式题，可按运算顺序计算，若得数是近似值时，可改变一下运算顺序，则往往会求出准确的得数。

例14 计算 3333×3333

【一般解法】（略）

【巧妙解法】

$$3333 \times 3333$$

$$= 1111 \times (3 \times 3333)$$

$$= 1111 \times 9999$$

$$= 1111 \times (10000 - 1)$$

$$= 11110000 - 1111$$

$$= 11108889$$

例15 计算 $1999 + 999 \times 999$

【一般解法】

$$1999 + 999 \times 999$$

$$= 1999 + 998001$$

$$= 1000000$$

【巧妙解法】

$$1999 + 999 \times 999$$

$$= 1000 + 999 + 999 \times 999$$

$$=1000+999 \times (999+1)$$

$$=1000+999 \times 1000$$

$$=1000 \times (1+999)$$

$$=1000000$$

例16 计算 $11.8 \times 43 - 86 \times 0.9$

【一般解法】 (略)

【巧妙解法】

$$11.8 \times 43 - 86 \times 0.9$$

$$=11.8 \times 43 - 43 \times 2 \times 0.9$$

$$=11.8 \times 43 - 43 \times 1.8$$

$$=43 \times (11.8 - 1.8)$$

$$=43 \times 10$$

$$=430$$

例17 $4.7 \times 0.25 + 7.3 \div 4$

【一般解法】

$$4.7 \times 0.25 + 7.3 \div 4$$

$$=1.175 + 1.825$$

$$=3$$

【巧妙解法】 0.25 化成分数是 $\frac{1}{4}$ ，一个数乘以 $\frac{1}{4}$ 就是一个数除以4。所以 $4.7 \times 0.25 = 4.7 \div 4$ 。

$$4.7 \times 0.25 + 7.3 \div 4$$

$$=4.7 \div 4 + 7.3 \div 4$$

$$= (4.7 + 7.3) \div 4$$

$$=12 \div 4$$

$$=3$$

例18 计算 $1988 \times 19891989 - 1989 \times 19881988$

【一般解法】 求出前后两个乘法算式的积，再相减。（解法略）

【巧妙解法】

$$19891989 = 1989 \times 10001$$

$$19881988 = 1988 \times 10001$$

由此可得到如下的巧妙解法：

$$1988 \times 19891989 - 1989 \times 19881988$$

$$= 1988 \times 1989 \times 10001 - 1989 \times 1988 \times 10001$$

$= 0$ （减号前后都是三个相同数相乘，所以不必算出结果，可直接得 0）

例19 有一个果园原有苹果树125棵，桃树89棵。今年又栽了42棵苹果树和42棵桃树。请问，现在这个果园里两种果树相差多少棵？

【一般解法】 果园里原有苹果树125棵，又栽了42棵，一共是 $125 + 42 = 167$ 棵；原有桃树89棵，又栽了42棵，一共是 $89 + 42 = 131$ 棵。由此可求出两种果树相差的棵数。

$$(125 + 42) - (89 + 42)$$

$$= 167 - 131$$

$$= 36 \text{ (棵)}$$

【巧妙解法】 因为果园里今年栽的苹果树和桃树的棵数同样都是42棵，所以果园里两种果树相差的棵数仍然是原来果园里两种果树相差的棵数。即是

$$125 - 89 = 36 \text{ (棵)}$$

答：现在这个果园里两种果树相差36棵。

例20 两城相距930千米，客、货两车同时从两城相向开出，经过6小时相遇。客车平均每小时行80千米，货车平均每小时行多少千米？

【一般解法】 求出货车行的路程之后，再求货车的速度。

$$\begin{aligned}& (930 - 80 \times 6) \div 6 \\&= (930 - 480) \div 6 \\&= 75 \text{ (千米)}\end{aligned}$$

【巧妙解法】 先求出客车和货车的速度和，再用速度和减去客车的速度，所得的差就是货车的速度。

$$\begin{aligned}& 930 \div 6 - 80 \\&= 155 - 80 = 75 \text{ (千米)}\end{aligned}$$

答：货车平均每小时行75千米。

例21 学校组织学生参观展览会，三年级去150人，四年级去的比三年级的2倍少20人，两个年级共去多少人？

【一般解法】 分别算出三、四年级的人数，再求总人数。

$$\begin{aligned}& 150 \times 2 - 20 + 150 \\&= 280 + 150 \\&= 430 \text{ (人)}\end{aligned}$$

【巧妙解法】 假设四年级去的人数正好是三年级去的2倍，那末，两个年级一共去的人数正好相当于三年级人数的3倍，但四年级去的人数比三年级人数的2倍少20人，所以两个年级一共去的人数应比三年级人数的3倍少20人。

$$\begin{aligned}& 150 \times 3 - 20 \\&= 450 - 20 \\&= 430 \text{ (人)}\end{aligned}$$

答：两个年级共去430人。

例22 10千克砂糖的价钱相当于1.6千克茶叶的价钱，如果4元钱可买5千克砂糖，那末16元钱可买多少千克茶叶？

【一般解法】 先求出10千克砂糖的价钱是 $4 \div 5 \times 10 = 8$

元。这个价钱也是1.6千克茶叶的价钱。由此可求出每千克茶叶的价钱是 $8 \div 1.6 = 5$ 元，从而求得16元钱可买茶叶的千克数。

$$\begin{aligned} & 16 \div (4 \div 5 \times 10 \div 1.6) \\ &= 16 \div 5 \\ &= 3.2 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

【巧妙解法一】 从4元钱可买5千克砂糖可知，8元钱可买10千克砂糖，也就是可买1.6千克茶叶，因此16元钱可以买 $1.6 \times 2 = 3.2$ 千克茶叶。

$$\begin{aligned} & 1.6 \times (16 \div 8) \\ &= 1.6 \times 2 \\ &= 3.2 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

【巧妙解法二】 由4元钱可买5千克砂糖可知，16元钱可买20千克砂糖。因为10千克砂糖的价钱与1.6千克茶叶的价钱相等，所以20千克砂糖的价钱可买茶叶 $1.6 \times 2 = 3.2$ 千克。

$$\begin{aligned} & 1.6 \times (20 \div 10) \\ &= 1.6 \times 2 \\ &= 3.2 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

答：16元钱可以买3.2千克茶叶。

例23 有两瓶葡萄糖溶液，第一瓶装400毫升，第二瓶装160毫升。如果第一瓶里每分钟倒出15毫升溶液到第二瓶里，问几分钟后，这两瓶葡萄糖溶液的量会相等？

【一般解法】 要求问题，就要知道第一瓶里的溶液倒出多少毫升两瓶溶液才相等，这就需要知道两瓶溶液达到相等时，每瓶各装多少毫升。因为两瓶倒出倒入，但溶液的总重量却是不变，所以在两瓶溶液相等时，每瓶各有 $(400 + 160) \div 2 = 280$ 毫升，于是问题可解。

$$\begin{aligned}
& [400 - (400 + 160) \div 2] \div 15 \\
& = [400 - 280] \div 15 \\
& = 120 \div 15 \\
& = 8 \text{ (分钟)}
\end{aligned}$$

【巧妙解法】 由条件可知，两瓶溶液的量相差 $400 - 160 = 240$ 毫升，要使两瓶溶液的量相等，只要把相差的溶液数量一分为二，即第一瓶里需倒出 $240 \div 2 = 120$ 毫升到第二瓶里，则两瓶溶液量就可相等，由此可得下列解法：

$$\begin{aligned}
& (400 - 160) \div 2 \div 15 \\
& = 8 \text{ (分钟)}
\end{aligned}$$

答：8 分钟后，两瓶溶液会相等。

例24 挖一条500米长的水渠，10天挖了全长的一半，照这样计算，挖完这条水渠共需多少天？

【一般解法】 要求挖完这条水渠共需多少天，必须求出一天能挖多少米。根据题意，10天挖了全长的一半，即 $500 \div 2 = 250$ （米），则每天挖了 $250 \div 10 = 25$ （米）。由此可求得挖完这条水渠共需的天数。

$$\begin{aligned}
& 500 \div (500 \div 2 \div 10) \\
& = 500 \div 25 \\
& = 20 \text{ (天)}
\end{aligned}$$

【巧妙解法】 10天挖了全长的一半，剩下的一半照这样的速度挖，也同样需要10天。由此可求出挖完这条水渠共需的天数。

$$10 \times 2 = 20 \text{ (天)}$$

答：挖完这条水渠共需20天。

例25 把鸡和兔都放在一起，共有48个头、114只脚。问鸡兔各有几只？