

# 机械工人 常用计算手册

JIXIE GONGREN  
CHANGYONG JISUAN SHOUC

第3版

何建民 编著



 机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



# 机械工人常用计算手册

第3版

何建民 编著



机械工业出版社

本书从代数、几何和三角函数及其一般应用方法谈起,介绍了工艺计量计算和普通工件的结构要素计算;对冷作加工中的展开和下料、齿轮类和螺纹工件的综合计算、工件的检测计算等都作了重点叙述。全书以机械加工多工种所涉及的通用性计算为主,同时对基础性和常规性计算也作了必要的讲解。

这次修订加强了机械工人计算资料和一般应用计算,并对螺纹类、齿轮类等有关计算进行了进一步讲解,同时增添了“典型工件特殊加工计算”以及“工艺尺寸和尺寸链”两章,意在提高当代新型技工的知识层面,丰富操作者计算水平和加工能力。

本书适于初级、中级和高级机械工人阅读,也可供一般技术人员使用。

## 图书在版编目(CIP)数据

机械工人常用计算手册/何建民编著. —3版. —北京:  
机械工业出版社, 2011. 10

ISBN 978-7-111-50979-0

I. ①机… II. ①何… III. ①金属切削—计算方法—  
技术手册 IV. ①TG501—62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 170863 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:曲彩云 责任编辑:曲彩云 责任校对:刘怡丹

封面设计:马精明 责任印制:乔宇

北京铭成印刷有限公司印刷

2015 年 11 月第 3 版·第 1 次印刷

169mm×239mm·27 印张·523 千字

0001—3000 册

标准书号:ISBN 978-7-111-50979-0

定价:69.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线:010-88361066

机工官网:www.cmpbook.com

读者购书热线:010-68326294

机工官博:weibo.com/cmp1952

010-88379203

金书网:www.golden-book.com

策划编辑:010-88379782

教育服务网:www.cmpedu.com

封面无防伪标均为盗版

# 前 言

当今新型机械工人，不但在操作技能方面需要熟练，对理论计算也要有一定的认识。本书编写的目的，就在于使学习和经常运用有关计算的技工，能掌握这些专业知识，更好地为生产服务。

本书注重了基础性计算和通用性计算的有机结合，并且在突出和贯穿机械加工各种计算的同时，还对操作中的一些要领与注意事项等技术关键都适当地作了说明，以便于读者在学习和实际操作中应用。考虑到单件加工和大批量加工的不同特点，在介绍常规性计算的同时，许多处还不同程度地叙述了一些特殊情况下的计算，以满足不同加工条件的需要。这次修订对以上编写思路作了增强。

在编写过程中，我们追求实用和实效，加强内容的充实和提高，力求拓宽读者的知识面和创新思维，希望本书能对读者有相应的帮助。限于作者水平，书中难免有不足之处甚至错误的地方，望广大读者给予批评指正。

编 者

# 目 录

## 前言

## 第一章 数学基础和一般应用

### 方法 ..... 1

#### 第一节 常用代数计算 ..... 1

##### 一、代数计算和相互间关系 ..... 1

##### 二、数的计算 ..... 4

##### 三、 $\pi$ 的计算 ..... 7

#### 第二节 三角函数常识 ..... 7

##### 一、直角三角形及其六种三角函数 ..... 8

##### 二、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 的三角函数值及其关系式 ..... 9

##### 三、应用三角函数计算直角三角形的一般方法 ..... 10

#### 第三节 常用几何定理 ..... 13

##### 一、计算长度的几何定理 ..... 13

##### 二、常用计算角度的几何定理 ..... 14

##### 三、应用几何定理求算尺寸的一般方法 ..... 15

##### 四、几何图形计算 ..... 21

## 第二章 机械工人计算资料 ..... 25

#### 第一节 工艺计量计算 ..... 25

##### 一、斜孔类工件尺寸计算 ..... 25

##### 二、坐标尺寸公差的计算 ..... 27

##### 三、对称平面和圆柱中心平面距离计算 ..... 29

##### 四、直线与圆弧面交点尺寸计算 ..... 29

##### 五、V 形块支承范围和 V 形槽角度计算 ..... 30

##### 六、利用 V 形块找工件圆心

##### 计算 ..... 30

##### 七、三爪自定心卡盘装夹工件计算 ..... 31

##### 八、圆周长和弧长计算 ..... 33

##### 九、角度与弧度的换算 ..... 34

##### 十、奇数等分孔中心圆周直径计算 ..... 36

##### 十一、等分圆周计算 ..... 37

##### 十二、圆周等分孔坐标尺寸计算 ..... 38

##### 十三、常用几何形体计算 ..... 39

#### 第二节 普通工件结构要素计算 ..... 43

##### 一、正多边形计算 ..... 43

##### 二、弓形类工件计算 ..... 55

##### 三、圆锥体工件计算 ..... 62

##### 四、斜面类工件的计算 ..... 63

##### 五、轴键槽和孔键槽计算 ..... 68

##### 六、普通沟槽计算 ..... 71

##### 七、燕尾槽宽度计算 ..... 72

##### 八、球体工件计算 ..... 73

#### 第三节 金属材料质量(重量)简化计算 ..... 75

##### 一、棒材质量(重量)计算 ..... 75

##### 二、板材质量(重量)计算 ..... 76

##### 三、管材质量(重量)计算 ..... 77

##### 四、角钢质量(重量)计算 ..... 77

## 第三章 冷弯展开和下料计算 ..... 79

#### 第一节 弯曲件展开计算 ..... 79

##### 一、圆角弯曲件展开计算 ..... 79

|                      |     |                          |     |
|----------------------|-----|--------------------------|-----|
| 二、非内圆角弯曲件展开计算 .....  | 82  | 二、蜗杆和蜗轮计算要素 .....        | 123 |
| 第二节 型材弯曲件展开          |     | 三、蜗杆和蜗轮各部尺寸计算 .....      | 124 |
| 计算 .....             | 83  | 第三节 变位齿轮及其计算 .....       | 127 |
| 一、角钢弯曲件展开计算 .....    | 83  | 一、变位齿轮概念 .....           | 127 |
| 二、槽钢和工字钢弯曲件展         |     | 二、变位齿轮的种类 .....          | 129 |
| 开计算 .....            | 84  | 三、变位齿轮的选择和计算             |     |
| 第三节 拉深件和弯边件展         |     | 特点 .....                 | 130 |
| 开计算 .....            | 84  | 四、变位直齿圆柱齿轮各部尺            |     |
| 一、拉深件展开计算 .....      | 85  | 寸计算 .....                | 131 |
| 二、弯边件展开计算 .....      | 94  | 第四节 齿轮修配中的测绘             |     |
| 第四节 下料面积比和体积         |     | 和计算 .....                | 142 |
| 比计算 .....            | 95  | 一、奇数齿直齿圆柱齿轮齿顶            |     |
| 一、长度和面积比计算 .....     | 95  | 圆直径测量计算 .....            | 142 |
| 二、长度和体积比计算 .....     | 96  | 二、计算斜齿圆柱齿轮分度圆            |     |
| 三、等体积工件长度和截面尺寸 ..... | 97  | 螺旋角 .....                | 143 |
| 第五节 常用下料计算示例 .....   | 97  | 三、测绘计算齿轮基圆齿距 .....       | 148 |
| 一、圆锥体计算 .....        | 97  | 四、确定标准制 .....            | 149 |
| 二、管件下料计算 .....       | 99  | 五、判定齿轮压力角 $\alpha$ ..... | 151 |
| 第四章 齿轮类工件计算 .....    | 101 | 六、测绘计算扇形齿轮 .....         | 152 |
| 第一节 齿轮参数和标准齿         |     | 第五节 传动和转速计算 .....        | 154 |
| 轮计算 .....            | 101 | 一、传动比计算 .....            | 154 |
| 一、齿轮的原始齿廓和参数 .....   | 101 | 二、按照齿轮传动路线式计算            |     |
| 二、直齿圆柱齿轮各部尺寸         |     | 转速 .....                 | 156 |
| 计算 .....             | 104 | 三、平带传动和 V 带传动计算 .....    | 160 |
| 三、斜齿圆柱齿轮各部尺寸         |     | 第六节 渐开线齿轮齿               |     |
| 计算 .....             | 105 | 形画线 .....                | 166 |
| 四、直齿锥齿轮计算和有关         |     | 一、直角坐标法画齿廓曲线 .....       | 166 |
| 说明 .....             | 109 | 二、渐开线齿形简易画法 .....        | 169 |
| 五、非直齿锥齿轮及其尺寸         |     | 第七节 链轮及其齿形计算 .....       | 169 |
| 计算 .....             | 113 | 一、齿形链链轮端面齿形和几            |     |
| 六、内啮合直齿圆柱齿轮各         |     | 何计算 .....                | 169 |
| 部尺寸计算 .....          | 117 | 二、滚子链链轮端面齿形和几            |     |
| 七、齿条各部尺寸计算 .....     | 118 | 何计算 .....                | 169 |
| 第二节 蜗杆与蜗轮及其          |     | 第五章 螺纹类工件加工计算 .....      | 173 |
| 计算 .....             | 123 | 第一节 常用螺纹计算 .....         | 173 |
| 一、常用蜗杆的齿廓 .....      | 123 | 一、普通螺纹基本尺寸计算 .....       | 173 |

|                                  |     |                                    |     |
|----------------------------------|-----|------------------------------------|-----|
| 二、梯形螺纹各部尺寸计算 .....               | 177 | 三、车削外球面及其计算 .....                  | 253 |
| 三、其他螺纹计算 .....                   | 186 | 四、平面上车螺纹及其计算 .....                 | 257 |
| 第二节 螺纹加工计算 .....                 | 197 | 五、车床上加工不等距螺杆<br>及其计算 .....         | 259 |
| 一、攻螺纹计算 .....                    | 197 | 第二节 铣工和铣削部分 .....                  | 260 |
| 二、套螺纹计算 .....                    | 203 | 一、镗圆孔时中心距精确控制<br>计算 .....          | 260 |
| 三、车螺纹时的计算 .....                  | 206 | 二、偏心套工件加工及其有关<br>计算 .....          | 261 |
| <b>第六章 万能分度头分度<br/>计算</b> .....  | 211 | 三、铣削复合斜面及其计算 .....                 | 262 |
| 第一节 基本分度原理和角<br>度分度计算 .....      | 211 | 四、铣硬质合金刀具上的刀片槽<br>和有关计算 .....      | 265 |
| 一、分度原理和基本分度计算 .....              | 211 | 五、利用立铣头偏转误差原理铣<br>削特殊沟槽及其计算 .....  | 267 |
| 二、角度分度的一般方法 .....                | 214 | 六、铣削椭圆型腔和内椭圆弧面<br>和有关计算 .....      | 268 |
| 第二节 质数等分数分度<br>计算 .....          | 225 | 七、三面刃铣刀的扩大使用及其<br>计算 .....         | 272 |
| 一、差动分度计算和验算 .....                | 225 | 第三节 刨工和刨削部分 .....                  | 274 |
| 二、单动间隔分度法及其计算 .....              | 227 | 一、倾斜刀架位置刨斜面和<br>有关计算 .....         | 274 |
| 第三节 角度分度中精确<br>分度方法 .....        | 233 | 二、展成法刨削直齿锥齿轮原<br>理和计算 .....        | 275 |
| 一、角度工件精确分度中<br>的计算 .....         | 233 | <b>第八章 工艺尺寸和尺寸链</b> .....          | 280 |
| 二、圆锥面上进行划线的<br>精确分度 .....        | 235 | 第一节 工艺尺寸和尺寸<br>链的组成 .....          | 280 |
| 第四节 工件直线移动<br>分度计算 .....         | 235 | 一、从工艺尺寸谈起 .....                    | 280 |
| 一、直线分度法及其计算 .....                | 235 | 二、尺寸链及其计算 .....                    | 283 |
| 二、主轴交换齿轮法及其计算 .....              | 236 | 第二节 工艺尺寸的计算 .....                  | 291 |
| 三、侧轴交换齿轮法及其计算 .....              | 237 | 一、第一类工艺尺寸计算 .....                  | 291 |
| 四、工件移动间隔不能分解<br>因数分度法 .....      | 239 | 二、第二类工艺尺寸的计算 .....                 | 295 |
| <b>第七章 典型工件特殊加工<br/>计算</b> ..... | 240 | 三、尺寸链计算中的假废品 .....                 | 300 |
| 第一节 车工和车削部分 .....                | 240 | <b>第九章 齿轮类和螺纹工件<br/>检测计算</b> ..... | 304 |
| 一、车削精密工件及其计算 .....               | 240 | 第一节 齿轮类工件检测计算 .....                | 304 |
| 二、车床上加工孔类工件<br>及其计算 .....        | 247 |                                    |     |

|                            |     |                                 |     |
|----------------------------|-----|---------------------------------|-----|
| 一、渐开线圆柱齿轮精度等级 .....        | 304 | 四、检测锥孔锥度中的计算 .....              | 365 |
| 二、齿轮单项检测 .....             | 304 | 五、不连续奇数等分圆周直径<br>检测计算 .....     | 366 |
| 三、齿条齿厚的检测 .....            | 330 | 第二节 曲轴工件检测计算 .....              | 367 |
| 四、蜗杆和蜗轮的检测 .....           | 333 | 一、检测曲轴中心距 .....                 | 367 |
| 第二节 螺纹中径和牙型角<br>检测计算 ..... | 339 | 二、曲轴颈夹角误差的检测 .....              | 369 |
| 一、螺纹中径检测计算 .....           | 339 | 第三节 其他类型工件<br>检测计算 .....        | 372 |
| 二、外螺纹牙型角检测计算 .....         | 345 | 一、特种沟槽测量计算 .....                | 372 |
| 第三节 链轮类工件检测<br>计算 .....    | 346 | 二、其他测量计算 .....                  | 377 |
| 一、齿形链链轮检测计算 .....          | 346 | 附录 .....                        | 383 |
| 二、滚子链链轮检测计算 .....          | 347 | 附录 A 常用法定计量单位和<br>物理量单位换算 ..... | 383 |
| 第十章 综合类工件检测计算 .....        | 349 | 一、我国法定计量单位 .....                | 383 |
| 第一节 孔类和内外圆检测<br>计算 .....   | 349 | 二、常用计量单位及其换算 .....              | 384 |
| 一、检测圆柱孔直径 .....            | 349 | 附录 B 三角函数表 .....                | 386 |
| 二、大直径内外圆弧检测计算 .....        | 353 | 附录 C 因子分解表 .....                | 409 |
| 三、检测外锥体的计算 .....           | 358 |                                 |     |



# 第一章 数学基础和一般应用方法

## 第一节 常用代数计算

### 一、代数计算和相互间关系(表 1-1)

表 1-1 代数计算公式和相互间关系

| 计算项目   | 符号和计算公式                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 移项计算   | <p>①若 <math>a + b = c - d</math>, 则:</p> $a = (c - d) - b = c - d - b$ $b = (c - d) - a = c - d - a$ $c = (a + b) + d = a + b + d$ $d = c - (a + b) = c - a - b$ <p>②若 <math>\frac{a}{b} = \frac{c}{d}</math>, 则:</p> $a = b \frac{c}{d} \quad b = a \frac{d}{c} \quad c = \frac{a}{b} d \quad d = c \frac{b}{a}$ $bc = ad \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$                                                                         |
| 加减乘除计算 | <p>①<math>(+a) + (+b) = +(a+b) = a+b</math></p> $(+a) + (-b) = +(a-b) = a-b = -(b-a)$ $(+a) - (+b) = (+a) + (-b) = a-b$ $(+a) - (-b) = (+a) + (+b) = a+b$ $(-a) + (-b) = -(a+b)$ $(-a) + (+b) = -(a-b) = b-a$ $(-a) - (-b) = (-a) + (+b) = b-a$ $(-a) - (+b) = (-a) + (-b) = -(a+b)$ <p>②<math>(+a)(+b) = +ab = ab</math></p> $(-a)(+b) = -ab$ $(+a)(-b) = -ab$ $(-a)(-b) = +ab = ab$ $(+a) \div (+b) = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$ $(-a) \div (+b) = -\frac{a}{b}$ $(+a) \div (-b) = -\frac{a}{b}$ |

(续)

| 计算项目   | 符号和计算公式                                                                                                                     |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 加减乘除计算 | $(-a) \div (-b) = + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$                                                                              |
|        | $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$                                                                                            |
|        | $(a-b)(c+d) = ac - bc + ad - bd$                                                                                            |
|        | $(a+b)(c-d) = ac + bc - ad - bd$                                                                                            |
|        | $(a-b)(c-d) = ac - bc - ad + bd$                                                                                            |
|        | $\textcircled{3} a + 0 = a \quad a - 0 = a$                                                                                 |
|        | $a \times 0 = 0 \quad \frac{0}{a} = 0 (a \neq 0)$                                                                           |
|        | $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} (b \neq 0, m \neq 0)$                                                                          |
|        | $\frac{a_1}{b} + \frac{a_2}{b} = \frac{a_1 + a_2}{b} \quad \frac{a_1}{b} - \frac{a_2}{b} = \frac{a_1 - a_2}{b}$             |
|        | $\frac{a_1}{b_1 d} + \frac{a_2}{b_2 d} = \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{b_1 b_2 d}$                                               |
|        | $\frac{a_1}{b_1 d} - \frac{a_2}{b_2 d} = \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{b_1 b_2 d}$                                               |
|        | $\left(\frac{a}{b}\right)m = \frac{am}{b} \quad m\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{ma}{b}$                                   |
|        | $\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{bc} = \frac{a}{c} \div b$                                                                    |
|        | $a \div \frac{b}{c} = a \left(\frac{c}{b}\right) = \frac{ac}{b}$                                                            |
|        | $\left(\frac{a_1}{b_1}\right)\left(\frac{a_2}{b_2}\right) = \frac{a_1 a_2}{b_1 b_2}$                                        |
|        | $\frac{a_1}{b_1} \div \frac{a_2}{b_2} = \left(\frac{a_1}{b_1}\right)\left(\frac{b_2}{a_2}\right) = \frac{a_1 b_2}{b_1 a_2}$ |
| 分解因式   | $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a-b)^2 + 4ab$                                                                                 |
|        | $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$                                                                                                 |
|        | $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$                                                                                                 |
|        | $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$                                                                                                    |
|        | $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2$                                                   |
|        | $(a-b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc$                                                                             |
|        | $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$                                                                                       |
|        | $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$                                                                                       |
|        | $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$                                                                                         |
|        | $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$                                                                                         |
|        | $(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$                                                                     |
|        | $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2 + \sqrt{2}ab) \times (a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab)$                                                      |

(续)

| 计算项目      | 符号和计算公式                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 一元二次方程式求根 | $ax^2 + bx + c = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 幂和根式      | $\begin{aligned} & \textcircled{1} (+a)^{2n} = +a^{2n} = a^{2n} \quad (-a)^{2n} = +a^{2n} \\ & (+a)^{2n+1} = +a^{2n+1} \quad (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1} \\ & (-1)^{2n} = +1 \quad (-1)^{2n+1} = -1 \\ & a^1 = a \quad 0^n = 0 \quad 1^n = 1 \quad a^0 = 1 \\ & a^{-n} = \frac{1}{a^n} \\ & a^n = \frac{1}{a^{-n}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{-n} \\ & \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n} \\ & a^m a^n = a^{m+n} \\ & a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \\ & (a^m)^n = (a^n)^m = a^{nm} \\ & (abc)^n = a^n b^n c^n \\ & \textcircled{2} {}^n\sqrt{0} = 0 \quad {}^n\sqrt{1} = 1 \quad {}^1\sqrt{a} = a \quad {}^2\sqrt{a} = \sqrt{a} \quad ({}^n\sqrt{a})^n = a \\ & {}^n\sqrt{abc \cdots l} = {}^n\sqrt{a} {}^n\sqrt{b} {}^n\sqrt{c} \cdots {}^n\sqrt{l} \\ & \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{{}^n\sqrt{a}}{{}^n\sqrt{b}} \\ & a^{-\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{1}{a}} = \frac{1}{{}^n\sqrt{a}} \\ & a^{\frac{1}{n}} = {}^n\sqrt{a} = {}^{mn}\sqrt{a^m} \\ & a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = ({}^n\sqrt{a})^m \\ & c^{\frac{n}{m}}\sqrt{a} = \sqrt[n]{ac^{\frac{n}{m}}} (c > 0) \\ & {}^n\sqrt{a} {}^m\sqrt{a} = {}^{m+n}\sqrt{a^{m+n}} \\ & \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = {}^{mn}\sqrt{a} \\ & \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} \\ & \sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} (a > b) \\ & \frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \\ & \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} + \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}} \quad (a^2 > b) \end{aligned}$ |

(续)

| 计算项目 | 符号和计算公式                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 幂和根式 | $\sqrt{a-\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}-\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}} \quad (a^2>b)$ $a^nb^n=(ab)^n$                                                                                                                                                                                          |
| 对数   | 前提: $a>0, a\neq 1$<br>①若 $a^x=M$ , 则 $\log_a M=x$<br>② $\log_a 1=0$<br>③ $\log_a a=1$<br>④ $\log_a (MN)=\log_a M+\log_a N$<br>⑤ $\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$<br>⑥ $\log_a (M)^n=n\cdot \log_a M$<br>⑦ $\log_a \sqrt[n]{m}=\frac{1}{n}\log_a M$<br>⑧ $\lg M=0.4343\ln M$<br>⑨ $\ln M=2.3026\lg M$ |

二、数的计算(表 1-2)

表 1-2 数的平方、立方、平方根、立方根和圆周长计算

| 数   | 数的平方  | 数的立方  | 数的平方根      | 数的立方根         | 圆周长     | 数   | 数的平方  | 数的立方  | 数的平方根      | 数的立方根         | 圆周长     |
|-----|-------|-------|------------|---------------|---------|-----|-------|-------|------------|---------------|---------|
| $n$ | $n^2$ | $n^3$ | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\pi d$ | $n$ | $n^2$ | $n^3$ | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\pi d$ |
| 1   | 1     | 1     | 1.0000     | 1.0000        | 0.314   | 18  | 324   | 5832  | 4.2426     | 2.6207        | 5.655   |
| 2   | 4     | 8     | 1.4142     | 1.2599        | 0.628   | 19  | 361   | 6859  | 4.3589     | 2.6684        | 5.969   |
| 3   | 9     | 27    | 1.7321     | 1.4422        | 0.942   | 20  | 400   | 8000  | 4.4721     | 2.7144        | 6.283   |
| 4   | 16    | 64    | 2.0000     | 1.5874        | 1.257   | 21  | 441   | 9261  | 4.5826     | 2.7589        | 6.597   |
| 5   | 25    | 125   | 2.2361     | 1.7100        | 1.571   | 22  | 484   | 10648 | 4.6904     | 2.8020        | 6.912   |
| 6   | 36    | 216   | 2.4495     | 1.8171        | 1.885   | 23  | 529   | 12167 | 4.7958     | 2.8439        | 7.226   |
| 7   | 49    | 343   | 2.6458     | 1.9129        | 2.199   | 24  | 576   | 13824 | 4.8990     | 2.8845        | 7.540   |
| 8   | 64    | 512   | 2.8284     | 2.0000        | 2.513   | 25  | 625   | 15625 | 5.0000     | 2.9240        | 7.854   |
| 9   | 81    | 729   | 3.0000     | 2.0801        | 2.827   | 26  | 676   | 17576 | 5.0990     | 2.9625        | 8.168   |
| 10  | 100   | 1000  | 3.1623     | 2.1544        | 3.142   | 27  | 729   | 19683 | 5.1962     | 3.0000        | 8.482   |
| 11  | 121   | 1331  | 3.3166     | 2.2240        | 3.456   | 28  | 784   | 21952 | 5.2915     | 3.0366        | 8.796   |
| 12  | 144   | 1728  | 3.4641     | 2.2894        | 3.770   | 29  | 841   | 24389 | 5.3852     | 3.0723        | 9.111   |
| 13  | 169   | 2197  | 3.6056     | 2.3513        | 4.084   | 30  | 900   | 27000 | 5.4772     | 3.1072        | 9.425   |
| 14  | 196   | 2744  | 3.7417     | 2.4101        | 4.398   | 31  | 961   | 29791 | 5.5678     | 3.1414        | 9.739   |
| 15  | 225   | 3375  | 3.8730     | 2.4662        | 4.712   | 32  | 1024  | 32768 | 5.6569     | 3.1748        | 10.05   |
| 16  | 256   | 4096  | 4.0000     | 2.5198        | 5.027   | 33  | 1089  | 35937 | 5.7446     | 3.2075        | 10.37   |
| 17  | 289   | 4913  | 4.1231     | 2.5713        | 5.341   | 34  | 1156  | 39304 | 5.8310     | 3.2396        | 10.68   |

(续)

| 数   | 数的平方  | 数的立方   | 数的平方根      | 数的立方根         | 圆周长     | 数   | 数的平方  | 数的立方    | 数的平方根      | 数的立方根         | 圆周长     |
|-----|-------|--------|------------|---------------|---------|-----|-------|---------|------------|---------------|---------|
| $n$ | $n^2$ | $n^3$  | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\pi d$ | $n$ | $n^2$ | $n^3$   | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\pi d$ |
| 35  | 1225  | 42875  | 5.9161     | 3.2711        | 11.00   | 76  | 5776  | 438976  | 8.7178     | 4.2358        | 23.88   |
| 36  | 1296  | 46656  | 6.0000     | 3.3019        | 11.31   | 77  | 5929  | 456533  | 8.7750     | 4.2543        | 24.19   |
| 37  | 1369  | 50653  | 6.0828     | 3.3322        | 11.62   | 78  | 6084  | 474552  | 8.8318     | 4.2727        | 24.50   |
| 38  | 1444  | 54872  | 6.1044     | 3.3620        | 11.94   | 79  | 6241  | 493039  | 8.8882     | 4.2908        | 24.82   |
| 39  | 1521  | 59319  | 6.2450     | 3.3912        | 12.25   | 80  | 6400  | 512000  | 8.9443     | 4.3089        | 25.13   |
| 40  | 1600  | 64000  | 6.3246     | 3.4200        | 12.57   | 81  | 6561  | 531441  | 9.0000     | 4.3267        | 25.45   |
| 41  | 1681  | 68921  | 6.4031     | 3.4482        | 12.88   | 82  | 6724  | 551368  | 9.0554     | 4.3445        | 25.76   |
| 42  | 1764  | 74088  | 6.4807     | 3.4760        | 13.19   | 83  | 6889  | 571787  | 9.1104     | 4.3621        | 26.08   |
| 43  | 1849  | 79507  | 6.5574     | 3.5034        | 13.51   | 84  | 7056  | 592704  | 9.1652     | 4.3795        | 26.39   |
| 44  | 1936  | 85148  | 6.6332     | 3.5303        | 13.82   | 85  | 7225  | 614125  | 9.2195     | 4.3968        | 26.70   |
| 45  | 2025  | 91125  | 6.7082     | 3.5569        | 14.14   | 86  | 7396  | 636056  | 9.2736     | 4.4140        | 27.02   |
| 46  | 2116  | 97336  | 6.7823     | 3.5830        | 14.45   | 87  | 7569  | 658503  | 9.3274     | 4.4310        | 27.33   |
| 47  | 2209  | 103823 | 6.8557     | 3.6088        | 14.77   | 88  | 7744  | 681472  | 9.3808     | 4.4480        | 27.65   |
| 48  | 2304  | 110592 | 6.9282     | 3.6342        | 15.08   | 89  | 7921  | 704969  | 9.4340     | 4.4647        | 27.96   |
| 49  | 2401  | 117649 | 7.0000     | 3.6593        | 15.39   | 90  | 8100  | 729000  | 9.4868     | 4.4814        | 28.27   |
| 50  | 2500  | 125000 | 7.0711     | 3.6840        | 15.71   | 91  | 8281  | 753571  | 9.5394     | 4.4979        | 28.59   |
| 51  | 2601  | 132651 | 7.1414     | 3.7084        | 16.02   | 92  | 8464  | 778688  | 9.5917     | 4.5144        | 28.90   |
| 52  | 2704  | 140608 | 7.2111     | 3.7325        | 16.34   | 93  | 8649  | 804357  | 9.6437     | 4.5307        | 29.22   |
| 53  | 2809  | 148877 | 7.2801     | 3.7563        | 16.65   | 94  | 8836  | 830584  | 9.6954     | 4.5468        | 29.53   |
| 54  | 2916  | 157464 | 7.3485     | 3.7798        | 16.96   | 95  | 9025  | 857375  | 9.7468     | 4.5629        | 29.85   |
| 55  | 3025  | 166375 | 7.4162     | 3.8030        | 17.28   | 96  | 9216  | 884736  | 9.7980     | 4.5789        | 30.16   |
| 56  | 3136  | 175616 | 7.4833     | 3.8259        | 17.59   | 97  | 9409  | 912673  | 9.8489     | 4.5947        | 30.47   |
| 57  | 3249  | 185193 | 7.5498     | 3.8485        | 17.91   | 98  | 9604  | 941192  | 9.8995     | 4.6104        | 30.79   |
| 58  | 3364  | 195112 | 7.6158     | 3.8709        | 18.22   | 99  | 9801  | 970299  | 9.9499     | 4.6261        | 31.10   |
| 59  | 3481  | 205379 | 7.6811     | 3.8930        | 18.54   | 100 | 10000 | 1000000 | 10.0000    | 4.6416        | 31.42   |
| 60  | 3600  | 216000 | 7.7460     | 3.9149        | 18.85   | 101 | 10201 | 1030301 | 10.0499    | 4.6570        | 31.73   |
| 61  | 3721  | 226981 | 7.8102     | 3.9365        | 19.16   | 102 | 10404 | 1061208 | 10.0995    | 4.6723        | 32.04   |
| 62  | 3844  | 238328 | 7.8740     | 3.9579        | 19.48   | 103 | 10609 | 1092727 | 10.1489    | 4.6875        | 32.36   |
| 63  | 3969  | 250047 | 7.9373     | 3.9791        | 19.79   | 104 | 10816 | 1124864 | 10.1980    | 4.7027        | 32.67   |
| 64  | 4096  | 262144 | 8.0000     | 4.0000        | 20.11   | 105 | 11025 | 1157625 | 10.2470    | 4.7177        | 32.99   |
| 65  | 4225  | 274625 | 8.0623     | 4.0207        | 20.42   | 106 | 11236 | 1191016 | 10.2956    | 4.7326        | 33.30   |
| 66  | 4356  | 287496 | 8.1240     | 4.0412        | 20.73   | 107 | 11449 | 1225043 | 10.3441    | 4.7475        | 33.62   |
| 67  | 4489  | 300763 | 8.1854     | 4.0615        | 21.05   | 108 | 11664 | 1259712 | 10.3923    | 4.7622        | 33.93   |
| 68  | 4624  | 314432 | 8.2462     | 4.0817        | 21.36   | 109 | 11881 | 1295029 | 10.4403    | 4.7769        | 34.24   |
| 69  | 4761  | 328509 | 8.3066     | 4.1016        | 21.68   | 110 | 12100 | 1331000 | 10.4881    | 4.7914        | 34.56   |
| 70  | 4900  | 343000 | 8.3666     | 4.1213        | 21.99   | 111 | 12321 | 1367631 | 10.5357    | 4.8059        | 34.87   |
| 71  | 5041  | 357911 | 8.4261     | 4.1408        | 22.31   | 112 | 12544 | 1404928 | 10.5830    | 4.8203        | 35.19   |
| 72  | 5184  | 373248 | 8.4853     | 4.1602        | 22.62   | 113 | 12769 | 1442897 | 10.6301    | 4.8346        | 35.50   |
| 73  | 5329  | 389017 | 8.5440     | 4.1793        | 22.93   | 114 | 12996 | 1481544 | 10.6771    | 4.8488        | 35.81   |
| 74  | 5476  | 405224 | 8.6023     | 4.1983        | 23.25   | 115 | 13225 | 1520875 | 10.7238    | 4.8639        | 36.13   |
| 75  | 5625  | 421875 | 8.6603     | 4.2172        | 23.56   | 116 | 13456 | 1560896 | 10.7703    | 4.8770        | 36.44   |

(续)

| 数   | 数的平方  | 数的立方    | 数的平方根      | 数的立方根         | 圆周长     | 数   | 数的平方  | 数的立方    | 数的平方根      | 数的立方根         | 圆周长     |
|-----|-------|---------|------------|---------------|---------|-----|-------|---------|------------|---------------|---------|
| $n$ | $n^2$ | $n^3$   | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\pi d$ | $n$ | $n^2$ | $n^3$   | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\pi d$ |
| 117 | 13689 | 1601613 | 10.8167    | 4.8910        | 36.76   | 159 | 25281 | 4019679 | 12.6095    | 5.4175        | 49.95   |
| 118 | 13924 | 1643032 | 10.8628    | 4.9049        | 37.07   | 160 | 25600 | 4096000 | 12.6491    | 5.4288        | 50.27   |
| 119 | 14161 | 1685159 | 10.9087    | 4.9187        | 37.38   | 161 | 25921 | 4173281 | 12.6886    | 5.4401        | 50.58   |
| 120 | 14400 | 1728000 | 10.9545    | 4.9324        | 37.70   | 162 | 26244 | 4251528 | 12.7279    | 5.4514        | 50.89   |
| 121 | 14641 | 1771561 | 11.0000    | 4.9461        | 38.01   | 163 | 26569 | 4330747 | 12.7671    | 5.4626        | 51.21   |
| 122 | 14884 | 1815848 | 11.0454    | 4.9597        | 38.33   | 164 | 26896 | 4410944 | 12.8062    | 5.4737        | 51.52   |
| 123 | 15129 | 1860857 | 11.0905    | 4.9732        | 38.64   | 165 | 27225 | 4492125 | 12.8452    | 5.4848        | 51.84   |
| 124 | 15376 | 1906624 | 11.1355    | 4.9866        | 38.96   | 166 | 27556 | 4574296 | 12.8841    | 5.4959        | 52.15   |
| 125 | 15625 | 1953125 | 11.1803    | 5.0000        | 39.27   | 167 | 27889 | 4657463 | 12.9228    | 5.5069        | 52.46   |
| 126 | 15876 | 2000376 | 11.2250    | 5.0133        | 39.58   | 168 | 28224 | 4741632 | 12.9615    | 5.5178        | 52.78   |
| 127 | 16129 | 2048383 | 11.2694    | 5.0265        | 39.90   | 169 | 28561 | 4826809 | 13.0000    | 5.5288        | 53.09   |
| 128 | 16384 | 2097152 | 11.3137    | 5.0397        | 40.21   | 170 | 28900 | 4913000 | 13.0384    | 5.5397        | 53.41   |
| 129 | 16641 | 2146689 | 11.3578    | 5.0528        | 40.53   | 171 | 29241 | 5000211 | 13.0767    | 5.5505        | 53.72   |
| 130 | 16900 | 2197000 | 11.4018    | 5.0658        | 40.84   | 172 | 29584 | 5088448 | 13.1149    | 5.5613        | 54.04   |
| 131 | 17161 | 2248091 | 11.4455    | 5.0788        | 41.15   | 173 | 29929 | 5177717 | 13.1529    | 5.5721        | 54.35   |
| 132 | 17424 | 2299968 | 11.4891    | 5.0916        | 41.47   | 174 | 30276 | 5268024 | 13.1909    | 5.5828        | 54.66   |
| 133 | 17689 | 2352637 | 11.5326    | 5.1045        | 41.78   | 175 | 30625 | 5359375 | 13.2288    | 5.5934        | 54.98   |
| 134 | 17956 | 2406104 | 11.5758    | 5.1172        | 42.10   | 176 | 30976 | 5451776 | 13.2665    | 5.6041        | 55.29   |
| 135 | 18225 | 2460375 | 11.6190    | 5.1299        | 42.41   | 177 | 31329 | 5545233 | 13.3041    | 5.6147        | 55.61   |
| 136 | 18496 | 2515456 | 11.6619    | 5.1426        | 42.73   | 178 | 31684 | 5639752 | 13.3417    | 5.6252        | 55.92   |
| 137 | 18769 | 2571353 | 11.7047    | 5.1551        | 43.04   | 179 | 32041 | 5735339 | 13.3791    | 5.6357        | 56.23   |
| 138 | 19044 | 2628072 | 11.7473    | 5.1676        | 43.35   | 180 | 32400 | 5832000 | 13.4164    | 5.6462        | 56.55   |
| 139 | 19321 | 2685619 | 11.7898    | 5.1801        | 43.67   | 181 | 32761 | 5929741 | 13.4536    | 5.6567        | 56.86   |
| 140 | 19600 | 2744000 | 11.8322    | 5.1925        | 43.98   | 182 | 33124 | 6028568 | 13.4907    | 5.6671        | 57.18   |
| 141 | 19881 | 2803221 | 11.8743    | 5.2048        | 44.30   | 183 | 33489 | 6128487 | 13.5277    | 5.6774        | 57.49   |
| 142 | 20164 | 2863288 | 11.9164    | 5.2171        | 44.61   | 184 | 33856 | 6229504 | 13.5647    | 5.6877        | 57.81   |
| 143 | 20449 | 2924207 | 11.9583    | 5.2293        | 44.92   | 185 | 34225 | 6331625 | 13.6015    | 5.6980        | 58.12   |
| 144 | 20736 | 2985984 | 12.0000    | 5.2415        | 45.24   | 186 | 34596 | 6434856 | 13.6382    | 5.7083        | 58.43   |
| 145 | 21025 | 3048625 | 12.0416    | 5.2536        | 45.55   | 187 | 34969 | 6539203 | 13.6748    | 5.7185        | 58.75   |
| 146 | 21316 | 3112136 | 12.0830    | 5.2656        | 45.87   | 188 | 35344 | 6644672 | 13.7113    | 5.7287        | 59.06   |
| 147 | 21609 | 3176523 | 12.1244    | 5.2776        | 46.18   | 189 | 35721 | 6751269 | 13.7477    | 5.7388        | 59.38   |
| 148 | 21904 | 3241792 | 12.1655    | 5.2896        | 46.50   | 190 | 36100 | 6859000 | 13.7840    | 5.7489        | 59.69   |
| 149 | 22201 | 3307949 | 12.2066    | 5.3015        | 46.81   | 191 | 36481 | 6967871 | 13.8203    | 5.7590        | 60.00   |
| 150 | 22500 | 3375000 | 12.2474    | 5.3133        | 47.12   | 192 | 36864 | 7077888 | 13.8564    | 5.7690        | 60.32   |
| 151 | 22801 | 3442951 | 12.2882    | 5.3251        | 47.44   | 193 | 37249 | 7189057 | 13.8924    | 5.7790        | 60.63   |
| 152 | 23104 | 3511808 | 12.3288    | 5.3368        | 47.75   | 194 | 37636 | 7301384 | 13.9284    | 5.7890        | 60.95   |
| 153 | 23409 | 3581577 | 12.3693    | 5.3485        | 48.07   | 195 | 38025 | 7414875 | 13.9642    | 5.7989        | 61.26   |
| 154 | 23716 | 3652264 | 12.4097    | 5.3601        | 48.38   | 196 | 38416 | 7529536 | 14.0000    | 5.8088        | 61.58   |
| 155 | 24025 | 3723875 | 12.4499    | 5.3717        | 48.69   | 197 | 38809 | 7645373 | 14.0357    | 5.8186        | 61.89   |
| 156 | 24336 | 3796416 | 12.4900    | 5.3832        | 49.01   | 198 | 39204 | 7762392 | 14.0712    | 5.8285        | 62.20   |
| 157 | 24649 | 3869893 | 12.5300    | 5.3947        | 49.32   | 199 | 39601 | 7880599 | 14.1067    | 5.8383        | 62.52   |
| 158 | 24964 | 3944312 | 12.5698    | 5.4061        | 49.64   | 200 | 40000 | 8000000 | 14.1421    | 5.8480        | 62.83   |

三、 $\pi$  的计算(表 1-3 和表 1-4)表 1-3  $\pi$  的近似分数表

| 近似分数                                                        | 误差        | 近似分数                                                       | 误差        |
|-------------------------------------------------------------|-----------|------------------------------------------------------------|-----------|
| $\pi \approx 3.1400000 = \frac{157}{50}$                    | 0.0015927 | $\pi \approx 3.1428571 = \frac{22}{7}$                     | 0.0012644 |
| $\pi \approx 3.1418181 = \frac{32 \times 27}{25 \times 11}$ | 0.0002254 | $\pi \approx 3.1417004 = \frac{8 \times 97}{13 \times 19}$ | 0.0001077 |
| $\pi \approx 3.1417322 = \frac{19 \times 21}{127}$          | 0.0001395 | $\pi \approx 3.1416666 = \frac{13 \times 29}{4 \times 30}$ | 0.0000739 |
| $\pi \approx 3.1417112 = \frac{25 \times 47}{22 \times 17}$ | 0.0001185 | $\pi \approx 3.1415929 = \frac{5 \times 71}{113}$          | 0.0000002 |

表 1-4  $\pi$  的常用计算数值表

| 计算式                    | 计算值      | 计算式                                    | 计算值         |
|------------------------|----------|----------------------------------------|-------------|
| $\pi$                  | 3.141593 | $\frac{1}{\pi^2}$                      | 0.101321    |
| $\pi^2$                | 9.86904  | $\sqrt{\frac{1}{\pi}}$                 | 0.564190    |
| $\sqrt{\pi}$           | 1.772454 | $\sqrt{\frac{1}{2\pi}}$                | 0.398942    |
| $\sqrt{2\pi}$          | 2.506628 | $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$                 | 0.797885    |
| $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ | 1.253314 | $\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$              | 0.682784    |
| $\sqrt[3]{\pi}$        | 1.464592 | $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{rad}$ | 0.017453rad |
| $\frac{1}{\pi}$        | 0.318310 | $1' = \frac{\pi}{10800} \text{rad}$    | 0.000291rad |

## 第二节 三角函数常识

函数是指在某个变化过程中,有两个互相依赖的变量  $x$  和  $y$ ,如果  $x$  取某值,  $y$  则依照确定的关系取相应值,这时,  $y$  是  $x$  的函数。例如,骑自行车以 20km/h 的速度行驶,行驶的路程  $s$  与行驶的时间  $t$  的关系为:  $s = 20t$ ; 路程  $s$  是随时间  $t$  的变化而变化,  $s$  与  $t$  之间有一种对应关系,由于  $s$  和  $t$  可取不同的数值,所以是变量,而 20 的数值保持不变,所以是常量。如果给变量  $t$  一个值,另一个变量  $s$  则可得唯一的相应值;对于时间  $t$  的每一个值,行驶路程  $s$  都有唯一的值与它

对应，这时，行驶路程  $s$  是时间  $t$  的函数。

### 一、直角三角形及其六种三角函数

三角形用符号“ $\triangle$ ”表示，它是由三条线段组成的封闭几何图形(图 1-1)，组成三角形的线段叫做三角形的边，相邻两边的公共端点叫做三角形顶点，相邻两边所组成的角为三角形内角。三角形三个角的大小不一定相等，但三角形内角的和总是等于  $180^\circ$ 。

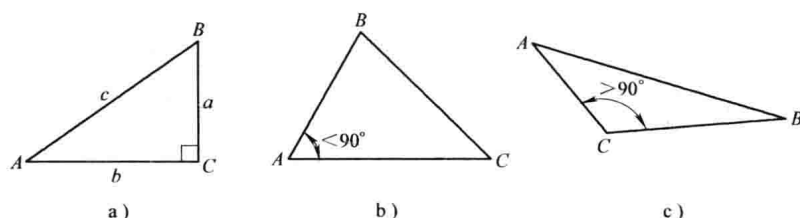


图 1-1 三角形种类

a) 直角三角形 b) 锐角三角形 c) 钝角三角形

在图 1-1a 所示的直角三角形中， $\angle A$  和  $\angle B$  互为余角， $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ，直角所对的边  $c$  叫斜边。对锐角  $A$  来说， $a$  边是角  $A$  的对边， $b$  边是角  $A$  的邻边，但对  $\angle B$  来说， $a$  边是  $\angle B$  的邻边，而  $b$  边是  $\angle B$  的对边。在直角三角形中，斜边永远对着直角，而邻边和对边是相对变化的，所以，计算中要先确定锐角  $\angle A$  或  $\angle B$ ，然后找出三角函数的关系。

由于函数本身的意义就是互相依赖的变量，它在直角三角形中同样是某角的应变数，它随角度的变化而变化。一个直角三角形(图 1-1a)，如果知道了其中的任意两个边，那就可以知道锐角  $\angle A$  或  $\angle B$  的角度大小，同理，如果知道任意一个锐角和一条边，也可以得到其他两条边的长短尺寸。

在直角三角形中，它的三角函数有六种，其定义和计算公式见表 1-5。计算时，正弦、正切和正割的函数值随角度的增大而增大，但不是和角度成正比例关系，也就是说，角度增大一倍，函数不是增加一倍；相反，余弦、余切和余割的函数值是随角度的增大而减小，同样，也不成比例关系，就是说角度增加一倍，函数值不是相应减小一倍。

表 1-5 三角函数的定义和计算公式

| 名称 | 代号  | 定 义     | 函数通则                                 | A 角的函数公式               | B 角的函数公式               |
|----|-----|---------|--------------------------------------|------------------------|------------------------|
| 正弦 | sin | 对边和斜边之比 | 角的正弦 = $\frac{\text{对边}}{\text{斜边}}$ | $\sin A = \frac{a}{c}$ | $\sin B = \frac{b}{c}$ |
| 余弦 | cos | 邻边和斜边之比 | 角的余弦 = $\frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}$ | $\cos A = \frac{b}{c}$ | $\cos B = \frac{a}{c}$ |



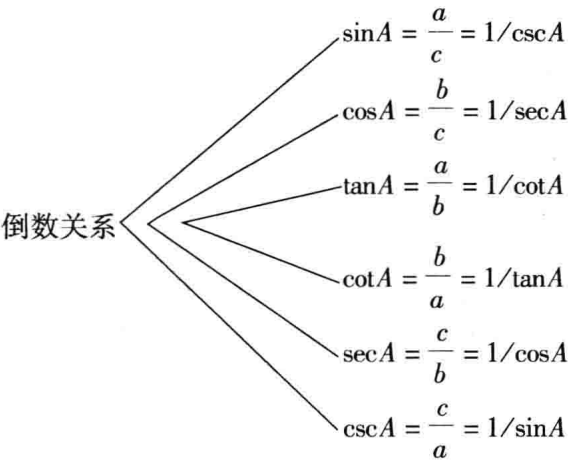
(续)

| 名称 | 代号                | 定 义     | 函数通则                                 | A 角的函数公式               | B 角的函数公式               |
|----|-------------------|---------|--------------------------------------|------------------------|------------------------|
| 正切 | $\tan$<br>(tg)    | 对边和邻边之比 | 角的正切 = $\frac{\text{对边}}{\text{邻边}}$ | $\tan A = \frac{a}{b}$ | $\tan B = \frac{b}{a}$ |
| 余切 | $\cot$<br>(ctg)   | 邻边和对边之比 | 角的余切 = $\frac{\text{邻边}}{\text{对边}}$ | $\cot A = \frac{b}{a}$ | $\cot B = \frac{a}{b}$ |
| 正割 | $\sec$            | 斜边和邻边之比 | 角的正割 = $\frac{\text{斜边}}{\text{邻边}}$ | $\sec A = \frac{c}{b}$ | $\sec B = \frac{c}{a}$ |
| 余割 | $\csc$<br>(cosec) | 斜边和对边之比 | 角的余割 = $\frac{\text{斜边}}{\text{对边}}$ | $\csc A = \frac{c}{a}$ | $\csc B = \frac{c}{b}$ |

从表 1-5 可知:

$$\begin{aligned}
 a &= c \sin A & c &= \frac{a}{\sin A} \\
 b &= c \cos A & c &= \frac{b}{\cos A} \\
 a &= b \tan A & b &= \frac{a}{\tan A} \\
 b &= a \cot A & a &= \frac{b}{\cot A}
 \end{aligned}$$

在实际应用中, 只要记住正弦、余弦、正切的函数公式就可以了, 因为正弦和余割、余弦和正割、正切和余切互为倒数关系, 即:



### 二、30°、45°、60°的三角函数值及其关系式

30°、45°、60°的三角函数值见表 1-6。