



装备科技译著出版基金



俄罗斯最新装备理论与技术丛书

[俄] M.C.亚尔雷科夫

A.C.博加乔夫

B.И.梅尔库洛夫

B.B.德罗加林

著

滕克难

主编译

薛鲁强 贾慧 严志刚 熊道春

编译

李相民

主审

Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания
и управления вооружением летательных аппаратов

机载导航、瞄准和武器 控制系统设计原理与应用

(中册)



国防工业出版社

National Defense Industry Press



装备科技译著出版基金

俄罗斯最新装备理论与技术丛书

机载导航、瞄准和武器控制 系统设计原理与应用 (中册)

[俄] M.C.亚尔雷科夫 A.C.博加乔夫 著
B.H.梅尔库洛夫 B.B.德罗加林

滕克难 主编译

薛鲁强 贾 慧 严志刚 熊道春 编译

李相民 主审

国防工业出版社

• 北京 •

目 录

第 4 章 综合电子系统最优控制系统综合方法和算法	1
4.1 动态程序设计方法	1
4.2 列托夫 - 卡尔曼提法中的最优控制算法	3
4.2.1 最优算法	3
4.2.2 应用实例	7
4.3 根据局部准则的最优控制算法	12
4.4 在离散系统局部最优时计算可测扰动	13
4.5 自适应滤波算法	15
4.5.1 闭合差增益系数校正的自适应滤波算法	16
4.5.2 最优预测校正的自适应滤波算法	17
4.6 自适应模拟离散滤波算法	19
4.7 在机载综合电子系统中最优估计和控制系统的总结构图	20
4.8 飞机和导弹航迹控制算法的最优化	22
4.8.1 潜在的自导精度	23
4.8.2 空中目标的制导算法最优化	24
4.8.3 地面目标的制导算法最优化	27
参考文献	30
第 5 章 机载综合电子系统的机载计算机系统	32
5.1 机载计算机系统的用途、任务和分类	32
5.1.1 机载计算机系统的用途、任务	32
5.1.2 机载计算机系统的分类	34
5.2 机载综合电子系统的计算机系统性能	37
5.2.1 机载计算机的效率	37
5.2.2 机载计算机的体系结构	39
5.3 机载计算机系统的体系结构	48
5.3.1 引言	48
5.3.2 机载计算机体系结构的发展方向	49

5.3.3	多处理器式机载计算机系统	54
5.3.4	矩阵式和流水线式机载计算机系统	55
5.3.5	超立方体机载计算机系统	59
5.3.6	开放式体系结构	59
5.4	机载计算机系统的信息交换系统	64
5.4.1	引言	64
5.4.2	接口	65
5.4.3	传输方式	66
5.5	机载计算机系统的软件	75
5.5.1	引言	75
5.5.2	软件分类	75
5.5.3	软件设计及生命周期	77
5.5.4	操作系统和功能检测系统	77
5.5.5	机载计算机操作系统	78
5.5.6	编程语言与开发方法	83
5.6	基于专家系统的机载计算机系统	84
5.6.1	专家系统的结构原理	84
5.6.2	专家系统的总结构图	91
5.6.3	机载专家系统的特点	94
	参考文献	100
第6章	机载综合电子系统的结构和使用特点	102
6.1	机载综合电子系统的电子防护	102
6.1.1	引言	102
6.1.2	电子战	102
6.1.3	电子干扰	103
6.1.4	电子防护技术措施	106
6.1.5	电子设备的抗干扰性	107
6.1.6	电子设备的保密性	111
6.2	机载综合电子系统的信息安全	113
6.2.1	引言	113
6.2.2	信息战	114
6.2.3	信息安全	115
6.3	机载综合电子系统中电子设备的电磁兼容	119
6.3.1	引言	119
6.3.2	电磁兼容分类	120

6.3.3	电磁兼容估计	122
6.3.4	电磁兼容的主要措施	124
6.4	机组人员与机载综合电子系统的交互	126
6.4.1	引言	126
6.4.2	操作人员的心理分析	128
6.4.3	机载“人—机”系统设计要 求	129
6.5	机载综合电子系统的信息显示	130
6.5.1	引言	130
6.5.2	多功能显示器及分类	131
6.5.3	机载显示系统结构组成	134
6.5.4	新型信息显示系统	137
	参考文献	139

第7章 机载综合电子系统的效率 141

7.1	机载综合电子系统的综合性能	141
7.1.1	机载综合电子系统的效率	141
7.1.2	机载综合电子系统的生命力	142
7.1.3	机载综合电子系统的可靠性	143
7.2	选择和制定机载综合电子系统效率的指标和标准	144
7.2.1	引言	144
7.2.2	机载综合电子系统效率的指标	145
7.2.3	机载综合电子系统效率的标准	145
7.2.4	机载综合电子系统效率矢量指标目标函数的构成方法	146
7.2.5	研究的建议	147
7.3	机载综合电子系统及其元部件技术状态的数学模型	149
7.3.1	机载综合电子系统各元部件技术状态的数学模型	149
7.3.2	机载综合电子系统技术状态的数学模型	150
7.4	估计机载综合电子系统效率的计算关系式	153
7.4.1	计算关系式	153
7.4.2	估计的顺序	155
7.4.3	假设条件	156
7.5	综合电子系统状态概率的马尔可夫计算方法	157
7.5.1	综合电子系统元件故障的数学模型	157
7.5.2	机载综合电子系统状态转换过程的马尔可夫模型	161
7.6	在估计时确定机载综合电子系统的状态概率	168
7.6.1	确定机载综合电子系统各元件的状态概率	168

7.6.2	借助可靠性图机载综合电子系统状态概率的算法	175
7.6.3	使用矩阵直积机载综合电子系统状态概率的算法	176
7.6.4	确定导航驾驶综合系统的状态概率	180
7.7	机载综合电子系统的效率指标	184
7.7.1	机载综合电子系统的条件效率指标	184
7.7.2	完成导航任务时机载综合电子系统的效率指标	185
7.7.3	战斗队形中驾驶任务时机载综合电子系统的效率指标	188
7.7.4	导引歼击机至空中目标时机载综合电子系统的效率指标	191
7.8	机载综合电子系统效率估计概要说明	194
	参考文献	196
	缩略语	198
	附录 II	207
	附录 III 使用带收益的马尔可夫过程估计机载综合电子系统的效率	209

第4章 综合电子系统最优控制系统 综合方法和算法

4.1 动态程序设计方法

随机动态程序设计是具有简单物理解释的控制系统的最优化方法之一。最优程序的直观得益于使用贝尔曼最优化原理^[2,5]，该原理的实质在于，后续所有控制信号对于受到以前控制作用产生的状态而言都应是最优的，不取决于最优化系统的初始状态。

为了简化，假设使用状态的确定模型并且可准确测量所有状态变量。在一般情况下，对于多维广义受控对象（OYO），其数学模型可用下列方程描述：

$$\dot{X}(t) = F_x(t, X, U) \quad (4.1)$$

动态程序设计方法可得出控制信号矢量 U ，根据二次积分质量泛函数最小值是最优的，可得

$$c_{X,Z,U}(t_0, T) = \int_{t_0}^T c_i(X, U, t) dt + c_T[X(T), U(T)] \quad (4.2)$$

式中： $c_i[\cdot]$ 和 $c_T[\cdot]$ 分别为质量泛函数被积分（当前）项和终端（最终）项的广义表达式。根据最优化原理，控制应使式（4.2）在任何区间 $[\tau, T]$ 上都是最小的，式中 $t_0 \leq \tau \leq T$ （图 4.1）。

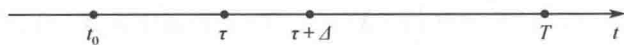


图 4.1 最优化原理示意图

通过在任意区间 $[\tau, T]$ 上选择相应矢量 U 可最小化的泛函数：

$$S[X(\tau), \tau] = \min_{\{U(t)\}_{[\tau, T]}} \left\{ \int_{\tau}^T c_i[X(t), U(t), t] dt + c_T[X(T), U(T)] \right\} \quad (4.3)$$

式（4.3）称为贝尔曼函数。

存在贝尔曼函数 $S[X(\tau), \tau]$ 表明具有使泛函数（4.2）最小化的控制。应指出，函数 $X(t)$ 作为在区间 $[\tau, T]$ 上方程（4.1）的解，在 $\tau < t \leq T$ 时可由其初始状态 $X(\tau)$ 和控制 $U(t)$ 确定。此外，由于最优控制使质量泛函数最小化，则消除（4.3）右侧部分与控制矢量 U 的关系。结果决定贝尔曼函数仅取决于自变量 $X(\tau)$ 和 τ 。根据（4.3）可得出，在 $\tau = T$ 时贝尔曼函数具有下列形式：

$$S[X(T), T] = c_T[X(T), U(T)] \quad (4.4)$$

以被加数总和的形式表示式 (4.3), 即

$$S[X(\tau), \tau] = \min_{\substack{U(t) \\ [\tau, T]}} \left\{ \int_{\tau}^{\tau+\Delta} c_t[X(t), U(t), t] dt + \int_{\tau+\Delta}^T c_t[X(t), U(t), t] dt + c_T[X(T), U(T)] \right\} \quad (4.5)$$

根据最优原理, 在每个后续段上控制应都是最优的, 不取决于以前区间上的系统状态。因此, 在最优控制时质量泛函数在区间 $[\tau + \Delta, T]$ 上也应是最小的。此时:

$$\begin{aligned} S[X(\tau), \tau] &= \min_{\substack{U(t) \\ [\tau, \tau+\Delta]}} \left\{ \int_{\tau}^{\tau+\Delta} c_t[X(t), U(t), t] dt \right\} + \\ &\min_{\substack{U(t) \\ [\tau, \tau+\Delta]}} \left\{ \int_{\tau+\Delta}^T c_t[X(t), U(t), t] dt + c_T[X(T), U(T)] \right\} \\ &= \min_{\substack{U(t) \\ [\tau, \tau+\Delta]}} \left\{ \int_{\tau}^{\tau+\Delta} c_t[X(t), U(t), t] dt + S[X(\tau + \Delta), \tau + \Delta] \right\} \end{aligned} \quad (4.6)$$

假设 $U(t)$ 为连续时间函数, 而间隔 Δ 非常小, 则可得

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta} c_t[X(t), U(t), t] dt \approx c_t[X(\tau), U(\tau), \tau] \Delta \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} S[X(\tau + \Delta), \tau + \Delta] &\approx S[X(\tau), \tau] + [X(\tau + \Delta) - X(\tau)]^T \\ &\frac{\partial S[X(\tau), \tau]}{\partial X^T(\tau)} + \frac{\partial S[X(\tau), \tau]}{\partial \tau} \Delta = S[X(\tau), \tau] + \\ &X^T(\tau) \Delta \frac{\partial S[X(\tau), \tau]}{\partial X^T(\tau)} + \frac{\partial S[X(\tau), \tau]}{\partial \tau} \Delta \end{aligned} \quad (4.8)$$

将式 (4.7) 和式 (4.8) 代入式 (4.6) 中, 可得

$$\begin{aligned} S[X(\tau), \tau] &= \min_{\substack{U(t) \\ [\tau, \tau+\Delta]}} \left\{ c_t[X(\tau), U(\tau), \tau] \Delta + S[X(\tau), \tau] + \right. \\ &\left. X^T(\tau) \frac{\partial S[X(\tau), \tau]}{\partial X^T(\tau)} \Delta + \frac{\partial S[X(\tau), \tau]}{\partial \tau} \Delta \right\} \end{aligned}$$

由于函数 $S[X(\tau), \tau]$ 和 $\partial S[X(\tau), \tau] / \partial \tau$ 不取决于变量 $U(t)$, 可将其移出最小值运算符。结果得出下列关系式:

$$\begin{aligned} - \frac{\partial S[X(\tau), \tau]}{\partial \tau} \Delta &\approx \min_{\substack{U(t) \\ [\tau, \tau+\Delta]}} \left\{ c_t[X(\tau), U(\tau), \tau] \Delta + \right. \\ &\left. X^T(\tau) \frac{\partial S[X(\tau), \tau]}{\partial X^T(\tau)} \Delta \right\} \end{aligned}$$

将上式两部分都除以 Δ 并将 τ 替换为当前时间 t , 当 $\Delta \rightarrow 0$ 时, 可得出贝尔曼函数的方程:

$$-\frac{\partial S[\mathbf{X}(t), t]}{\partial t} = \min_{|\mathbf{U}(t)|} \left\{ c_t[\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), t] + \dot{\mathbf{X}}^T(t) \frac{\partial S[\mathbf{X}(t), t]}{\partial \mathbf{X}^T(t)} \right\} \quad (4.9)$$

在式 (4.4) 边界条件下, 通过解式 (4.9) 可确定式 (4.2) 最小化的控制。根据式 (4.9) 和式 (4.4) 可知, 贝尔曼方程的解取决于式 (4.2) 和式 (4.1) 的形式。应当强调, 在推论时虽然没有对式 (4.1) 和式 (4.2) 被积分部分的形式实行任何限制, 但式 (4.9) 的解析解在式 (4.4) 条件下仅可用于线性模型和二次泛函数。

4.2 列托夫-卡尔曼提法中的最优控制算法

4.2.1 最优算法

在列托夫-卡尔曼提法中, 控制的综合问题按下列方式表述。综合电子系统作为多维动态系统, 其状态近似于下列模型:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{C}(t)\mathbf{U}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}_x(t) \quad (4.10)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{\text{np}} \\ \mathbf{X}_y \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{np}} & \mathbf{0}_1 \\ \mathbf{0}_2 & \mathbf{F}_y \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{C}_y \end{bmatrix}, \mathbf{W}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{\text{np}} \\ \mathbf{W}_y \end{bmatrix} \quad (4.10(a))$$

当具有下列测量时:

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{N}_z(t) \quad (4.11)$$

需要得出控制信号矢量 $\mathbf{U}$, 根据列托夫-卡尔曼质量泛函数最小值, 它是最优的:

$$c_{xU} = \mathbf{M}_y \{ [\mathbf{X}_{\text{np}}(T) - \mathbf{X}_y(T)]^T \mathbf{C}_T [\mathbf{X}_{\text{np}}(T) - \mathbf{X}_y(T)] + \int_{t_0}^T \{ [\mathbf{X}_{\text{np}}(t) - \mathbf{X}_y(t)]^T \mathbf{C}_x [\mathbf{X}_{\text{np}}(t) - \mathbf{X}_y(t)] \} dt + \int_{t_0}^T \mathbf{U}^T(t) \mathbf{C}_U \mathbf{U}(t) dt \} \quad (4.12)$$

由于初始模型是线性的, 扰动 $\mathbf{W}_x$ 和 $\mathbf{N}_z$ 是高斯扰动, 而质量泛函数是二次的 (线性分组编码 (ЛКГ) 问题), 则在分离定理结论的基础上可不依赖于最优滤波器在确定性提法中对最优调节器进行综合。因此, 在综合问题的第一阶段上假设不存在扰动 ($\mathbf{W}_x = 0, \mathbf{N}_z = 0$), 并且式 (4.10) 中的所有状态变量 x_i 都是准确测量的。

在所述问题说明中寻找控制信号的过程是以解式 (4.9) 为基础的。将式 (4.2) 与式 (4.12) 进行对比, 可得出如下结论:

$$c_t[\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), t] = \mathbf{X}^T(t) \mathbf{C}_{x1} \mathbf{X}(t) + \mathbf{U}^T(t) \mathbf{C}_U \mathbf{U}(t) \quad (4.13)$$

$$c_T[\mathbf{X}(T), \mathbf{U}(T), T] = \mathbf{X}^T(T) \mathbf{C}_{T1} \mathbf{X}(T) \quad (4.14)$$

式中

$$C_{x1} = \begin{bmatrix} C_x & -C_x \\ -C_x & C_x \end{bmatrix}, C_T = \begin{bmatrix} C_T & -C_T \\ -C_T & C_T \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

式 (4.10) ~ 式 (4.15) 中: X 为在当前时刻 t (控制结束时刻 T) 的 $2n$ 维广义状态矢量; F 为考虑到矢量 X 内部联系的动态矩阵; C 为控制信号 U 的 r 维 ($r \leq n$) 矢量效率矩阵; Z 为 m 维 ($m \leq 2n$) 测量矩阵; H 为观测矩阵; W_x 和 N_z 为对应整形噪声和测量误差的具有已知协方差矩阵的高斯矢量; X_{tp} 和 X_y 为动态矩阵; $0_1 \sim 0_3$ 为零矩阵; C_x 和 C_T 为在当前时刻和控制结束时刻的控制精度惩罚矩阵; C_v 为控制信号值惩罚的矩阵; M_y 为条件数学期望值符号。

为了简便, 下文中在解贝尔曼方程时将略去矢量和矩阵对于时间的不具有原则性意义的依赖关系。将式 (4.10)、式 (4.13)、式 (4.14) 代入式 (4.9) 和式 (4.4), 可得

$$-\frac{\partial S[X, t]}{\partial t} = \min_{|U|} \left\{ X^T C_{x1} X + U^T C_v U + [X^T F^T + U^T C^T] \frac{\partial S[X, t]}{\partial X^T} \right\} \quad (4.16)$$

$$S[X(T), T] = X^T(T) C_T X(T) \quad (4.17)$$

将不取决于 U 的项移出最小值运算符号:

$$-\frac{\partial S[X, t]}{\partial t} = X^T C_{x1} X + X^T F^T \frac{\partial S[X, t]}{\partial X^T} + \min_{|U|} \left\{ U^T C_v U + U^T C^T \frac{\partial S[X, t]}{\partial X^T} \right\} \quad (4.18)$$

使在大括号内被加数对 U^T 的求微分结果等于零, 可得出使式 (4.18) 最小化的控制。进行微分后, 可得

$$2C_v U + C^T \frac{\partial S[X, t]}{\partial X^T} = 0; U = -\frac{1}{2} C_v^{-1} C^T \frac{\partial S[X, t]}{\partial X^T} \quad (4.19)$$

将式 (4.19) 代入式 (4.18), 可得:

$$-\frac{\partial S[X, t]}{\partial t} = X^T C_{x1} X + X^T F^T \frac{\partial S[X, t]}{\partial X^T} - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial S[X, t]}{\partial X^T} \right)^T C C_v^{-1} C^T \frac{\partial S[X, t]}{\partial X^T} \quad (4.20)$$

在下列二次型类别中寻找该方程的解:

$$S[X, t] = X^T P(t) X \quad (4.21)$$

其中

$$\frac{\partial S[X, t]}{\partial X^T} = 2P(t) X \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial S[X, t]}{\partial t} = X^T \dot{P}(t) X \quad (4.23)$$

式中： $P(t)$ 和 $\dot{P}(t)$ 为对称矩阵。在式 (4.23) 中考虑到贝尔曼函数仅取决于初始值 $X(\tau)$ ，而不取决于当前值 $X(t)$ 。

将式 (4.22) 代入式 (4.19)，可得

$$U = -C_v^{-1} C^T P(t) X \quad (4.24)$$

为了确定 $P(t)$ ，使用式 (4.20)、式 (4.22) 和式 (4.23)。此时：

$$\begin{aligned} -X^T \dot{P}(t) X &= X^T C_{x1} X + 2X^T F^T P(t) X - X^T P(t) C C_v^{-1} C^T X^T P(t) X \\ \dot{P}(t) &= -C_{x1} - F^T P(t) - P(t) F + P(t) C C_v^{-1} C^T P(t) \end{aligned} \quad (4.25)$$

在推导式 (4.25) 的过程中考虑到矩阵 P 是对称矩阵。在 $t = T$ 时，通过对式 (4.17) 和式 (4.21) 的方式可得出式 (4.25) 的边界条件：

$$X^T(T) C_n X(T) = X^T(T) P(T) X(T)$$

由此得

$$P(T) = C_n \quad (4.26)$$

因为分析线性分组编码 (ЛКГ) 问题，所以在统计等效定理的基础上可确定，在用最优估计 $\hat{X}$ 替换状态矢量 X 的条件下，控制的确定性定律 (式 (4.24)) 与其统计定律将是相同的，即：

$$U = -C_v^{-1} C^T P(t) \hat{X} \quad (4.27)$$

式 (4.25) ~ 式 (4.27) 可确定作为多维动态系统的综合电子系统的控制算法，该算法在列托夫 - 卡尔曼提法中是最优的。分析这些关系式可得出下列结论。

在状态模型 (式 (4.10)) 不稳定时，在综合电子系统的组成中应包括上册中的：最优滤波器 (式 (3.17) ~ 式 (3.19))，它可形成用于式 (4.27) 的状态矢量估计 $\hat{X}$ ；最优识别器，它可计算用于式 (4.25) 和式 (4.27) 中参数 F 和 C 估计；最优调节器，它可形成式 (4.27)。如果初始模型是稳定的，则最优系统的组成中仅包括滤波器和调节器。

形成的控制系统 (式 (4.27)) 取决于系统状态 $\hat{X}$ 、系统接收控制信号的能力，该能力可由矩阵 C 、控制信号的惩罚 C_v 和权重矩阵 P 确定。对控制的惩罚越大，则信号 U 越小且系统越经济，但系统的精度越差。后者决定小数值 U 引起 (4.10) 中的小数值 $\dot{X}$ ，并相应地引起 X 小的针对性变化。如果式 (4.10) 可很好地接收控制信号 U (矩阵 C 具有较大系数)，则将控制信号变大是有意义的，因为在此情况下具有较大数值 $\dot{X}$ 并且系统将快速改变其状态 X 。如果矩阵 C 的系数较小，则不应使用较大的控制信号，因为这将导致在精度增益提升极小

的情况下不合理的能量资源消耗。

矩阵 P 的系数总体上考虑到在式 (4.25) 中对当前精度和经济性的惩罚 (可由矩阵 C_{x1} 和 C_U 确定), 由矩阵 F 和 C 决定控制信号的确定性关系和效率。确定性关系的影响表现为下列形式: 由于某个状态变量 x_i 引起的功能精度惩罚 c_{xii} 的变化可导致由于与变量 x_i 功能相关的其他变量引起的精度变化。此时, 矩阵 P 发生的变化可导致控制信号的变化, 并相应地导致系统经济性的变化。

下述情况是式 (4.25) ~ 式 (4.27) 的使用特点, 在解黎卡提方程的过程中在 $T \sim t$ 的反向时间内计算式 (4.25) 的系数, 而当时在式 (4.27) 中它们是用正向时间内的。应指出, 调节器的复杂性主要由式 (4.25) 方程的个数决定, 需求解这些方程是为了确定矩阵 P , 调节器的复杂性则大幅提高了最优系统本身 (式 (4.10)) 的复杂性。并且式 (4.10) 因此极小的增大可导致在计算矩阵 P 时需求解方程个数的大幅增大。这一现象是很多类型最优系统特有的, 它抑制了复杂多维系统应用最优控制算法。但是需要指出, 对于稳定系统, 可预先计算出仅由先验信息确定的矩阵 P 。因此, 可预先计算出用于式 (4.27) 的系数 $-C_U^{-1}C^TP$, 其数量可由大小 $r \times n$ 确定。后一情况允许实质性在实践中简化使用式 (4.27) 的过程。

对当前精度和最终精度指定不同惩罚 C_{x1} 和 C_{T1} 允许在综合电子系统的不同工作阶段上实现不同程度的误差, 如此可保证控制端在非常小的能量消耗下达到要求的精度。

如果在式 (4.10) 中具有需进行测量或估计的扰动 W_x , 则在式 (4.25) ~ 式 (4.27) 算法框架内可对其进行有效补偿。为此需要扩大状态矢量 X , 将扰动模型列入状态矢量 X 中。但这将使控制定律复杂化。文献 [5] 中列出了一种算法, 它允许在不扩大状态矢量的条件下将下列规定部分:

$$\dot{X}_y(t) = F_y(t)X_y(t) + C_y(t)U(t) + W_y(t) \quad (4.28)$$

用于处理下列过程:

$$\dot{X}_{tp}(t) = F_{tp}(t)X_{tp}(t) + W_{tp}(t) \quad (4.29)$$

在测量式 (4.11) 和 W_y 下, 形成根据泛函数最小值 (式 (4.12)) 最优的控制信号:

$$U = -C_U^{-1}C_y^T[P_y(t)\hat{X}_y + \hat{\rho}(t)] \quad (4.30)$$

$$\dot{P}_y(t) = -C_x + F_y^TP_y(t) - P_y(t)F_y + P_y(t)C_yC_U^{-1}C_y^TP_y(t) \quad (4.31)$$

$$\dot{\hat{\rho}}_y(t) = -C_x\hat{X}_{tp} + [P_y(t)C_yC_U^{-1}C_y^T - F_y^T]\hat{\rho}_y(t) - P_y(t)W_y \quad (4.32)$$

$$P_y(t) = C_T; \hat{\rho}_y(T) = -C_T\hat{X}_{tp}(T) \quad (4.33)$$

应指出, 当求解式 (4.30) ~ 式 (4.33) 所需的方程数非常少时, 该算法需

要解决更复杂的边界值问题。这种复杂化是由于需在反向时间内解式 (4.32) 引起的。

在离散时间内, 状态和观测方程具有下列形式:

$$X(k) = \Phi(k, k-1)X(k-1) + C(k-1)U(k-1) + W_x(k-1) \quad (4.34)$$

$$X(k) = \begin{bmatrix} X_{\text{tp}}(k) \\ X_y(k) \end{bmatrix}, \Phi(k, k-1) = \begin{bmatrix} \Phi_{\text{tp}}(k, k-1) & \mathbf{0}_1 \\ \mathbf{0}_2 & \Phi_y(k, k-1) \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$C(k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ C_y(k-1) \end{bmatrix}, W_x(k-1) = \begin{bmatrix} W_{\text{tp}}(k-1) \\ W_y(k-1) \end{bmatrix},$$

$$Z(k) = H(k)X(k) + N_z(k) \quad (4.36)$$

式中: $\Phi(k, k-1)$ 为转换 (基本) 矩阵; $\Phi_{\text{tp}}(k, k-1)$ 和 $\Phi_y(k, k-1)$ 分别为与式 (4.28) ~ 式 (4.29) 类似的所要求过程和控制过程的转换矩阵; $\mathbf{0}_1 \sim \mathbf{0}_3$ 为相应大小的零矩阵。此时, 列托夫-卡尔曼准则可用下列关系式描述:

$$c_{xU} = M_y \{ X^T(k) C_{\text{TI}} X(k) + \sum_{i=1}^{k-1} [X^T(i) C_{x1} X(i) + U^T(i) C_U U(i)] \} \quad (4.37)$$

分离定理对于离散控制问题也是适用的, 随机控制系统的综合可分解为最优确定性控制系统和滤波系统 (形成状态矢量估计)。与前面所述类似, 使用贝尔曼离散方程^[9]可得出最优离散控制算法:

$$U(k-1) = -K_U(k-1)X(k/k-1) \quad (4.38)$$

式中

$$K_U(k-1) = [C_U + C^T(k-1)P(k)C(k-1)]^{-1}$$

$$C^T(k-1)P(k)\Phi(k, k-1) \quad (4.39)$$

其中

$$X(k/k-1) = \Phi(k, k-1)\hat{X}(k-1) + C(k-1)U(k-1) \quad (4.40)$$

$\hat{X}(k)$ 为最优估计; $P(k)$ 为满足下列方程的矩阵:

$$P(k-1) = \Phi^T(k, k-1)P(k)\Phi(k, k-1) -$$

$$C_{x1}^T(k-1)[C_U + C^T(k-1)P(k)C(k-1)]C_{x1}(k-1) \quad (4.41)$$

该方程具有下述边界条件:

$$P(k_T) = C_{\text{TI}} \quad (4.42)$$

在式 (4.25) ~ 式 (4.27) 分析过程中得出的所有结论对于式 (4.38) ~ 式 (4.42) 是有意义的。

4.2.2 应用实例

在不存在整形噪声的条件下, 以“空对空”导弹雷达自导头的跟踪测角仪和机载雷达为例研究在计算方面经济的控制算法 (式 (4.30) ~ 式 (4.33)) 的

使用方案。为了使用这一算法，必须具有状态模型（式（4.28）、式（4.29））和质量泛函数（式（4.12））。

实现空间选择和连续跟踪高机动目标的必要性要求应知道目标的角位置、瞄准线（ЛБ）的角速度和角加速度。在最简单的情况下，在垂直平面内这些状态变量之间的关系（图4.2）可用下列关系式确定：

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_{\text{ЛБ}} = \omega_{\text{ЛБ}}, & \varphi_{\text{ЛБ}}(0) = \varphi_{\text{ЛБ}0} \\ \dot{\omega}_{\text{ЛБ}} = j_{\text{ЛБ}}, & \omega_{\text{ЛБ}}(0) = \omega_{\text{ЛБ}0} \end{cases} \quad (4.43)$$

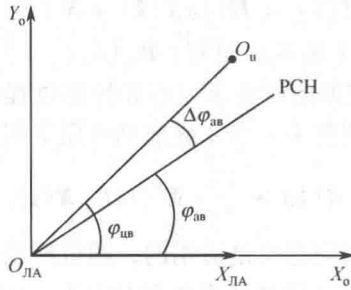


图4.2 在垂直平面内状态变量之间的关系

在图4.2中：点 $O_{\text{ЛА}}$ 和 $O_{\text{ц}}$ 分别为雷达载体飞行器（雷达自导头）和目标的位置； $O_{\text{ЛА}} X_{\text{ЛА}}$ 为飞行器的纵轴；PCH 为天线方向图（ДН）的等强信号方向； $\varphi_{\text{ЛБ}}$ 、 $\varphi_{\text{аб}}$ 为目标方位角和等强信号方向的位置角（天线转动角）。

包含积分仪和惯性环节的典型天线传动装置的方程具有下列形式^[4]：

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_{\text{аб}} = \omega_{\text{аб}}, & \varphi_{\text{аб}}(0) = \varphi_{\text{в3}} \\ \dot{\omega}_{\text{аб}} = -\frac{1}{T_{\text{нп}}} \omega_{\text{аб}} + \frac{k_{\text{нп}}}{T_{\text{нп}}} u_{\omega}, & \omega_{\text{аб}}(0) = \omega_{\text{в3}} \end{cases} \quad (4.44)$$

式中： $\omega_{\text{аб}}$ 为天线转动角速度； $k_{\text{нп}}$ 和 $T_{\text{нп}}$ 为传动装置的传递系数和时间常数。

根据式（4.43）和式（4.44），综合问题可用下列方式表述：对于用来跟踪过程动态（式（4.43））的天线传动装置（式（4.44）），需得出根据质量泛函数最小值最优的控制信号 U_{ω} 。

$$c_{xU} = \int_0^T \left\{ \begin{bmatrix} \varphi_{\text{ЛБ}} - \varphi_{\text{аб}} \\ \omega_{\text{ЛБ}} - \omega_{\text{аб}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{\varphi} & 0 \\ 0 & c_{\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{\text{ЛБ}} - \varphi_{\text{аб}} \\ \omega_{\text{ЛБ}} - \omega_{\text{аб}} \end{bmatrix} + u_{\omega}^2 c_U \right\} dt \quad (4.45)$$

泛函数最小值是在控制结束时刻对精度没有任何要求的条件下根据式（4.12）得出的。

使式（4.43）、式（4.44）与式（4.29）、式（4.28）相对应，并使式

(4.45) 与式 (4.12) 相对应, 可得:

$$\begin{aligned}
 X_y &= \begin{bmatrix} \varphi_{ab} \\ \omega_{ab} \end{bmatrix} \\
 F_y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_{np}} \end{bmatrix} \\
 C_y &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_{np}}{T_{np}} \end{bmatrix} \\
 U &= u_\omega \\
 X_{np} &= \begin{bmatrix} \varphi_{nb} \\ \omega_{nb} \end{bmatrix} \\
 F_{np} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 C_{np} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 C_x &= \begin{bmatrix} c_\varphi & 0 \\ 0 & c_\omega \end{bmatrix} \\
 C_U &= c_U \\
 P_y &= \begin{bmatrix} p_\varphi & p_{\varphi\omega} \\ p_{\omega\varphi} & p_\omega \end{bmatrix} \\
 \rho_y &= \begin{bmatrix} p_\varphi \\ p_\omega \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.46}$$

式中: 矩阵 P_y 和矢量 ρ_y 以一般形式列出。

考虑到式 (4-46) 并根据式 (4.30) ~ 式 (4.33), 可得:

$$\begin{aligned}
 u_\omega &= c_U^{-1} \left[0 \quad \frac{k_{np}}{T_{np}} \right] \left\{ \begin{bmatrix} p_\varphi & p_{\varphi\omega} \\ p_{\omega\varphi} & p_\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{ab} \\ \omega_{ab} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_\varphi \\ p_\omega \end{bmatrix} \right\} \\
 &= -\frac{k_{np} p_{\omega\varphi}}{T_{np} c_U} \varphi_{ab} - \frac{k_{np} p_\omega}{T_{np} c_U} \omega_{ab} - \frac{k_{np}}{T_{np} c_U} p_\omega
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

$$\dot{p}_\varphi = -c_\varphi + \frac{p_{\varphi\omega}^2 k_{np}^2}{T_{np}^2 c_U}, p_\varphi(T) = 0 \tag{4.48}$$

$$\dot{p}_{\varphi\omega} = \dot{p}_{\omega\varphi} = -p_\varphi + \left(\frac{1}{T_{np}} + \frac{p_\omega k_{np}^2}{T_{np}^2 c_U} \right) p_{\varphi\omega}, p_{\varphi\omega}(T) = 0 \tag{4.49}$$

$$\dot{p}_\omega = -c_\omega - 2p_{\varphi\omega} + \left(\frac{2}{T_{np}} + \frac{p_\omega k_{np}^2}{T_{np}^2 c_U} \right) p_\omega, p_\omega(T) = 0 \quad (4.50)$$

$$\dot{\rho}_\omega = c_\omega \varphi_{\text{нв}} + \frac{p_{\varphi\omega} k_{np}^2}{T_{np}^2 c_U} p_\omega, \rho_\omega(T) = 0 \quad (4.51)$$

$$\dot{p}_\omega = c_\omega \omega_{\text{нв}} - \rho_\omega + \left(\frac{1}{T_{np}} + \frac{p_\omega k_{np}^2}{T_{np}^2 c_U} \right) p_\omega, p_\omega(T) = 0 \quad (4.52)$$

在推导式 (4.47) ~ 式 (4.52) 时, 应考虑到矩阵 $\mathbf{P}_y$ 为对称矩阵。

应指出, 在大多数情况下没有对跟踪系统提出在控制终点精度的特殊要求, 因此在形成控制信号 (4.47) 时可使用在稳定状态下的式 (4.48) ~ 式 (4.52) 的解, 此时:

$$p_\varphi = \text{const}, p_{\varphi\omega} = \text{const}, p_{\omega\varphi} = \text{const}, p_\omega = \text{const} \quad (4.53)$$

求解关于在式 (4.47) 中使用 $p_{\varphi\omega}$ 、 p_ω 和 ρ_ω 的方程组 (式 (4.48) ~ 式 (4.52)) 时, 可得出下列关系式:

$$u_\omega = k^\varphi(\varphi_{\text{нв}} - \varphi_{\text{аб}}) + k^\omega(\omega_{\text{нв}} - \omega_{\text{аб}}) + k_k^\omega \omega_{\text{нв}} \quad (4.54)$$

式中

$$k^\varphi = \sqrt{\frac{c_\varphi}{c_U}}, k^\omega = \frac{k_{np} p_\omega}{T_{np} c_U}, k_k^\omega = \frac{1}{k_{np}} - \text{常数} \quad (4.55)$$

通过分析式 (4.54)、式 (4.55), 可做出下列结论。

形成的控制信号不仅考虑到角误差 (普通测角仪中也发生这种情况), 还考虑到角速度误差和角速度本身的校正信号。在式 (4.54) 中的后两个被加数与传动装置中的加速环节和根据角速度的附加反馈是相对应的。

误差权重和 $\omega_{\text{нв}}$ 校正信号的权重取决于初始传动装置的参数 (k_{np} 、 T_{np}) 及对其提出的精度和经济性要求 (c_φ 、 c_U)。

通过计算控制信号中的 $\omega_{\text{нв}}$, 控制信号可与应用条件自适应。此时, 可推测在 $\dot{\omega}_{\text{нв}} \neq 0$ 情况下传动装置将有效地发挥功能。

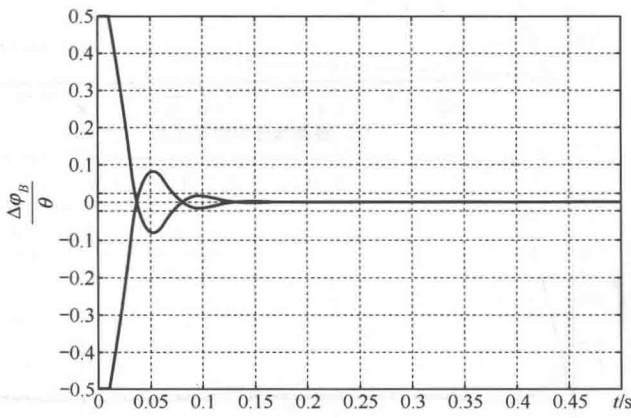
在确定被加数 (它们考虑到角速度和根据角速度的跟踪误差) 的权重时, 在控制定律中使用由 k_{np} 和 T_{np} 数值确定的对传动装置快速动作的实际限制。

上述算法非常简单, 并且对其实现的可能性没有施加任何限制。

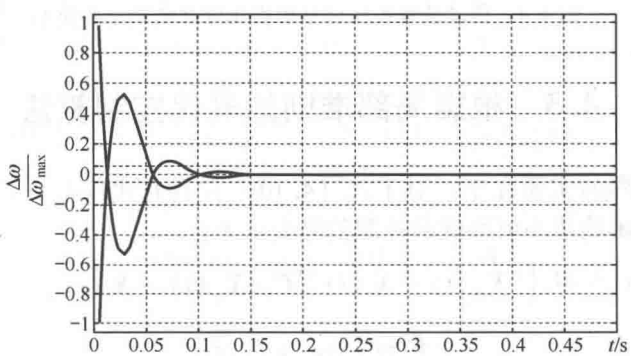
跟踪过程 (式 (4.43)) 和传动装置 (式 (4.44)) 控制形成程序 (式 (4.54)、式 (4.55)) 的所述模型表明, 在速度和角速度可能值的所有范围内和在其根据符号的任意组合下, 研制的跟踪回路能以较高精度处理根据角度和角速度截获目标的误差 (图 4.3)。

高机动目标的跟踪精度和稳定性 (在 (4.43) 中 $j_{\text{нв}} \neq 0$) 可由角度和角速

度跟踪相对误差的变化图说明，如图 4.4 所示，在图中给出了形成传动装置控制信号 3 种可能方案下的误差，图中：实线表示 $u_\omega = k^\phi(\phi_{\text{UB}} - \phi_{\text{AB}}) + k^\omega(\omega_{\text{UB}} - \omega_{\text{AB}}) + k_k^\omega \omega_{\text{UB}}$ ；虚线表示 $u_\omega = k^\phi(\phi_{\text{UB}} - \phi_{\text{AB}}) + k^\omega(\omega_{\text{UB}} - \omega_{\text{AB}})$ ；点划线表示 $u_\omega = k^\phi(\phi_{\text{UB}} - \phi_{\text{AB}})$ 。



(a) 根据角度的相对误差



(b) 根据角速度的相对误差

图 4.3 研制的跟踪回路处理根据角度和角速度截获目标的误差

由图可知，当用传统测角仪（在测角仪中传动装置控制仅在角度误差的基础上形成）跟踪高机动目标时（点划线），将非常快速地发生跟踪中断。

在控制定律中，根据角度和角速度的误差（虚线）的测角仪中，跟踪误差的增长非常慢，但仍旧存在中断的威胁。在校正信号影响 $\omega_{\text{UB}}/k_{\text{mp}}$ 的测角仪中，可保证在角加速度的所有实际变化范围内高精度稳定的跟踪。

在结论中应当指出，使用列托夫 - 卡尔曼提法中最优的控制算法可保证在较广的功能运行条件变化范围内最优系统高精度、稳定地发挥功能。