

- 赵学达 主编
- 屈磊磊 万莹 董云影 副主编

概率论与数理统计

同步训练

赵学达 主编

屈磊磊 万莹 董云影 副主编

概率论与数理统计 同步训练

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是结合工科数学教材《概率论与数理统计》编写的同步训练,共8章,主要包括概率论的基本概念、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理、样本及抽样分布、参数估计、假设检验等内容的配套习题以及详细解答.每章分为小节习题和自测题两大部分.附录为2010—2015年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)中关于概率论与数理统计部分的题目及其详细解答.

本书可作为普通高等学校理工类学生学习的辅导材料,也可以作为考研的备考用书.

版权所有,侵权必究.侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计同步训练/赵学达主编.--北京:清华大学出版社,2016

ISBN 978-7-302-42842-8

I. ①概… II. ①赵… III. ①概率论—高等学校—习题集②数理统计—高等学校—习题集
IV. ①O21-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第028841号

责任编辑:陈明

封面设计:张京京

责任校对:赵丽敏

责任印制:宋林

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:三河市中晟雅豪印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:8.5 字 数:204千字

版 次:2016年3月第1版 印 次:2016年3月第1次印刷

印 数:1~2500

定 价:19.00元



前言

概率论与数理统计是研究和揭示随机现象统计规律性的数学学科,是理工类、经管类、农科类相关专业的一门重要基础课,也是硕士研究生入学考试的重点科目. 作为一门应用数学学科,概率论与数理统计不仅具有数学学科所共有的特点:高度的抽象性、严密的逻辑性和广泛的应用性,而且具有更独特的思维方法. 为使初学者掌握概率论和数理统计的基本概念,熟悉数据处理、数据分析、数据推断的各种基本方法,并能用所掌握的方法解决生活中的实际问题,我们编写了这本同步训练.

本书内容是编者团队在深入研究课程教学大纲,并结合多年的教学实践经验基础上,采用依据课程教学内容逐节安排习题的方式设定. 编者希望学生通过做题训练掌握概率论与数理统计的相关知识,并希望通过所给出的习题详解来规范学生的解题步骤. 各小节习题难度遵循由易到难的方式,逐步加深对知识的理解,学生可以通过章节自测题来了解自己对该知识的掌握情况.

为使学生了解研究生入学考试题型及考查范围,编者选取了部分年份的考研真题及其详解作为附录. 准备考研的同学可以通过研读这一部分来了解考研命题动态.

本书在编写过程中,得到了大连海洋大学理学院数学教研室教师的支持和帮助,编者谨致谢意.

限于编者的水平,本书难免存在不足和错误之处,恳请读者不吝指正.

编者

2015年12月

目 录

第 1 章 概率论的基本概念	1
习题 1-1	1
习题 1-2	2
习题 1-3	5
习题 1-4	8
自测题 1	10
第 2 章 随机变量及其分布	12
习题 2-1	12
习题 2-2	15
习题 2-3	17
自测题 2	19
第 3 章 多维随机变量及其分布	22
习题 3-1	22
习题 3-2	24
习题 3-3	26
习题 3-4	28
自测题 3	30
第 4 章 随机变量的数字特征	33
习题 4-1	33
习题 4-2	36
习题 4-3	38
自测题 4	39
第 5 章 大数定律及中心极限定理	42
习题 5-1	42

第 6 章 样本及抽样分布	44
习题 6-1	44
自测题 6	47
第 7 章 参数估计	50
习题 7-1	50
自测题 7	54
第 8 章 假设检验	57
习题 8-1	57
自测题 8	59
习题参考答案	61
附录 2010—2015 年全国硕士研究生入学统一考试数学(一)概率论与数理统计 部分试题及答案	116

习题 1-1

一、填空题

1. 填写下列试验的样本空间:

- (1) 掷 2 颗骰子记录出现点数之和 _____ ;
 (2) 生产产品直到有 10 件正品为止,记录生产产品总件数 _____ .

2. 设 A, B, C 为三事件,用 A, B, C 的运算表示下列事件:

- (1) A, B 均不发生但 C 发生 _____ ;
 (2) A, B, C 恰有一个发生 _____ ;
 (3) A, B, C 至少有一个发生 _____ ;
 (4) A, B, C 都不发生 _____ ;
 (5) A, B, C 至多有两个发生 _____ .

二、选择题

1. 甲、乙两人射击, A, B 分别表示甲、乙射中目标,则 \overline{AB} 表示().

- A. 甲、乙都未射中 B. 二人未都射中
 C. 至少有一人没射中 D. 至少有一人射中

2. A, B, C 表示三个事件,则 A 不发生而 B, C 均发生可表示为().

- A. $\overline{A} \cap B \cap C$ B. $\overline{A} \cap (B \cup C)$
 C. $\overline{A \cup B \cup C}$ D. $\overline{A \cup B \cup C}$
 E. $\overline{A} \cap \overline{B \cup C}$

3. 下述命题正确的是().

- A. $A \cup B = A\overline{B} \cup B$ B. $\overline{AB} = A \cup \overline{B}$
 C. $(AB) \cup (A\overline{B}) = A$ D. $A - B = A - AB = A\overline{B}$
 E. 若 $A \subset B$, 则 $A = AB$ F. 若 $A \subset B$, 则 $\overline{A} \subset \overline{B}$
 G. 若 $B \subset \overline{A}$, 则 $AB = \emptyset$

三、简化事件

设 S 为样本空间, 试简化 $AB \cup (A-B) \cup \bar{A}$.

四、写出试验的样本空间或事件的集合表示

1. 对某工厂出厂的产品进行检查, 合格的记上“正品”, 不合格的记上“次品”, 如连续查出 2 个次品就停止检查, 或检查 4 个产品就停止检查, 记录检查的结果, 用 0 表示次品, 1 表示正品, 则样本空间 $S =$ _____.

2. 在抛一枚硬币三次的试验中, 1 表示正面, 0 表示反面, 试写出下列事件的集合表示.

(1) “至少出现一个正面” = _____;

(2) “最多出现一个正面” = _____;

(3) “恰好出现一个正面” = _____;

(4) “出现三面相同” = _____.

习题 1-2

一、填空题

1. 已知一、二、三班男、女生的人数为下表:

		班级		
		一班	二班	三班
性别	男	23	22	24
	女	25	24	22

从中随机抽取一人, 则该生是一班学生或是男生的概率为 _____.

2. 有 10 件产品, 其中 4 件不合格产品, 无放回地任取 3 件, 则 3 件都是正品的概率为 _____, 这 3 件产品中恰有 1 件次品的概率为 _____, 这 3 件产品中至少有 1 件次品的概率为 _____.

3. 若房间有 10 人, 分别戴 1 号到 10 号的纪念章, 任取 3 人, 记录纪念章的号码, 则最大号码为 5 的概率为 _____, 2 号或 3 号纪念章至少有一个没有取到的概率为 _____.

4. 一幢 8 层楼房有一架电梯, 从底层上了 5 位乘客, 乘客从第二层起离开电梯, 假设每位乘客在任一层离开电梯是等可能的, 则没有两位及两位以上乘客在同一层离开的概率为 _____.

5. 若事件 A, B 互斥, 且 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$, 则 $P(\bar{A}\bar{B}) =$ _____.

6. 将一颗骰子掷两次, 则两次骰子点数相同的概率为 _____, 两次骰子点数之差的绝对值为 1 的概率为 _____.

7. 一袋中有 5 只红球, 6 只黄球, 7 只蓝球, 从中任取 6 只球, 试求取到红球数与黄球数相等的概率为_____.

二、选择题

1. 现有 6 本中文书, 4 本外文书, 任意摆在书架上, 则 4 本外文书放在一起的概率为 ().

A. $\frac{4! \cdot 6!}{10!}$ B. $\frac{7}{10}$ C. $\frac{4! \cdot 7!}{10!}$ D. $\frac{4}{10}$

2. 已知事件 $A \supset B$, 则 $P(A-B) = ()$.

A. $1 - P(AB)$ B. $P(A) - P(AB)$

C. $P(A) + P(B) - P(AB)$ D. $P(B)$

3. 已知事件 \bar{A}, \bar{B} 互斥, 则 $P(\overline{A \cup B}) = ()$.

A. $1 - P(A)$ B. $1 - P(A) - P(B)$

C. 0 D. $P(\bar{A})P(\bar{B})$

三、计算在 1~1000 这 1000 个正整数中任取一个数能被 2 或 3 整除的概率.

四、从 1, 2, ..., 9 共九个数字中

1. 有放回地取出五个数字, 求下列事件的概率:

(1) $A_1 =$ “最后取出是奇数”;

(2) $A_2 =$ “五个数字全不相同”;

(3) $A_3 =$ “1 恰好出现两次”.

2. 无放回地依次抽取三个数, 恰为从小到大排列的概率.

五、若 $P(A) = \frac{1}{3}, P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$, 试求下列三种情况下 $P(\overline{AB})$ 的值:

(1) A 与 B 互斥; (2) $A \subset B$; (3) $P(AB) = \frac{1}{8}$.

六、若 $P(B)=0.3, P(A \cup B)=0.6$, 求 $P(\overline{AB})$.

七、设有 3 枚金币, 6 枚银币, 分别装在 3 个盒子中(每盒 3 枚), 求恰好每个盒子都是 1 枚金币、2 枚银币的概率.

八、在 2 个伍分币、3 个贰分币、5 个壹分币中任取 5 个, 试求被取的 5 个钱币之和不小于 1 角的概率.

九、50 只螺栓随机地取来用在 10 个部件上, 其中有 3 个螺栓质量不合格. 每个部件用 3 只螺栓. 若将 3 只质量不合格的螺栓都装在一个部件上, 则这个部件强度就太弱. 问发生一个部件强度太弱的概率是多少?

十、将 3 个球随机地放入 5 个杯子中去, 问杯子中球的最大个数分别是 1, 2, 3 的概率各为多少?

十一、某盒中有 10 件产品, 其中 4 件次品, 今从盒中取 3 次产品, 一次取一件, 不放回, 求第三次取得是正品的概率以及第三次才取得正品的概率分别是多少?

十二、在区间 $(0,1)$ 中随机地取两个数,则两数之和小于 $\frac{6}{5}$ 的概率为多少?

习题 1-3

一、填空题

1. 已知 $P(A)=0.3, P(B)=0.4, P(A|B)=0.32$, 则 $P(AB)=$ _____, $P(A \cup B)=$ _____, $P(\overline{AB})=$ _____.

2. 若 10 个零件中有 3 个次品,每次从其中任取一个零件,取出不再放回,则第三次才取得零件是次品的概率为 _____.

3. 据气象记录知道,一年中甲市雨天比例占 0.5,乙市雨天比例占 0.3,两地同时下雨的比例占 0.1,则在甲市下雨的情况下乙市也下雨的概率为 _____;已知甲、乙两地至少有一地下雨的情况下,甲地下雨的概率为 _____.

4. 若 $P(A)=0.7, P(\overline{B})=0.6, P(A\overline{B})=0.5$, 则 $P(A|A \cup B)=$ _____.

5. 已知 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}, P(AB)=P(BC)=0, P(AC)=\frac{3}{16}$, 则事件 A, B, C 全不发生的概率为 _____.

6. 若市场出售的灯泡中由甲厂生产的占 70%,乙厂生产的占 30%,甲、乙两厂的合格率分别为 95%、80%,今从市场上买了一个灯泡,则是由甲厂生产的合格品的概率为 _____,是由乙厂生产的不合格品的概率为 _____.

7. 若袋中 10 个球中有 2 个带有中奖标志,两人分别从袋中任取一球,则第二个人中奖的概率为 _____.

二、选择题

1. 设盒中有 10 个木质球,其中 3 个红色、7 个蓝色,还有 6 个玻璃球,其中 2 个红色、4 个蓝色,从中任取一球,记 A : 取到蓝色球, B : 取到玻璃球,则 $P(B|A)=($ _____).

A. $\frac{6}{10}$ B. $\frac{1}{16}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{4}{11}$

2. 若 A 与 B 互斥,且 $P(A) \neq 0, P(B) \neq 0$, 则下列等式成立的是(_____).

A. $P(A\overline{B})=0$ B. $P(B|\overline{A})=0$
C. $P(\overline{B}|A)=1$ D. $P(AB)=P(A)P(B)$

3. 已知事件 A 与 B 互斥,则(_____).

A. $P(A\overline{B})=0$ B. $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$
C. $P(B|\overline{A})=0$ D. $P(\overline{AB})=1$
E. $P(\overline{B}|A)=1$

6. 某人下午 5:00 下班,他的积累资料表明:

到家时间	5:40 以前	5:40~5:50	5:50 以后
乘地铁到家概率	0.30	0.55	0.15
乘汽车到家概率	0.60	0.25	0.15

某日他抛硬币决定乘地铁还是乘汽车,结果是 5:47 到家,问他是乘地铁回家的概率为多少?

7. 盒中 12 个乒乓球,其中 3 个旧球,9 个新球,第一次比赛从中任取 3 个来用,赛后仍放回盒中.第二次比赛时,再从盒中任取 3 个.

- (1) 求第二次所取出的球都是新球的概率;
- (2) 若第二次取出的球都是新球,求第一次取出的球都是新球的概率.

8. 某种产品的商标为“MAXAM”,其中有 2 个字母脱落,有人捡起脱落字母后随意放回,求放回后仍为“MAXAM”的概率?

9. 设考生的报名表来自 3 个地区,分别有 10 份,15 份,25 份,其中女生的分别为 3 份,7 份,5 份.随机地从一地区先后任取两份报名表,求:

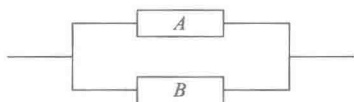
- (1) 先取的那份报名表是女生的概率 p ;
- (2) 已知后取的报名表是男生的,而先取的那份报名表是女生的概率 q .

习题 1-4

一、填空题

1. 甲、乙二人同时向敌机射击(相互独立),已知甲、乙击中敌机的概率分别是 0.6, 0.5, 求敌机被击中的概率是_____.

2. 设 A 与 B 元件以相同的概率正常工作,且相互独立,线路正常工作概率为 $\frac{15}{16}$,则每个元件正常工作概率为_____.



3. 甲、乙两批种子,发芽率分别为 0.8 和 0.7,在两批种子中各随机取一粒,则两粒种子都发芽的概率为_____;至少有一粒种子发芽的概率为_____;恰有一粒种子发芽的概率为_____.

4. 若 $P(A)=a, P(B)=b, P(C)=c, P(AC)=d$ 且 A, B 独立、 B, C 互斥,则 $P(A \cup B \cup C) =$ _____.

5. 三次独立试验,事件 A 出现的概率相等,若事件 A 至少出现一次的概率为 $\frac{19}{27}$,则事件 A 出现的概率为_____.

二、选择题

1. 若 $P(A)+P(B)>1$,则事件 A 与事件 B 一定().

A. 不相互独立 B. 相互独立 C. 互斥 D. 不互斥

2. 若 $P(\overline{A \cup B}) = [1 - P(A)][1 - P(B)]$,则事件 A 与事件 B ().

A. 互斥 B. $A \supset B$ C. \overline{A} 与 \overline{B} 互斥 D. 相互独立

3. 线路中元件 A 与 B 并联后再与 C 串联, A, B, C 正常工作概率均为 $\frac{1}{2}$,且各元件正常与否互不影响,则该线路正常工作概率为().

A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{8}$

4. A 与 B 为两个概率不为零的互斥事件,则以下结论肯定正确的是().

A. $\overline{A}, \overline{B}$ 互斥 B. $\overline{A}, \overline{B}$ 相容
C. $P(AB) = P(A)P(B)$ D. $P(A-B) = P(A)$

三、计算题

1. 三人独立破译密码,已知三个人单独能译出的概率分别为 0.2, 0.25, 0.3,问能将密码译出的概率是多少?

2. 一个工人照管三台车床,在一段时间内各车床不需要工人照管的概率分别是 0.9、0.8、0.7,且各车床是否需要工人照管互不影响,求这段时间最多有一台车床需要工人照管的概率.

3. 乒乓球比赛规定,先胜三局的运动员获胜,若甲、乙两人每一局获胜的概率分别为 0.6、0.4,当比赛进行两局时,甲以 2 : 0 获胜,求总的比赛中甲获胜的概率.

* 4. 将 A, B, C 三字母之一输入信道,输出为原字母的概率为 α ,而输出为其他字母之一的概率都为 $(1-\alpha)/2$,今将 $AAAA, BBBB, CCCC$ 之一输入信道,输入这三个字母串的概率为 p_1, p_2, p_3 ($p_1 + p_2 + p_3 = 1$),已知输出为 $ABCA$,问输入是 $AAAA$ 的概率是多少?

5. 设两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$, A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等,求 $P(A)$.

次抽出为次品的概率为_____.

4. 一宿舍内有 8 名同学,则他们之间恰好有 3 个人生日在同一月份的概率为_____.

5. 若 $P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(C)=0.4, P(AC)=0.3$ 且 A, B 独立、 B, C 互斥,则 $P(A \cup B \cup C)=$ _____.

三、解答题(共 5 小题,每题 12 分,共 60 分)

1. 设 $P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(B|\bar{A})=0.4$,求 $P(AB)$.

2. 一批产品共有 50 件,其中 3 件次品,现从这批产品中连接抽取两次,每次抽取一件,在有放回抽样和无放回抽样两种情况下,求第一次抽到正品,第二次抽到次品的概率.

3. 甲、乙、丙三人向同一飞机射击,设击中飞机的概率分别为 0.4,0.5,0.7,如果只有一人击中,则飞机被击落的概率为 0.2,如果有两人击中,则飞机被击落的概率为 0.6. 如果三人都击中,则飞机一定被击落. 求飞机被击落的概率.

4. 玻璃杯成箱出售,每箱 20 只. 假设各箱含 0,1,2 只残次品的概率相应为 0.8,0.1,0.1. 某顾客欲购买一箱玻璃杯,在购买时,售货员随意取一箱,而顾客随机地查看 4 只,若无残次品,则买下该箱玻璃杯,否则退回. 试求:

(1) 顾客买下该箱玻璃杯的概率;

(2) 在顾客买下的该箱玻璃杯中,没有残次品的概率.

5. 一箱产品由 A, B 两厂生产,并且分别占 60%,40%,其次品率分别为 1%,2%. 现在从中任取一件为次品,问此时该产品是哪个厂生产的可能性最大?