



普通高等教育“十二五”规划教材

PUTONG GAODENG JIAOYU "12·5" GUIHUA JIAOCAI

线性代数

——Excel 版记分作业

颜宁生 编著



冶金工业出版社
Metallurgical Industry Press



普通高等教育“十二五”

线性代数

——Excel 版记分作业

颜宁生 编著

北京
冶金工业出版社
2015

内 容 提 要

本书是在高等教育出版社出版、同济大学数学系编写的《线性代数》(第六版)基础上编写的配套教学参考用书,根据前五章的25节内容,设计了25个记分作业,5个过关记分作业(相当于单元测验),1个期中过关记分作业(相当于期中测验),20套计分作业。

随书赠送的光盘中有相关的电子版文件。

由于在记分作业中提供了解题思路,降低了作业难度,本书更适合二本院校理工科专业师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

线性代数: Excel 版记分作业 / 颜宁生编著. —北京:
冶金工业出版社, 2015. 10

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-5024-7085-2

I. ①线… II. ①颜… III. ①线性代数—高等学校—
习题集 IV. ①O151. 2 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 241523 号

出 版 人 谭学余

地 址 北京市东城区嵩祝院北巷 39 号 邮编 100009 电话 (010)64027926

网 址 www.cnmip.com.cn 电子信箱 yjcb@cnmip.com.cn

责任编辑 郭冬艳 美术编辑 吕欣童 版式设计 孙跃红

责任校对 禹蕊 责任印制 李玉山

ISBN 978-7-5024-7085-2

冶金工业出版社出版发行;各地新华书店经销;北京百善印刷厂印刷

2015 年 10 月第 1 版, 2015 年 10 月第 1 次印刷

148mm×210mm; 7 印张; 204 千字; 211 页

26.00 元

冶金工业出版社 投稿电话 (010)64027932 投稿信箱 tougao@cnmip.com.cn

冶金工业出版社营销中心 电话 (010)64044283 传真 (010)64027893

冶金书店 地址 北京市东四西大街 46 号(100010) 电话 (010)65289081(兼传真)

冶金工业出版社天猫旗舰店 yjgycbs.tmall.com

(本书如有印装质量问题, 本社营销中心负责退换)

序　　言

“线性代数”是大学数学的基础课，很多学生感觉抽象难学，不愿意做习题。本书作者多年来一直致力于改变这种状况，巧妙地将线性代数习题编写成 Excel 版电子习题，并嵌入了自动记分程序，这样既可以减轻教师的工作量，又能提高学生的学习兴趣。将各种记分习题组合成各种可以运行的 Lingo 软件的模板，使其自动生成题型相同但数字不同的任意多套记分作业和相应的答案。这些记分作业的优点是，由已被加密的判分程序自动阅卷，免去了教师的阅卷环节。此外，利用成绩统计软件可以自动统计学生的记分作业成绩，取代手工统计学生的记分作业成绩环节。

作者连续三年被评为本校十佳教师，并在 2014 年度当选感动“北服”人物，表明其教学方式和教学效果已经得到了学生的普遍认可。

目前，很多学校还是采取期末考试“一卷定终身”的考试方式。如果在学完每章或每节后，将过关记分作业和四级计分作业取代单元测验或月考，将起到对学生学习过程考核的作用。

作者做了大量原创性的工作。我认为本书可以作为《线性代数》的教学参考用书，具有出版价值。

北京化工大学 姜广峰

前　　言

在一些大学里有一种现象，即学生容易在数学类课程上挂科。究其原因，这些学生从来不或很少亲自做作业，但迫于平时成绩的压力，他们可能会抄作业。怎样能够让越来越多的学生愿意动手做作业，促成了笔者持续十余年所做的“游戏驱动教学”的教学改革项目。这种带有游戏色彩的教学改革能够吸引很多学生“亲自”做作业。

记分作业是利用 Lingo 软件开发的电子版作业，嵌入了自动记分程序和互动环节。比如，若完成某个课堂练习就算达到了基本要求，记 1 分，本书将这种记 1 分的课堂练习设计成“见 1 游戏”。具体讲，见 1 游戏是一种填空题，每填写一个正确的答案，就会出现一个对勾√，并得到一定的分数。当完成课堂练习的所有填写后，对勾√将变成笑脸符号☺，得分会自动累计成“1”分。这种互动式的记分现象产生了一种趣味效果：做练习就如同做游戏，游戏的目的是见到“1”。故称之为“见 1 游戏”。为了增加游戏效果，在见到 1 后，还会出现一个四字谜面，比如，谜面为“八仙过海”，则谜底就是“各显神通”，学生须通过该谜面猜对谜底，再将四字谜底填入“记分作业”的密码格中，就可以看到记分作业的得分了。当所有的记分作业做对后，可获得“点赞”评语。

由于每个学生的电子作业都不相同，这样可以最大限度地避免了抄作业。此外，学生的每次作业又都能计入平时成绩，这样就能够“强迫”学生去做作业。

下面是平时成绩的计算公式：

平时成绩 = \max (电子作业成绩, 纸质作业成绩)

其中, 电子作业成绩 = \min (100, 考勤 15 分 + 见 1 游戏 25 分 + 记分作业 49 分 + 过关记分作业 20 分 + 期末考前辅导 20 分 + 20 套计分作业 60 分), 纸质作业成绩 = \min (100, 考勤 15 分 + 5 章作业 100 分 + 期末考前辅导 20 分)

平时成绩的公式表明, 平时成绩满分是 100 分, 也就是说, 我们为学生提供了超过了 100 分的记分作业, 学生只需要挑选其中的 100 分的内容去完成即可。实践表明, 能否通过期末考试, 取决于两个方面, 一是能否“亲自”做作业, 二是能否得到 100 分的平时成绩。

随书赠送的光盘中除了有记分作业外, 其内容还具有三个特点:

特色内容一: 过关记分作业。

《线性代数》(第六版)一书内容由 5 章组成, 由此设计出过五关记分作业, 每一个过关记分作业都由单选题组成, 有一个过关分数。学生在做过关考试题的过程中, 一旦他的分数达到了过关分数, 过关考记分作业就会自动显示出他的分数, 即只要能够看到他的过关分数, 他就过关了。

特色内容二: 20 套计分作业。

为方便读者使用, 将四级计分作业稍作改变后得到 20 套计分作业, 它们来源于国内大学期末考试题或是研究生入学考试题, 其答案可见随书赠送的光盘。每套计分作业的答案有 30 份, 可供 30 位学生使用, 第 1 份为电子版答案。修改密码后, 可将 20 套计分作业变成 20 套考试题。例如, 在 B4 套计分作业中修改一个

选项，变成了实验班闭卷试卷（见光盘）。欢迎对如何改变成考试题感兴趣的老师与作者联系（qq：2823406958）。

特色内容三：成绩统计软件。

在成绩统计软件中，除可以得到每个学生的每次作业的成绩外，还可以得到每个学生的汉字和数字两种密码。其操作方法分为两步：（1）先将需要统计的同一类型的作业放在一个文件夹中，打开成绩统计软件，同时按 ALT + F11 两个键，调出宏程序；（2）按 F5，就可以进行成绩统计了。

本书是在由冶金工业出版社 2014 年出版《线性代数——Excel 版教学用书》的基础上编写的。得到了北京服装学院数理公共基础课教学创新团队项目和北京服装学院教育教学改革项目（JG—1329）的支持。

限于作者水平，书中存在的疏漏，恳请广大读者批评指正。

作　者
2015 年 7 月

目 录

1 行列式记分作业	1
1.1 二阶与三阶行列式	1
1.2 全排列和对换	4
1.3 n 阶行列式的定义	7
1.4 行列式的性质	11
1.5 行列式按行(列)展开	13
过 1 关记分作业	17
2 矩阵及其运算记分作业	20
2.1 线性方程组和矩阵	20
2.2 矩阵的运算	23
2.3 逆矩阵	27
2.4 克拉默法则	31
2.5 矩阵分块法	36
过 2 关记分作业	43
3 矩阵的初等变换与线性方程组记分作业	47
3.1 矩阵的初等变换	47
3.2 矩阵的秩	52
3.3 线性方程组的解	55
过 3 关记分作业	60
4 向量组的线性相关性记分作业	63
4.1 向量组及其线性组合	63
4.2 向量组的线性相关性	69
4.3 向量组的秩	72

期中过关记分作业	75
4.4 线性方程组的解的结构	81
4.5 向量空间	85
过4关记分作业	88
5 相似矩阵及二次型记分作业	92
5.1 向量的内积、长度及正交性	92
5.2 方阵的特征值与特征向量	97
5.3 相似矩阵	102
5.4 对称矩阵的对角化	106
5.5 二次型及其标准形	113
5.6 用配方法化二次型成标准形	120
5.7 正定二次型	124
过5关记分作业	126
期末考前辅导	129
二十套计分作业	135

1 行列式记分作业

1.1 二阶与三阶行列式

二阶行列式是由四个数排成二行二列（横排称行、竖排称列）的数表：

$$\begin{array}{cc} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{array}$$

表达式 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ 称为数表所确定的二阶行列式，并记作

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

即：

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

设有 9 个数排成 3 行 3 列的数表：

$$\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}$$

记： $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$

称为数表所确定的三阶行列式。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
5													
6													
7							3	-2					
8							2	1	=		7		

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
10	三阶行列式公式												
11													
12							1	2	-4				
13							-2	2	1	=			-14
14							-3	4	-2				

单元格 J7 中的数字是通过编写公式 “= E7 * G8 - G7 * E8” 得到的，单元格 L13 中的数字是通过编写公式 “= E12 * G13 * I14 + G12 * I13 * E14 + I12 * E13 * G14 - I12 * G13 * E14 - G12 * E13 * I14 - E12 * I13 * G14” 得到的，另外，还可以利用 Excel 内部函数“MDETERM ()”进行计算。改变上面黄色单元格中的数字，将自动生成计算结果。

课堂练习 1-1

计算二阶行列式：															
				6	0	=	6	×	-1	-	0	×	-7	=	-6

计算三阶行列式：													
				6	2	-5							
D =				-2	-7	-5	=						
				5	-5	-2							

见 1 游戏 1-1

设二元线性方程组：													
				$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{array} \right.$									
记：													

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{21} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix},$$

若：

$$D \neq 0, \text{ 则:}$$

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, \quad x_2 = \frac{D_2}{D}.$$

有若干只鸡兔同在一个笼子里，从上面数，有35个头，从下面数，有92只脚。则笼中有24只鸡，有11只兔。

解：设笼中有 x_1 只鸡，有 x_2 只兔。

则

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 35 \\ 2x_1 + 4x_2 = 92 \end{cases}$$

即

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 2 ,$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 35 & 1 \\ 92 & 4 \end{vmatrix} = 48, \quad D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 35 \\ 2 & 92 \end{vmatrix} = 22$$

记分作业

注：先清空黄色单元格然后填写相应的答案。

记分作业 1 - 1

$$\begin{array}{c} \text{当 } x \text{ 何值时, } 0 \ 1 \ x = 0 \\ \quad \quad \quad 5 \ -2 \ x^2 \end{array}$$

解：方程左端 $D = 0$ $x^2 - 0x + 0$ ，
由 $0x^2 - 0x + 0 = 0$ ，知当 $x = 0$ 或 $x = 0$ 时，
行列式 = 0

记分作业 1-2

求解二元线性方程组									
$\begin{cases} -2x_1 - 2x_2 = 0 \\ -3x_1 + x_2 = 8 \end{cases}$									
解：由于									
$D = \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = 0$					$D_1 = \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} = 0$		$D_2 = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 8 \end{vmatrix} = 0$		
所以									
$x_1 = \frac{D_1}{D} = 0$					$x_2 = \frac{D_2}{D} = 0$				

记分作业 1-3

三元线性方程组									
$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + x_3 = -3 \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 = 13 \\ -x_1 + 6x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$									
的解为：					$x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$				

记分作业 1-4

二	次	多	项	式	$f(x) = 0x^2 - 0x + 0$	，	满	足	
$f(0)$	=	5	，	$f(3)$	=	77	，	$f(5)$	= 215

1.2 全排列和对换

把 n 个不同的元素排成一列，叫做这 n 个元素的全排列（或排列）。规定各元素之间有一个标准次序， n 个不同的自然数，规定由小到大为标准次序。

在一个排列 $(i_1, i_2, \dots, i_t, \dots, i_s, \dots, i_n)$ 中，若数 $i_t > i_s$ 则称这两个数组成一个逆序，一个排列中所有逆序的总数称为此排列的逆序数。逆序数为奇数的排列称为奇排列；逆序数为偶数的排列称为偶排列。

在排列中，将任意两个元素对换，其余元素不动产生新排列的方法叫做对换。

一个排列中的任意两个元素对换，则排列改变其奇偶性。

奇排列对换成标准排列的对换次数为奇数，偶排列对换成标准排列的对换次数为偶数。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
5	5个元素全排列的逆序数公式														
6		3	2	5	1	4									
7			1	0	1	0									
8				0	1	1									
9					1	0									
10						0									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
11	6个元素全排列的逆序数公式														
12		6	2	5	1	4	3								
13			1	0	1	0	1								
14				1	1	1	0								
15					1	0	1								
16						1	0								
17							1								

单元格 E7 中的数字是通过编写公式 “=IF (D6 > E6, 1, 0)” 得到的，即 D6 代表数字 3，E6 代表数字 2，IF (D6 > E6, 1, 0) 表示如果 $3 > 2$ ，就产生 1 个逆序，否则产生 0 个逆序，第 7 行单元格中的数字表示相邻两个元素的逆序数，第 8 行单元格中的数字表示隔一个元素的两个元素的逆序数，第 9 行单元格中的数字表示隔两个元素的两个元素的逆序数，第 10 行单元格中的数字表示隔三个元素的两个元素的逆序数，比如，单元格 G8 中的公式为 “=IF (E6 > G6, 1, 0)”，其他单元格中的公式类似。单元格 N6 中的数字是通过编写公式 “=SUM (E7: H10)” 得到的，它表示单元格区域 E7: H10 中所有数字相加的和，即 3、2、5、1、4 排列的逆序数，改变上面黄色单元格中的数字，将自动产生计算结果。

课堂练习 1-2

5个元素的全排列 3 2 5 1 4 的逆序数 = 5，为奇排列。

1	0	1	0
0	1	1	
1	0		
0			

将 2 与 4 对换后：

3 4 5 1 2 的逆序数 = 6，为偶排列。

0	0	1	0
0	1	1	
1	1		
1			

排列的奇偶性发生改变。

见 1 游戏 1-2

9个元素的全排列 9 4 5 6 2 7 8 1 3 的逆序数 = 22

1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	1	
1	1	0	0	1	1		
1	0	0	1	0			
1	0	1	1				
1	1	1					
1	1						

记分作业

注：先清空黄色单元格然后填写相应的答案。

记分作业 1-5

4个元素的全排列 1 2 4 3 的逆序数 = 0。

0	0	1
0	0	
0		

记分作业 1-6

4个元素的全排列 1 2 4 3 为 0 排列。

记分作业 1-7

8个 元素 的 全 排 列	2	1	7	8	6	4	5	3	的 逆 序 数 = 0
	1	0	0	1	1	0	1		
	0	0	1	1	1	1			
	0	0	1	1	1				
	0	0	1	1					
	0	0	1						
	0	0							
	0	0							

记分作业 1-8

8个 元素 的 全 排 列	1	3	5	6	7	8	4	2	的 逆 序 数 = 0
	0	0	0	0	0	0	1	1	
	0	0	0	0	0	1	1		
	0	0	0	0	1	1			
	0	0	1	1					
	0	0	1						
	0	1							
	0								
	0								

1.3 n 阶行列式的定义

由 n^2 个数组成的 n 阶行列式等于所有取自不同行不同列的 n 个元素的乘积的代数和 $\sum (-1)^t a_{1p_1} a_{2p_2} \cdots a_{np_n}$ 。

记作

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{p_1 p_2 \cdots p_n} (-1)^{t(p_1 p_2 \cdots p_n)} a_{1p_1} a_{2p_2} \cdots a_{np_n}$$

四阶行列式公式：

	1	0	0	0	
	2	2	0	0	= 24
	3	3	3	0	
	4	4	4	4	

五阶行列式公式：

	1	0	0	0	0	
	2	2	0	0	0	
	3	3	3	0	0	= 120
	4	4	4	4	0	
	5	5	5	5	5	

六阶行列式公式：

	1	0	0	0	0	0	
	2	2	0	0	0	0	
	3	3	3	0	0	0	= 720
	4	4	4	4	0	0	
	5	5	5	5	5	0	
	6	6	6	6	6	6	

七阶行列式公式：

	1	0	0	0	0	0	0	
	2	2	0	0	0	0	0	
	3	3	3	0	0	0	0	
	4	4	4	4	0	0	0	= 5040
	5	5	5	5	5	0	0	
	6	6	6	6	6	6	0	
	7	7	7	7	7	7	7	

以上行列式的结果所在的表示单元中都是利用 Excel 内部函数“MDETERM ()”编写的，改变上面黄色单元格中的数字，将自动产生计算结果。