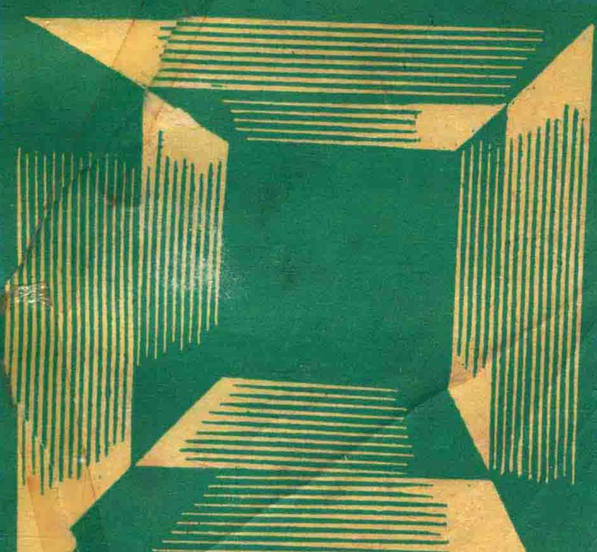
初中数学学习辅导与水平测试

乔加瑞 任中文 孙维纲
刘增佑 叶大中 编著



初中数学学习辅导与水平测试

乔家瑞　任中文　孙维纲
刘增佑　叶大中　编著

北京日报出版社

初中数学学习辅导与水平测试

乔家瑞　任中文　孙维纲
刘增佑　叶大中　编著

*
北京日报出版社出版、发行
（北京市东单西裱褙胡同34号）
新 华 书 店 经 销
冶金印刷厂印刷
787×1092毫米　32开本　10.375 印张　232千字
1989年 9 月第一版　1989年 9 月第一次印刷
印数　00,001—18,100册
ISBN 7—80502-242-9/G110
定价：4.35 元

出版说明

根据国家教委颁布的教学大纲和最新修订的教材内容，我们组织了北京师大实验中学、北京师大一附中、北京师大二附中、北京四中、北京二十六中等重点中学及北京教育学院一批久负盛名、有丰富教学实践和教学研究经验的高级教师、副教授等编写了初中语文、数学、物理、化学、外语、政治六科的学习辅导与水平测试丛书。目的在于使初中各年级学生在学习新教材时，能够有一套与课本配合密切、水平更高、而且更科学适用的参考书，以便系统地掌握基础知识和基本技能，客观地测试自己掌握知识的程度，培养良好的学习方法和习惯，启迪思维，开发智力。

本书每章内容都与教科书的章节相配合，并且由知识结构、理解概念、基本题型、技能技巧、综合运用和水平测试题等部分构成。其不但注意数学定义、定理和公式的运用，还注意数学思维过程及方法的训练；不但注意演绎法的运用，同时还注意归纳、类比、发现等方法的运用，以利于开拓思路，提高技能和技巧。

在全书最后附有提示与答案。

本书适于初中各年级学生学习课本时配套使用；也适于中考总复习使用。

编　者

目　录

第一篇　代　数

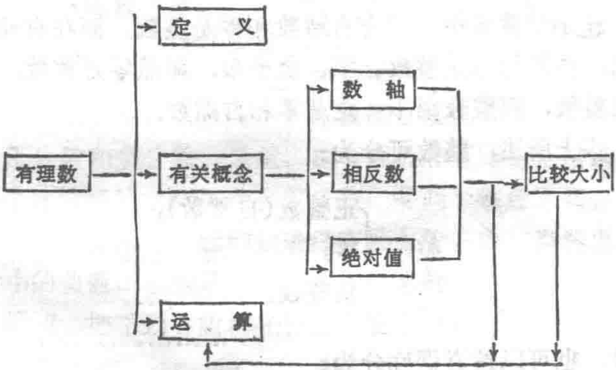
第二篇　几　何

提示与答案

第一篇 代 数

第一章 有理数

一、知识结构



二、理解概念

1. 正数和负数

例 1 判断正误:

(1) 零是自然数( ),是正数( ),是整数( ),是偶数( ).

(2) 自然数是正整数( ),是整数( );整数一定是自然数和零( ).

(3) 有理数中有最小的数( ),任意两个连续的整数之间没有有理数了( ).

解：(1) ×，×，√．√． (2) √，√，×．

在小学算术中，"零"表示没有的意思，而在有理数中，"零"除了表示没有以外，还具有很多重要的、独特的意义，零作为具有相反意义的量的基准，具有非常确切的意思．温度是零度并不表示没有温度，而是表示一个确定的温度．时间是零点，并不表示没有时间，而是表示一个确定的时间．因此零是介于正数和负数之间的数，它既不是正数也不是负数．

在小学算术中，只有自然数和零是整数，而在有理数范围内，整数包括正整数、零、负整数，显然零是整数，自然数是整数，而整数则不一定是零和自然数．

综上所述，整数可分为：

$$\text{整数}\begin{cases}\text{正整数(自然数)，}\\ \text{零，}\\ \text{负整数．}\end{cases}$$

同时，也可以按奇偶性分为：

$$\text{整数}\begin{cases}\text{奇数，}\\ \text{偶数．}\end{cases}$$

也就是说，奇数和偶数这两个概念随着整数概念的推广也同时随之推广．因此零是偶数．

(3) ×，×．

在引进负数以后，从而把数的范围扩充到有理数．恰当地将有理数进行分类是非常重要的一项工作．我们可以按下述两种方法进行分类．

第一　按整与不整分类

- 有理数
  - 整数
    - 正整数（自然数）
    - 零
    - 负整数
  - 分数
    - 正分数
    - 负分数

第二　按数性分类

- 有理数
  - 正有理数
    - 正整数
    - 正分数
  - 零
  - 负有理数
    - 负整数
    - 负分数

不管用上述哪种方法分类，有理数都包括正整数、零、负整数、正分数和负分数．显然，说有理数非正即负是错误的，在两个连续整数之间还存在着分数，即两个整数之间存在着有理数．在算术中，我们知道没有最大的正数，当然也就没有最小的负数，也就是没有最小的有理数．

例 2　把下列各数填在相应的集合中：

$$10,\ -150,\ 3\frac{1}{3},\ -0.52,\ 0,\ -0.\dot{9}\dot{1},\ \frac{1}{4}.$$

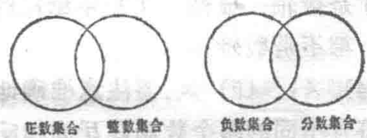


图 1—1

分析：根据有理数的分类，有的有理数既属于正数集合又属于整数集合，有的有理数既属于负数集合又属于分数集合，这样的数应填在两个集合的相交部分．

2．相反数和倒数

例 3 判断正误：

（1）规定了原点、正方向和单位长度的射线叫做数轴．（ ）

（2）如图 1-2 所画的图形表示的是数轴．（ ）

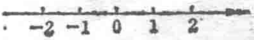


图 1—2

（3）－10是相反数．（ ）

（4）一个数的相反数一定是负数．（ ）

（5）符号不同的两个数叫相反数．（ ）

（6）任何一个有理数都有相反数；（ ）

任何一个有理数都有倒数．（ ）

解：（1）×；（2）×．在建立有理数的概念后，通过数轴说明相反数、绝对值，有理数大小比较等概念，所以数轴是一个重要的概念．在现实生活中，数轴有很多具体的形象，如杆秤、温度计、直尺等，但它应是客观事物的抽象，在认识上不能停留在具体的事例中．数轴是由原点、正方向和单位长度三个要素构成的，三者缺一不可．只有具备了这三个要素的直线才是数轴．显然（1）中给出的射线，(2) 中未指明正方向，都不是数轴．

(3) ×；(4) ×；(5) ×．要注意准确地掌握相反数的概念．“只有符号不同的两个数叫做互为相反的数；零的相反数是零”．显然相反数是揭示了两个有理数的关系，因此不能说－10是相反数，而应说－10是10的相反数．定义中的“只有”非常重要，这样－10和10才互为相反数，而－10和 5 就不互为相反数，如果丢掉了“只有”这个条件，那么－10和 5 也就互为相反数了，这显然是错误的．定义中附加

的“零的相反数是零”是定义的补充，是定义的重要组成部分．这样认为“一个数的相反数一定是负数”肯定是错误的．

（6）√；×．要注意零的倒数是不存在的这一特殊情况．

例 4　写出下列各数的相反数和倒数，并总结：

（1）哪些有理数的相反数比它本身大？

（2）哪些有理数的倒数比它本身大？

原数	-3	-2	-1	$-1/2$	$2/3$	1	$4\frac{1}{4}$
相反数							
倒数							

分析：在进入初中学习之后，要逐步学会观察，要敢于提出问题，不断探索规律，这样都可以随着知识的不断积累，而使自己的理解力和思维力也得到提高本题．如果预先不提出填写相反数和倒数，你能直接回答题中提出的两个问题吗？应当怎样进行分析．

考虑与相反数有关的问题时，往往把有理数分成正有理数、零、负有理数三种情况分别讨论；考虑与倒数有关的问题时，往往把有理数分成小于-1；等于-1；大于-1同时小于1，并且不等于0；等于1；大于1几个情况分别讨论．这样就容易得出负数的相反数比它本身大；小于1的正数或小于-1的负数的倒数比它本身大．

3．绝对值

例 5　判断正误：

（1）正数的绝对值等于它本身；（　）

如果一个数的绝对值等于它本身，那么这个数一定是正数．（　）

（2）一个数的绝对值一定不是负数；（　）

一个数的绝对值一定是正数．（　）

（3）如果两个数相等，那么这两个数的绝对值相等；（　）

如果两个数的绝对值相等，那么这两个数相等．（　）

（4）如果甲数大于乙数，那么甲数的绝对值大于乙数的绝对值．（　）

解：（1）√；×．　绝对值的定义反映了它的数值特征：一个正数的绝对值等于它本身，这显然是定义的一个组成部分，肯定是正确的．但反过来，如果一个数的绝对值等于它本身，那么这个数一定是正数，则是错误的，因为它忽略了“零的绝对值是零”，也应包括在“等于它本身”之中．

（2）√；×．从绝对值定义：“一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零”可知，任何一个有理数的绝对值应该是非负数，即一定不是负数．如果说一个数的绝对值一定是正数，则是错误的，它忽略了零的绝对值是零，而不是正数．

（3）√；×．两个数的绝对值相等，这两个数不一定相等，如 $|-7|=7$，$|7|=7$，即±7的绝对值相等，但这两个数并不相等．

（4）×．如甲是-2，乙是-3，甲＞乙，而 $|-2|=2$，$|-3|=3$，甲数的绝对值反而小于乙数的绝对值．

例 6　填空：

（1）1989的绝对值等于____，绝对值等于1989的数是____.

（2）绝对值最小的整数是____，绝对值最小的有理数是____.

（3）绝对值小于π的整数有____.

（4）绝对值大于3.9而小于7.2的整数有______.

解：（1）1989；±1989.（2）0；0；（3）±3；±2；±1；0.

（4）±7；±6；±5；±4.

在回答上述问题时，应注意：

第一 绝对值等于1989的数应有两个，即±1989. 因为$|+1989|=1989$，$|-1989|=1989$，不能丢掉-1989.

第二 绝对值小于π的整数是±3，±2，±1，0. 不要丢掉0以及-3，-2，-1.

4. 有理数大小的比较

例 7 比较下列每对数的大小：

（1）$-\left(-\frac{3}{7}\right)$和$-\left(-\frac{2}{5}\right)$；（2）0.273和$\frac{3}{11}$；

（3）$+(-4.76)$和$-\left(+4\frac{3}{4}\right)$；（4）$-\frac{5}{1989}$和$-\frac{5}{1988}$.

分析：在比较有理数的大小时，比较两个负数的大小比较困难. 我们知道一个有理数是由性质符号和绝对值两部分构成的，在比较两个负数的大小时，应先比较它们的绝对值，然后再比较它们的性质符号，此时需注意绝对值较大的负数反而小.

三、基本题型

1. 有理数的加法和减法

算术和代数有着极其密切的联系，算术是代数的基础，而代数则是算术的继续和发展，这就是说代数是在算术中的“数”和“运算”的基础上有系统地发展起来的，要完成从算术到代数的过渡，首先要过好“负数关”．我们知道，任何一个有理数（零除外），都是由性质符号和绝对值构成的，负数概念是有理数的核心．我们在做有理数的运算时，要特别注意它的性质符号，如计算4-5时，首先要考虑结果是得正数还是得负数，然后再计算它的绝对值，这样考虑问题是形成负数概念的重要标志，否则就会出现各种计算错误．

另外，有理数运算是通过绝对值概念转化成算术运算进行的．即

$$\text{有理数运算}\xrightarrow{\text{利用绝对值概念}}\text{算术运算}$$

在有理数的加减法运算中，应注意下述两个问题：

（1）加法法则是通过下面六种情况概括出来的，即正数＋正数，负数＋负数，正数＋负数，负数＋正数，零＋有理数以及互为相反数的两个数相加．请你用具体事例概括总结加法法则．

（2）减法运算是通过相反数概念转化成加法进行的．即

$$\text{有理数减法}\xrightarrow{\text{利用相反数概念}}\text{有理数加法}.$$

例 1　两个有理数相加所得的和一定比每个加数都大吗？为什么？

解：不一定．小学算术是在正数和零的范围内做加法，其和比每个加数都大，而且是“越加越大”．但当数的范围

扩充到有理数之后，这样的认识就不全面了．两个有理数的和可能比每个加数都大；也可能比某一个加数小，如$13+(-10)=3$，则和3比加数13小；也可能比两个加数都小，如$(-13)+(-10)=-23$，则和-23比加数-13，-10都小；也可能与某一个加数相等，如$(-13)+0=-13$，则和-13与加数-13相等．

这说明在数的范围扩充到有理数后，有许多问题需要重新认识．

例 2　计算　$(+15)-(+14)+(-23)-(-25)$．

分析：首先将原式统一成加法，然后运用加法运算律把正数和负数分别结合在一起再相加，计算就比较简便．

解：　$(+15)-(+14)+(-23)-(-25)$

$=(+15)+(-14)+(-23)+(+25)$　（遇减化加）

$=15-14-23+25$（省略加号）

$=15+25-14-23$（利用加法交换律与结合律）

$=40-37$（同号先加）

$=3$．　（正负相加）

例 3　计算：

（1）$(-5)+\left(+\frac{4}{7}\right)-(-7)+(-3)+\left(-\frac{4}{7}\right)$；

（2）$\left(-1\frac{1}{3}\right)-(-1989)-(+281)-\left(-2\frac{1}{3}\right)+$

$+(+11)$．

分析：在做加减法时，应先把相加得零的数结合起来相

加，或先把相加得到比较整齐的整数相加.

解：(1) $(-5)+\left(+\frac{4}{7}\right)-(-7)+(-3)+\left(-\frac{4}{7}\right)$

$=(-5)+\left(+\frac{4}{7}\right)+(+7)+(-3)+\left(-\frac{4}{7}\right)$

$=-5+\frac{4}{7}+7-3-\frac{4}{7}$

$=\frac{4}{7}-\frac{4}{7}-5+7-3$

$=7-8=-1.$

（2）（略）.

例 4 计算 $-3\frac{3}{5}+\frac{1}{4}+7\frac{1}{2}-\frac{7}{10}+0.3.$

分析：在做加减法时，应先把分母相同的分数或易通分的分数相加.

解： $-3\frac{3}{5}+\frac{1}{4}+7\frac{1}{2}-\frac{7}{10}+0.3$

$=-3\frac{3}{5}-\frac{7}{10}+0.3+7\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

$=\left(-3\frac{6}{10}-\frac{7}{10}+\frac{3}{10}\right)+\left(7\frac{2}{4}+\frac{1}{4}\right)$

$=-4+7\frac{3}{4}=3\frac{3}{4}.$

2．有理数的乘法和除法

在有理数的乘除法运算中，应注意下述几个问题：

（1）在概括出两个有理数相乘的法则后，应准确进行叙述，不要说成“负负得正”，这样容易造成误解，发生$(-4)+(-6)=10$这样的错误.

（2）注意对两个有理数乘法法则的推广，这样在多个有理数相乘时，就可以一次完成.

（3）除法运算是通过倒数概念转化成乘法进行的．即

$$\text{有理数除法}\xrightarrow{\text{利用倒数概念}}\text{有理数乘法}.$$

例 1 计算 $(-25)\times\left(-3\frac{1}{20}\right)\times(-4)$.

解：$(-25)\times\left(-3\frac{1}{20}\right)\times(-4)$

$$=-\left(25\times4\times\frac{61}{20}\right)=-305.$$

例 2 计算 $(-9)\times(-90)\div(+9)\times\left(-\frac{1}{45}\right)$.

解：$(-9)\times(-90)\div(+9)\times\left(-\frac{1}{45}\right)$

$$=-\left(9\times\frac{1}{9}\times90\times\frac{1}{45}\right)=-2.$$

例 3 计算 $\left[2\frac{1}{12}-\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}-\frac{3}{8}\right)\times24\right]\div(-5)$.

解：原式$=\frac{7}{12}$.

例 4 计算 $\left(-5\frac{1}{2}\right)\times\left(-2\frac{5}{6}\right)+(+3)\times\left(-2\frac{5}{6}\right)+$

$\left(-1\frac{1}{2}\right)\times\left(-2\frac{5}{6}\right)$.

解：$\left(-5\frac{1}{2}\right)\times\left(-2\frac{5}{6}\right)+(+3)\times\left(-2\frac{5}{6}\right)+$

$\left(-1\frac{1}{2}\right)\times\left(-2\frac{5}{6}\right)$

$=\left(-2\frac{5}{6}\right)\times\left(-5\frac{1}{2}+3-1\frac{1}{2}\right)$

$=\left(-\frac{17}{6}\right)\times(-7+3)$

$=\left(-\frac{17}{6}\right)\times(-4)=11\frac{1}{3}$.

根据上述例题请你总结，做有理数的乘除法时应注意哪些问题，从而使运算得到简化.

3．有理数的乘方

乘方是一种新的运算，在认识这种新的运算时，应注意下述几个问题：

（1）注意区分乘方与幂　乘方是第五种运算，而幂是乘方运算的结果.

（2）注意区分底数和指数　底数是指相同因数的乘积中的相同因数，它可以是任何有理数；指数是指相同因数的个数，它是一个自然数.