

新编

王永建
潘娉姣
脱新祥

编著

初中数学学习手册



江苏教育出版社

新编

初中数学学习手册

王永建 潘娉姣 脱新祥 编著

江苏教育出版社

新编初中数学学习手册

王永建 潘娉姣 脱新祥

责任编辑 王建军

出版发行:江苏教育出版社
(南京中央路165号,邮政编码:210009)
经 销:江苏省新华书店
照 排:南京理工大学激光照排公司
印 刷:江苏扬中印刷厂印刷
(地址:前进北路22号 邮政编码:212200)

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 14.75 插页 1 字数 326,500

1995年10月第1版 1996年2月第2次印刷

印数 9,001—36,030 册

ISBN 7-5343-2479-3

G·2230 定价:10.10元

江苏教育版图书若有印刷装订错误,可向承印厂调换

说 明

近年来,我国初中数学课程设置、教学内容和要求有了较大的变动.

自 1993 年秋季起,全国实行九年制义务教育.国家教育委员会颁布了新的教学计划以及《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试用)》.根据新大纲的精神,以人民教育出版社版本为主体的各种初中数学新教材在全国初中一年级开始使用.按照新计划、大纲和教材的精神,初中一年级上学期开设代数,下学期以及初二、初三两个年级,皆为代数、几何并开;至于教学内容,有的被删去,有的要求有所降低,有的改作选学,还有部分内容移至高中;与此同时,也增加了部分内容,特别是立体几何初步知识.

自 1994 年秋季起,为了实行国务院颁布的新工时制,义务教育三年制初中的数学课,已由原计划三年周课时数的 5, 5, 5, 改为 5, 5, 4, 总课时有所减少.国家教育委员会为此发布文件,又进一步对初中教学计划进行调整.文件除强调义务教育三年制初级中学的数学课,对于初中毕业后不准备继续升学的学生,可以只学《大纲》中列为必学的内容,不学《大纲》中带 * 号的内容外,还对教材中习题、复习题、自测题的要求作了具体调整,要求都有所降低.

这本《新编初中数学学习手册》就是适应这种新的形势,根据上述《九年义务教育全日制初级中学数学大纲(试用)》和国家教育委员会《实行新工时制对全日制小学、初级中学课程

(教学)计划进行调整的意见》的精神编写的,它是一本帮助初中同学学习数学的最新的参考书.本书以人民教育出版社编的《九年义务教育三年制初级中学数学教科书》为蓝本,以章为单元,按教材顺序编写.为使同学阅读方便起见,按照初中三个年级,分为三个部分.各章内容共分以下几个部分:

第一部分为**学习脉络**,以表的形式将全章知识加以串联,提供读者一个学习和复习的线索;

第二部分为**基础知识**,按“数学概念”、“数学规律”和“数学思想方法”三部分对全章数学知识进行梳理,对容易混淆和出错的地方都特别加以说明,以提高同学掌握数学知识的素质;

第三部分为**基本技能**,对与本章有关的计算能力、逻辑推理能力和空间想象能力的要求以及注意事项作了具体说明,并列举范例,以帮助同学提高解题能力.

凡初中毕业考试不考而属升学考试范围的内容,均打上“*”号,以示区别.每章编有习题,书后附有答案,供同学练习参考.为帮助初三同学复习迎考,我们特从近年来全国各地中考试题中选择应考频率较高的试题,归类整理,揭示规律,提供范例,编制习题,共十二讲.为了增强本书的思想性、实用性和趣味性,我们还配合各学期所学内容,编写了一些短文,插在各年级每学期或各学科的卷尾,供同学选读.

本书初一代数部分由王永建编写,初二、初三代数由潘婷姣编写,几何部分由脱新祥编写,全书由王永建审校.

编 者

1995年2月

目 录

一 年 级

代数

第一章 代数初步知识.....	3
第二章 有理数	10
第三章 整式的加减	19
第四章 一元一次方程	25

用字母代替数(33) 低温的世界(34) 爱因斯坦学代数(35)

第五章 二元一次方程组	37
第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组	45
第七章 整式的乘除	52

几何

第一章 线段、角.....	61
第二章 相交线、平行线.....	72

百鸡问题(86) 提丢斯-波得定则(87) 一种新的说理方法(88)

学数学要一丝不苟(89)

二 年 级

代数

第八章 因式分解	93
第九章 分式.....	110

第十章 数的开方.....	130
---------------	-----

第十一章 二次根式.....	142
----------------	-----

质数与密代码(159) 我国古人对分数的研究(160) 最小的液流
能量(161)

几何

第三章 三角形.....	162
--------------	-----

第四章 四边形.....	191
--------------	-----

第五章 相似形.....	217
--------------	-----

三斜求积公式(235) 勾股定理(236) 黄金分割(237) 麻团的价
格(239)

三 年 级

代数

第十二章 一元二次方程.....	243
------------------	-----

第十三章 函数及其图象.....	281
------------------	-----

第十四章 统计初步.....	310
----------------	-----

数量的测定(326) 最大树龄法(327) 几个二次函数的实例(328)
俭朴、勤奋与成才(329)

几何

第六章 解直角三角形.....	331
-----------------	-----

第七章 圆.....	344
------------	-----

怎样画大圆弧(376) 祖冲之(377)

专题复习

一 非负数概念的运用.....	379
-----------------	-----

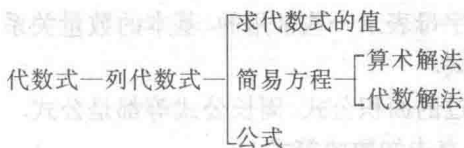
二	判别式的运用	383
三	根与系数的关系	388
四	自变量取值范围的讨论	393
五	函数及其图象	396
六	几何基础题	401
七	三角形中边角的关系	405
八	圆内接四边形	410
九	和圆有关的比例线段	416
十	尺规作图题	422
十一	综合题(一)	426
十二	综合题(二)	434
	答案或提示	438
附录		
一	希腊字母表	462
二	数学符号	462
三	常用数学数据	465
四	常用计量单位	465

一年级

代数

第一章 代数初步知识

一、学习脉络



二、基础知识

1. 数学概念

(1) 代数式 用基本的运算(加、减、乘、除、乘方、开方)符号把数、表示数的字母连接而成的式子. 如 5 , a , $4x$, mn , $p+q$, $\frac{s}{t}$, x^2 , $\sqrt{y}$ 等, 都是代数式.

代数式中的字母可以取什么值, 要根据具体问题来确定. 如在 $p+q$ 这个式子中, p, q 可以取一切实数; 在 $\frac{s}{t}$ 这个式子中, s 可以取一切实数, t 只能取不为 0 的一切实数.

(2) 代数式的值 用数值代替代数式里的字母, 按照代数式指明的运算, 计算出的结果, 就叫做代数式的值.

例1 求代数式

$$(3x^2 - 4) - (2x^2 - 5x + 6) + (x^2 - 5x)$$

的值,其中 $x = -1\frac{1}{2}$.

如果直接代入比较麻烦,把代数式化简后代入就很简便.

$$\begin{aligned}\text{解} \quad \text{原式} &= (3x^2 - 2x^2 + x^2) + (5x - 5x) - (4 + 6) \\ &= 2x^2 - 10 \\ &= 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 10 \\ &= \frac{9}{2} - 10 \\ &= -5\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

(3) 公式 用字母表示一些常用的、基本的数量关系,所写成的等式叫做公式.

我们在小学学过的面积公式、周长公式等都是公式.

(4) 方程 含有未知数的等式.

方程都是等式,是一种特殊的等式,但等式就不一定是方程,如 $x - 2 = 3$ 是一个方程,当然也是个等式; $1 + 2 = 3$ 是一个等式,但并不是方程.

(5) 方程的解 使方程左右两边相等的未知数的值叫做方程的解.

(6) 解方程 求方程的解的过程叫做解方程.

“方程的解”中的“解”是一个名词,“解方程”中的“解”是一个动词,二者是有区别的.

2. 数学规律

(1) 运算定律

① 加法交换律 两个数相加,交换加数的位置,和不变.

$$a + b = b + a.$$

② 加法结合律 三个数相加,先把前两个数相加,或者

先把后两个数相加,和不变.

$$\begin{aligned}a + b + c &= (a + b) + c \\ &= a + (b + c).\end{aligned}$$

③ 乘法交换律 两个数相乘,交换因数的位置,积不变.

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

④ 乘法结合律 三个数相乘,先把前两个数相乘,或者先把后两个数相乘,积不变.

$$\begin{aligned}a \cdot b \cdot c &= (a \cdot b) \cdot c \\ &= a \cdot (b \cdot c)\end{aligned}$$

⑤ 分配律 一个数同两个数的和相乘,等于把这个数分别同这两个数相乘,再把积相加.

$$m \cdot (a + b) = m \cdot a + m \cdot b.$$

(2) 简易方程的解法 将方程两边同时加上(减去)同一个适当的数;将方程两边同时乘以(或除以)同一个适当的数,最终求出方程的解.

3. 数学思想方法

(1) 特殊 —— 一般 —— 特殊. 人们认识事物,往往是从特殊入手,即从许多具体的事物中掌握它们一般的性质,然后在一般性质的指导下,进一步认识其他尚未认识的特殊事物的性质.

小学生开始认识数总是和量联系在一起的,例如三只苹果,两支铅笔.到了小学中高年级,同学有了一定的抽象能力,已不满足于对具体量的学习,着重学习数的性质和运算;到了初中,又需要进一步把数抽象为式.这就是由特殊到一般的过程.

求代数式的值,就是用数或数量来代替代数式里的字母,计算出结果,这又是一个由一般到特殊的过程.

学习数学,就是这样不断地从具体出发,发展到一般,在一般的指导下,再进一步学习一些特殊的内容,从而不断地加深认识.

(2) 培养观察、分析、归纳的能力. 教材中出现一些要求通过观察发现规律的习题和思考题,如 p. 17 习题 1.3B 组题 2,要求通过填表发现 $(n+1)^2$ 与 $n^2 + 2n + 1$ 的值相等;又如同页“想一想”中,要求通过对给出的三个算式的观察,发现这种特殊运算的规律,这些题目在于培养同学观察、分析和归纳的能力.

三、基本技能

(1) 复合单位 “千米/时”是速度单位,读作“千米每小时”.如“5千米/时”,读作“5千米每小时”,意思是“每小时移动5千米”.注意,上述“千米/时”不能写成“千米/小时”.

(2) 乘号的使用 在代数式中出现的乘号,通常写作“ $\cdot$ ”或者省略不写.如 $4 \times a$ 可以写作 $4 \cdot a$ 或 $4a$ (数字写在字母前), $2 \times (a+b)$ 可以写作 $2 \cdot (a+b)$ 或 $2(a+b)$. 数字与数字相乘,一般仍用“ $\times$ ”号,而不用“ $\cdot$ ”,避免与小数点混淆.

(3) 除法运算 代数式中出现除法运算时,一般按照分式的写法来写.如 $s \div t$ 写作 $\frac{s}{t}$, $ah \div 2$ 写作 $\frac{ah}{2}$.

(4) 减去 “ a 减去 b 的差”或“ a 与 b 的差”是 $a - b$, “ b 减去 a 的差”或“ b 与 a 的差”是 $b - a$,两者不能混淆.

(5) 用字母代替数,主要有五方面的用处:

第一,表示公式.如表示求积公式;

第二,表示定律.如表示运算律;

第三,表示性质.如分式的基本性质是:“分式的分子、分

母都乘以(或除以)同一个不等于零的代数式,分式的值不变。”用字母表示则为

$$\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}, \quad \frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}. \quad (M \text{ 为不等于零的代数式})$$

第四,表示法则.如去括号法则:“括号前面是‘+’号,把括号和它前面的‘+’号去掉,括号里各项都不变;括号前面是‘-’号,把括号和它前面的‘-’号去掉,括号里各项都变号.”用字母表示为

$$a + (b - c + d) = a + b - c + d;$$

$$a - (b - c + d) = a - b + c - d.$$

第五,表示关系.如方程 $3x - 5 = 0$, 正比例关系 $y = kx (k \neq 0)$ 等.

显然,用字母符号表示数学公式、性质、法则、关系,比用一般语言文字表达要简明清晰.

在用字母表示数时,要注意以下六点:

第一,不能使字母表达的数的范围缩小.例如,学习了有理数,再看到字母 a ,就应该认为它可以代表任意有理数,不能再把它仅仅理解为正数.

第二,同一问题中的不同量,要用不同的字母表示,例如长方形的长若用 a 表示,宽就不能再用 a 表示,应该换个字母,如用 b 去表示.

第三,注意书写格式.例如,乘号可以省略; $1 \frac{2}{3}ab$ 的结果习惯上都写成 $\frac{5}{3}ab$,而不写成 $1 \frac{2}{3}ab$.

第四,含有除的关系时,一般要写成分式.例如 $\frac{ab}{c}$,不要写

成 $ab \div c$.

第五,运算过程一律不写单位名称,单位在答案中才写出.

第六,运算的结果若是加减关系且带有单位的,必须把式子用括号括起来.如 $\left(\frac{465}{v} - \frac{465}{v+2}\right)$ 小时,不能写成 $\frac{465}{v} - \frac{465}{v+2}$ 小时.

(6) 用代数式表示数学语句. 首先要弄清楚语句中各种数量的意义及相互关系,用适当的字母表示各种数量,然后将字母及数用适当的运算符号连接起来,从而把相应的数量关系表示出来.

例2 用代数式表示:比 a, b 两数的和的 2 倍大 c 的数.

分析:“ a, b 两数的和”—— $a + b$;

“ a, b 两数的和的 2 倍”—— $2(a + b)$;

“比 a, b 两数的和的 2 倍大 c 的数”—— $2(a + b) + c$.

例3 用代数式表示: x, y 两数的和的平方与 x, y 两数的差的平方的积.

分析:“ x, y 两数和的平方”—— $(x + y)^2$;

“ x, y 两数差的平方”—— $(x - y)^2$;

“ x, y 两数和的平方与 x, y 两数差的平方的积.”—— $(x + y)^2(x - y)^2$.

练 一 练

1. 用代数式表示:

(1) 比 a 与 b 的和的 16 倍小 4 的数;

(2) m 的 3 倍与 n 的 $\frac{5}{6}$ 的差;

(3) x, y 两数的差与 x, y 两数的倒数的和的差.

2. 用语言叙述下列代数式:

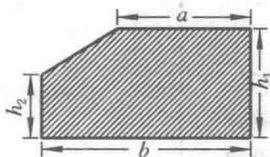
(1) $\frac{1}{4}(x+3)$; (2) $\left(a - \frac{1}{2}b\right)^2$;

(3) $m^3 + \frac{1}{n^3}$; (4) $\frac{4st}{s^2 - t^2}$.

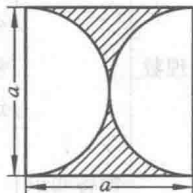
3. 解下列方程:

(1) $2y - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$; (2) $0.2x + 3.4 = 6$.

4. 用代数式表示下列各零件断面(阴影部分)的面积.



(1)



(2)

5. 某轮船在静水中航行的速度为每小时 u 千米, 水流速度为每小时 v 千米, 用代数式表示:

(1) 轮船顺水航行的速度和逆水航行的速度;

(2) 轮船顺水航行 t 小时, 航行了多少路程;

(3) 轮船逆水航行了 s 千米, 需要多少时间?

6. 球的面积公式是 $S = 4\pi r^2$, 体积公式是 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, 其中 r 是球半径.

已知 $r = 3\text{cm}$, π 取 3.14 , 计算球面积及球体积.

7. n 个自然数 $1, 2, 3, 4, \dots, n$ 的和可用公式 $\frac{n(n+1)}{2}$ 来计算; 平方和可

用公式 $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 来计算. 用公式计算:

(1) $1 + 2 + 3 + \dots + 100$;

(2) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 30^2$.