

TIELU HUOCHE ZONGXIANG CHONGJI TEXING

铁路货车

纵向冲击特性

王春山 金星 编著
刘宏友 罗运康



中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

铁路货车纵向冲击特性

王春山 金星 编著
刘宏友 罗运康

中国铁道出版社

2016年·北京

内 容 简 介

本书是我国第一本系统介绍铁路货车冲击过程研究成果的著作。全书共分八章,主要介绍了缓冲器性能与结构、车辆冲击过程计算机仿真分析、货车冲击试验方法、货车冲击试验结果分析、货车转向架摇枕横向载荷、货车纵向冲击研究的其他相关问题。

本书可作为从事铁路车辆设计和试验人员、铁路车辆相关专业的学生、科研人员的培训教材和学习资料,也可供相关技术管理人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

铁路货车纵向冲击特性/王春山编著. —北京:
中国铁道出版社, 2016. 1
ISBN 978-7-113-21185-1

I. ①铁… II. ①王… III. ①铁路车辆—货车—冲击
(力学)—研究 IV. ①U272.01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 296903 号

书 名:铁路货车纵向冲击特性
作 者:王春山 金星 刘宏友 罗运康 编著

责任编辑:孙 楠 编辑部电话:021-73421 电子信箱:tdpress@126.com
封面设计:王镜夷
责任校对:马 丽
责任印制:陆 宁 高春晓

出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市西城区右安门西街8号)
网 址:<http://www.tdpress.com>
印 刷:北京尚品荣华印刷有限公司
版 次:2016年1月第1版 2016年1月第1次印刷
开 本:787 mm×1 092 mm 1/16 印张:10.5 字数:216 千
书 号:ISBN 978-7-113-21185-1
定 价:48.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版图书,如有印制质量问题,请与本社读者服务部联系调换。电话:(010)51873174(发行部)
打击盗版举报电话:市电(010)51873659,路电(021)73659,传真(010)63549480

前 言



在国民经济快速发展的带动下,我国铁路现有运营里程已达 12 万 km,我国铁路货运量占世界铁路货运周转量的 25%,是世界上最为繁忙的铁路货运线。铁路重载提速货车技术取得了长足发展,铁路货车已实现载重由 60 t 级向 70 t 级和 80 t 级,时速由空车 70 km、重车 80 km 向 120 km 的技术升级,综合技术性能已达到世界先进水平。各型铁路货车在繁忙的运输周转中要经历大量的编组冲击及列车运行时的纵向冲击考验。实践表明,我国铁路货车的冲击性能基本能够满足重载提速货运要求,但货车冲击强度和车钩缓冲装置性能仍需研究改进、提高,以进一步改善车辆运行使用品质。

为适应国民经济社会持续发展的需要,我国正在研发轴重 27 t、30 t 的新型重载货车。货车轴重的大幅提高对车辆的纵向冲击性能提出了更高的要求,现行铁道车辆强度设计和试验标准已不能完全满足重载货车技术发展需要。在总结铁路货车运用经验和冲击试验数据的基础上,进一步提升货车冲击试验和冲击研究分析水平,更好地指导铁路货车的设计、制造,为修订和完善货车冲击强度设计和冲击试验标准提供科学依据,是撰写本书的主要目的。

在铁路货物运输过程中,编组站是车流集散和列车解编的基地。货车在一次全周转时间内,从装车到卸车,平均要进行 5~6 次调车作业。调车作业导致铁路货车承受纵向冲击力,在编组场机械化驼峰调车时,车辆间的相对速度远大于车辆在线路上运行时的相对速度,此时车辆间的纵向冲击力要比线路运行时大得多。研究车辆的纵向冲击性能、对货物的完整运输也是十分重要的。货车在冲击过程中所承受的纵向冲击力和纵向加速度既是车辆结构强度设计的重要输入条件,也是对车辆结构进行冲击强度试验鉴定的重要测试参数。

本书介绍了编组场作业方式,对车辆冲击过程中纵向冲击力和纵向加速度的形成进行理论分析,较全面地介绍了目前国内、外冲击试验的标准

和方法,提出了新的摩擦型缓冲器数学模型,结合冲击过程数值仿真计算和大量翔实的试验数据,研究对货车冲击过程产生影响的因素,提出了后续研究方向。

本书收录了俄罗斯(苏联)、美国、加拿大、日本等国科研工作人员在该领域采用的理论及试验手段和方法所形成的有参考价值的文献和相关标准。通过本书介绍的内容,可以较为清晰地了解国外车辆冲击强度试验标准以及理论、试验研究方法等,为车辆的结构设计、仿真计算以及试验研究提供有价值的参考。

本书由王春山、金星、刘宏友、罗运康编著,郝伟、汤劲松参与编写。在本书的编写过程中,得到了青岛四方车辆研究所有限公司、中国铁道科学研究院、北京交通大学、西南交通大学、齐齐哈尔轨道交通装备有限责任公司、南车长江车辆有限公司、南车二七车辆有限公司、西安轨道交通装备有限责任公司、济南轨道交通装备有限责任公司、太原轨道交通装备有限责任公司、沈阳机车车辆有限责任公司、南车眉山车辆有限公司、包头北方创业股份有限公司、晋西铁路车辆有限责任公司等单位的大力支持,在核稿方面得到了曹志礼、邢澍、缪龙秀等老专家的帮助,在此为他们付出的辛勤劳动致以谢意。

由于编者水平以及编写时间所限,书中难免存在疏漏不妥之处,恳请广大读者和业内人士批评指正,并及时将使用过程中发现的问题告知我们。

作者
2015年10月

目 录

1 概 论	1
1.1 铁路货车纵向冲击特性研究对象.....	1
1.2 铁路车辆冲击载荷的产生.....	2
1.2.1 列车编组作业方式.....	2
1.2.2 货车连挂速度.....	4
1.3 车辆冲击力理论分析.....	4
1.3.1 恢复系数与吸收率.....	4
1.3.2 车辆冲击数学模型.....	5
1.3.3 无阻尼缓冲器车辆冲击力.....	7
1.3.4 刚性冲击.....	11
1.3.5 摩擦阻尼缓冲器车辆冲击力.....	11
2 缓冲器性能与结构	13
2.1 缓冲器性能.....	13
2.1.1 行 程.....	13
2.1.2 阻 抗 力.....	13
2.1.3 容 量.....	14
2.1.4 能量吸收率.....	14
2.2 缓冲器型式.....	14
2.2.1 MT型缓冲器.....	14
2.2.2 HM型缓冲器.....	16
2.2.3 HN型缓冲器.....	17
2.2.4 液气缓冲器.....	18
2.3 缓冲器安装.....	20
3 车辆冲击过程计算机仿真分析	22
3.1 程序结构流程图.....	22
3.2 龙格—库塔法.....	23

3.2.1	龙格—库塔法基本思路	23
3.2.2	四阶龙格—库塔法	23
3.2.3	四阶龙格—库塔法在计算中的应用	24
3.3	数值积分中摩擦型缓冲器特性曲线处理	24
3.3.1	分段线性处理方式	25
3.3.2	非线性处理方式	25
3.4	计算机模拟结果	27
3.4.1	两车冲击时速度的变化	28
3.4.2	相同质量车辆互相冲击结果对比	29
3.4.3	多种车辆冲击工况的仿真计算结果	31
3.5	仿真计算软件	37
3.5.1	多体动力学分析软件	38
3.5.2	有限元分析软件	39
3.6	仿真分析计算举例	39
3.6.1	模拟计算简介	39
3.6.2	计算结果	40
4	货车冲击试验方法	45
4.1	概 述	45
4.2	冲击试验标准	45
4.2.1	车辆冲击试验	46
4.2.2	缓冲器试验要求	47
4.3	国外冲击试验标准	48
4.3.1	AAR 标准	48
4.3.2	俄罗斯标准	51
4.3.3	欧洲标准	53
4.4	测试项目与试验方法	56
4.4.1	测试仪器	56
4.4.2	冲击速度	56
4.4.3	车钩力	57
4.4.4	加 速 度	58
4.4.5	动 应 力	60
4.4.6	缓冲器位移	60
4.5	数据采集与处理	61
4.5.1	采集及记录	61
4.5.2	滤 波	61
4.5.3	峰值确定	63

4.5.4	数据处理	63
5	货车冲击试验结果分析	70
5.1	货车冲击试验结果	70
5.2	冲击试验结果影响因素	74
5.2.1	冲击速度的影响	74
5.2.2	被冲击车质量的影响	76
5.2.3	冲击车与被冲击车编组数量的影响	78
5.2.4	缓冲器的影响	82
5.2.5	被冲击车实施制动的的影响	86
5.3	冲击试验过程中车钩力规律	88
5.3.1	冲击速度的影响	88
5.3.2	最大车钩力的发生位置	88
5.3.3	一对一、多对多冲击时的最大车钩力	88
5.3.4	冲击车与被冲击车条件相同时的车钩力	88
5.3.5	车钩力最大值产生时间	88
5.3.6	车辆质量的影响	89
5.3.7	车辆装载的影响	89
5.3.8	被冲击车的阻力影响	89
5.3.9	车钩间隙的影响	89
5.4	试验结果综述	90
6	货车转向架摇枕横向载荷	92
6.1	货车转向架摇枕横向载荷的产生	92
6.2	摇枕横向载荷的设计、试验规范	92
6.2.1	AAR M202	92
6.2.2	TB/T 1335—1996、TB/T 1959—2006	94
6.2.3	UIC 510—3:2006/861/EC	95
6.2.4	EN 13749—2011	96
6.2.5	俄罗斯标准	96
6.2.6	标准对比	97
6.3	摇枕横向冲击载荷试验	99
6.3.1	摇枕横向载荷测试	99
6.3.2	冲击试验工况	101
6.3.3	冲击过程摇枕横向载荷波形	103
6.3.4	试验结果回归分析	104
6.3.5	影响摇枕横向载荷的主要因素	107
6.4	小 结	108

7	货车纵向冲击研究的其他相关问题	110
7.1	装载货物特性影响	110
7.2	货物受力分析	111
7.3	集装箱车	111
7.4	冲击对棚车活动件影响的试验	113
7.5	罐车冲击特殊性分析	114
8	结束语	115
附录 1	AAR 标准中对冲击试验的要求(AAR 标准节选)	117
附录 1.1	AAR 标准对车辆冲击试验要求	117
附录 1.2	AAR 标准中对冲击载荷在设计中的要求(AAR 标准节选)	119
附录 1.3	AAR 标准中对缓冲器冲击试验的要求(AAR 标准节选)	120
附录 2	苏联、俄罗斯标准对冲击试验的要求	122
附录 2.1	客车和货车强度试验与走行性能试验方法(苏联标准节选)	122
附录 2.2	俄罗斯标准中对缓冲器的要求(俄罗斯标准节选)	123
附录 3	欧洲标准对冲击试验要求	126
附录 4	中国铁路行业标准对冲击试验的要求	131
附录 4.1	铁道车辆强度设计及试验鉴定规范	131
附录 4.2	铁道车辆冲击试验方法	132
附录 4.3	机车车辆缓冲器	135
附录 5	129.7 t 罐车调车场冲击力研究(Investigation of Yard Impact Forces on 286000Ib Tank Cars)	137
附录 6	摇枕横向载荷相关的设计、试验规范(节选)	146
附录 6.1	AAR M202—2009	146
附录 6.2	AAR M202—1997	149
附录 6.3	UIC 510-3—1994	150
附录 6.4	EN 13749—2011	156
附录 6.5	俄罗斯标准	156
附录 7	大秦线 2 万吨重载列车车钩力载荷谱	158
参考文献		160

1 概 论

1.1 铁路货车纵向冲击特性研究对象

铁路货车是运输货物的载体,它以成列编组形式在轨道上完成货物运输。铁路货车在列车编组和实现运输的过程中除了承载货物重量之外,还承受着纵向牵引和冲击载荷。

铁路货车的纵向牵引与冲击载荷传递通过车钩和缓冲装置实现,即:形成车钩—缓冲器—车体的纵向力传递途径。由于车钩和车体的纵向刚度远大于缓冲器的刚度,因此缓冲器的特性将显著影响铁路车辆的纵向载荷传递特性。

铁路货车的纵向冲击特性关系到铁路运输的安全性。长期以来,国内、外铁路车辆工作者都十分关注这个问题,进行了大量的冲击试验研究和仿真模拟分析,并在各国铁路货车试验标准中规定了对货车进行冲击试验的相关要求。货车冲击试验已成为我国铁路各型新造和改造货车型式试验的重要内容之一,评价货车的性能的重要手段和方法之一。

货车冲击试验的目的有两个:一是对货车的结构强度进行评定,在达到规定的最大冲击速度或最大车钩力条件下,货车不能出现任何损伤,否则应改进车辆结构;二是在现车条件下对缓冲器的冲击特性进行评定,为鉴定或改进缓冲器的冲击特性(包括阻抗力、行程、阻尼特性等)提供依据。由此可见,货车的冲击试验是确保货车运用安全的一个重要手段。

货车冲击试验方法根据冲击车冲击动能的产生方式可分为坡道重力运行冲击和机车推送冲击两种方法。因为坡道重力运行冲击操作简单,其运行速度控制方便;目前大多采用坡道冲击方法。

货车承受纵向冲击的过程中,由于纵向冲击力的作用中心线与货车的重心并不一致,因此会产生前、后转向架的垂向增、减载;同时车体承受的纵向冲击力还会引起转向架的纵向冲动,使转向架摇枕承受纵向力,这种纵向力对摇枕强度的影响也

受到国内、外铁路研究人员的关注,本书通过试验研究论证摇枕强度与纵向载荷的关系。

多年来,国内、外铁路研究人员对多种铁路货车和缓冲器进行了系统的冲击试验研究,积累了大量的试验数据。研究表明,货车的冲击过程既具有一定的规律性,又具有较为明显的离散性,受多种因素的影响。为进一步深入研究货车冲击特性及其影响因素,利用现代计算技术仿真模拟分析货车冲击,取得了可喜成果。货车冲击仿真模拟不但可以指导货车冲击试验的组织,还可为货车车体的冲击强度设计和缓冲器的特性研究提供有效的研究手段。

本书主要研究货车纵向冲击特性,系统介绍了车辆冲击理论,总结分析了我国铁路多年铁路货车冲击试验和仿真模拟分析的结果,同时列举了国外对货车进行冲击仿真模拟计算的结果进行比较。本书还对货车转向架摇枕的横向载荷试验研究进行了总结分析,为改进和完善摇枕横向载荷试验规范提供依据。

1.2 铁路车辆冲击载荷的产生

运行中的铁路列车由机车和车辆组成,机车与车辆、车辆与车辆之间采用具有能量吸收作用的弹性连接装置连接。在列车的启动、制动、调速等过程中,由于牵引、制动以及各车辆制动、缓解不同步所造成的各车辆间具有不同的速度而引起的冲击被称为列车纵向冲动。

与铁路客车相比,铁路货运列车牵引总重大、编组长度长、运用条件恶劣、维护周期长;而且铁路货车运营过程中,会频繁通过调车场进行编组和解编作业,也会造成较大的纵向冲动。

货车车辆在运行过程中以及在调车作业时都会形成冲击,但两种过程所产生的冲击影响在量值上会有明显的区别。车辆在调车作业时所产生的冲击力和冲击加速度明显大于车辆运行过程中所产生的冲击力和冲击加速度。车辆运行时即使进行紧急制动操作,车辆之间的相对速度也比调车作业时小得多,因此调车作业时所产生的冲击力通常作为评价车辆冲击强度的主要载荷。

1.2.1 列车编组作业方式

铁路货车调车作业是铁路运输的重要组成部分,一般是在编组站、区段站进行调车作业。调车作业主要包括平面牵出线调车、驼峰调车、取送调车等。其中,牵出线调车和驼峰调车过程包括车列的溜放过程,溜放的车辆会与静止的车列发生冲击,这里主要介绍这两种调车方式。

1.2.1.1 牵出线调车

牵出线调车是使用机车动力进行调车作业的一种作业方式,通常设于车站货场或技术站调车场的一侧或两侧,线路基本上没有坡度。牵出线调车属于平面调车范畴,常用的作业方法有推送调车法和溜放调车法。

推送调车法是使用机车将车辆由某一股道调移到另一股道,在调动过程中不摘车的调车方法。推送调车法主要用于不许溜放调车的车站和地点。向货场或专用线取、送车,调移客车和禁止溜放的货车,车组连挂及车列转线等,一般都需采用推送调车法。这种作业方式一般不会引起车辆之间的剧烈冲击。

溜放调车法是使用机车推送车列达到一定速度后摘钩,机车制动,使摘解的车组借助于所获得的初速度溜放到指定地点的调车方法。采用溜放调车法时,溜放出的车组由制动员使用手制动机或铁鞋进行制动。正确掌握车组的溜放速度,是保证溜放调车安全、提高溜放调车效率的重要条件,溜放速度过低,车组不能溜至预定地点;溜放速度过高,调车程的距离和调车时间则将延长,并增加溜放车组与线路上停留车辆发生冲突的危险性。车组溜放速度应根据车组获得的动能与其溜行阻力功相等的条件来确定,车组的溜放速度主要与溜行距离和溜行中受到的各种阻力有关。因此,调车人员应熟悉各种车辆的走行性能、线路的平面和纵断面的特征,正确掌握线路内停留车的位置,并具有准确测距、测速的技能。溜放调车除要掌握好速度外,还必须保证车组间的必要间隔。根据允许转换道岔的条件,前后两车组溜经分路道岔时至少应保持必要的间隔距离。

溜放调车法与推送调车法相比,其分解行程短,分解一个车组所用的调车程数也较少,因此可显著提高调车效率。机车推动车列加减速一次不是溜出一个车组,而是同时溜出几个车组的溜放调车法,又称为多组溜放法。用多组溜放法一批溜出的几个车组,系借助车组走行性能的不同和利用手制动机调速造成一定间隔,以保证各车组分别溜入指定的线路。采用多组溜放法分解车列所用的调车程数,比一般溜放法要少得多,所以调车效率得以进一步提高。

1.2.1.2 驼峰调车

在进行驼峰(图 1.1)调车作业时,先由调车机车将车列推向驼峰,当最前面的车

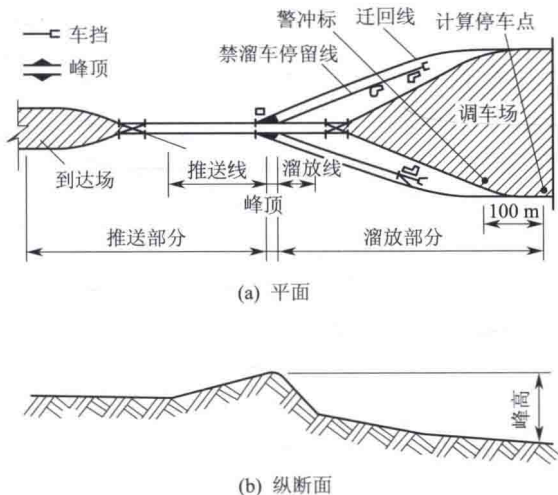


图 1.1 驼峰示意图

组(或车辆)接近峰顶时,提开车钩,车辆通过峰顶后利用自身重力顺坡自动溜放到编组场的预定线路上,采用缓行器、减速顶等措施控制速度。按其线路配置和技术设备的不同,可分为简易驼峰、非机械化驼峰、机械化驼峰、半自动化驼峰和自动化驼峰。与牵出线调车比较,驼峰调车具有如下特点:

(1)调车动力。在牵出线上溜放调车主要靠机车的推动力,而在驼峰上溜放调车主要靠车辆本身所受的重力,辅以机车的推力。

(2)提钩地点。在牵出线上溜放调车,机车推动车列逐钩移向调车场,提钩地点不固定,而在驼峰上溜放调车,提钩地点基本上限制在推送坡至峰顶的一段距离内。

(3)溜放速度的控制。在牵出线上溜放调车,对速度的控制变化较大,车辆走行性能对其溜行速度的影响不很显著。在驼峰上溜放调车,只在接近峰顶的较小范围内调节推送速度,车辆溜行主要靠本身所受的重力。因此,车辆走行性能对其溜行速度的影响比较显著。

1.2.2 货车连挂速度

货车连挂速度在调车作业中必须受到严格控制。连挂速度过小会影响调车作业效率,过大会影响调车作业和货物安全、车辆强度。我国《铁路技术管理规程》规定,货车溜放时,与停止车列连挂时的速度不得超过 5 km/h。

1.3 车辆冲击力理论分析

建立编组场调车作业产生的冲击过程数学模型,对其进行解析求解,就可以找出冲击过程中冲击力产生、变化的内在规律和趋势,以及影响冲击力的因素。

1.3.1 恢复系数与吸收率

两个物体互相冲击时,由于动量变化的时间极其短暂,两冲击物体之间会产生冲击力。一般来说,物体之间的冲击有塑性冲击、弹性冲击和非完全弹性冲击。由于缓冲器的存在,车辆之间的冲击属于非完全弹性冲击范畴。

假设两物体的质量分别为 M_1 、 M_2 ,冲击前的速度分别为 v_1 和 v_2 , v_1 、 v_2 方向相同且 $v_1 \geq v_2$,冲击过程结束时两物体的速度分别为 u_1 和 u_2 。整个冲击过程可分为两个阶段。第一阶段是从两物体各具 v_1 、 v_2 速度开始接触变形,当两物体具有完全相等的速度 v_0 时,接触变形量达到最大。第二阶段是从两物体以相等速度 v_0 开始运动至两物体各以 u_1 、 u_2 速度分开为止。这一阶段为回弹阶段。

在第一阶段中,两物体的动量变化分别为 $-I_1$ 及 I_1 ,则有:

$$\left. \begin{aligned} M_1(v_0 - v_1) &= -I_1 \\ M_2(v_0 - v_2) &= I_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

解上述方程得:

$$v_0 = \frac{M_1 v_1 + M_2 v_2}{M_1 + M_2}; I_1 = \frac{M_1 M_2 (v_1 - v_2)}{M_1 + M_2};$$

在第二阶段中,两物体的动量变化各为 $-I_2$ 及 I_2 ,则有:

$$\begin{aligned} M_1(u_1 - v_0) &= -I_2 \\ M_2(u_2 - v_0) &= I_2 \end{aligned} \quad (1-2)$$

由于 M_1 、 M_2 为非完全弹性体,在冲击过程中一部分动量消耗于两物体的内部摩擦,所以 $I_1 \neq I_2$ 。第二阶段与第一阶段动量之比称为恢复系数 c 。

对于完全弹性体, $c=1$,对于塑性物体, $c=0$ 。车辆冲击时由于缓冲器内存在各种形式的阻抗力的作用,因此 c 介于 $0 \sim 1$ 之间。

吸收率为冲击物体经过冲击过程后能量的损失与第一阶段结束时储存的能量之比。如图 1.2 所示,吸收率等于 A 区域面积除以 A、B 区域面积之和。

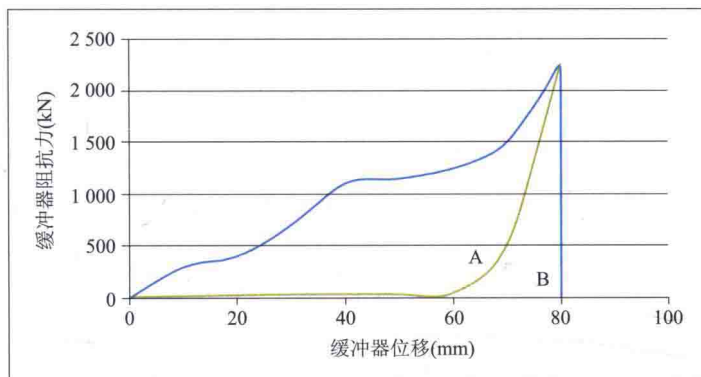


图 1.2 吸收率示意图

1.3.2 车辆冲击数学模型

在研究调车作业引起的车辆冲击时,可以把一组车辆简化视为由弹性约束所联系的离散质量系统。当车辆之间存在弹性约束(缓冲器或车体)时,根据胡克定律,车辆间发生冲击时所产生的纵向冲击力与车辆之间的弹性约束刚度 K 以及车辆之间的相对位移 q 成正比。本书所讨论的冲击力方向均为沿车长方向的纵向冲击力。

设 n 个不受任何阻力且质量分别为 M_1 、 M_2 、 \dots 、 M_n 的车辆冲击前沿同一方向运动,在 t 时刻,其速度各为 v_1 、 v_2 、 \dots 、 v_n 。各车辆的纵向绝对位移分别为 x_1 、 x_2 、 \dots 、 x_n ,车辆间连接处的纵向弹性约束的当量刚度分别为 K_1 、 K_2 、 \dots 、 K_{n-1} 。

车辆间冲击力分别为 F_1 、 F_2 、 \dots 、 F_{n-1} 。

各车在冲击过程中的运动简图如图 1.3 所示。

则任一车辆(第 i 辆)车在冲击过程中的受力简图如图 1.4 所示。

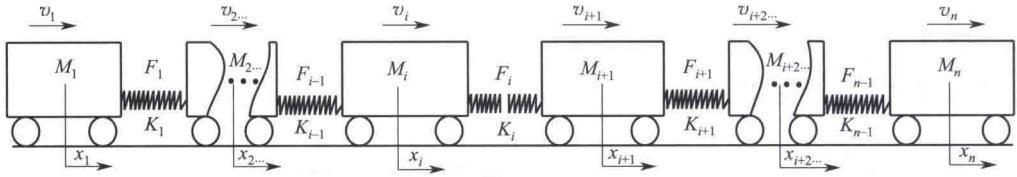


图 1.3 冲击时车辆运动简图

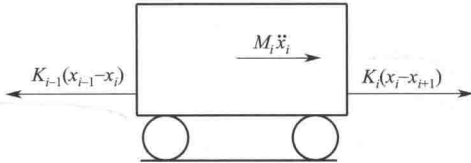


图 1.4 冲击时第 *i* 辆车受力简图

各车在冲击过程中的运动微分方程可以表达为：

$$\left. \begin{aligned}
 M_1 \ddot{x}_1 + K_1(x_1 - x_2) &= 0 \\
 M_2 \ddot{x}_2 + K_2(x_2 - x_3) - K_1(x_1 - x_2) &= 0 \\
 \dots\dots \\
 M_i \ddot{x}_i + K_i(x_i - x_{i+1}) - K_{i-1}(x_{i-1} - x_i) &= 0 \\
 \dots\dots \\
 M_n \ddot{x}_n - K_{n-1}(x_{n-1} - x_n) &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

若记两车之间的相对位移为：

$$q_i = x_i - x_{i+1}, \text{ 且令 } a_{ii} = \frac{K_i}{M_i}, a_{ij} = \frac{K_j}{M_j} : i=1, 2, \dots, n-1; j=1, 2, \dots, n。$$

则方程组(1-3)可以改写为：

$$\left. \begin{aligned}
 \ddot{q}_1 + (a_{11} + a_{12})q_1 - a_{22}q_2 &= 0 \\
 \ddot{q}_2 + (a_{22} + a_{23})q_2 - a_{12}q_1 - a_{33}q_3 &= 0 \\
 \dots\dots \\
 \ddot{q}_i + (a_{ii} + a_{i,i+1})q_i - a_{i-1,i}q_{i-1} - a_{i+1,i+1}q_{i+1} &= 0 \\
 \dots\dots \\
 \ddot{q}_{n-1} + (a_{n-1,n-1} + a_{n-1,n})q_{n-1} - a_{n-2,n-1}q_{n-2} &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

式(1-4)由 $n-1$ 个方程组成，比式(1-3)的方程数目少 1。由于在不同的时刻 t ，车辆间的弹性约束刚度 K 和车辆质量 M 均可视为已知常量，因此式(1-4)为二阶常系数微分方程组，可通过其初始条件中给定的初值求解时刻 t 时各车之间的相对位移 q ，以及对应时刻的 \dot{x} 和 \ddot{x} 。进而求得各车辆间的冲击力。

设相互冲击的两组车中，冲击车组的车辆数量为 k ，且车辆间无相对速度和相对位移；被冲击车组的数量为 $n-k$ ，且车辆间无相对速度和相对位移；冲击车

组与被冲击车组的相对速度为 v , 则可确定式(1-4)在 $t=0$ 时的初值为: $q_1 = q_2 = \dots = q_{n-1} = 0; \dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dots = 0, \dot{q}_k = v; \dot{q}_{k+1} = \dots = \dot{q}_{n-1} = 0$ 。

1.3.3 无阻尼缓冲器车辆冲击力

假定车辆间的缓冲器完全线性, 且缓冲器容量相当大, 在冲击过程中不会出现缓冲器全压缩。在上述前提下进行几种典型工况分析。

1.3.3.1 一辆车冲击一辆车

当一辆质量为 M_1 的车辆与一辆质量为 M_2 的车辆发生冲击时, 根据式(1-3), 每辆车的运动微分方程为:

$$\left. \begin{aligned} M_1 \ddot{x}_1 + K(x_1 - x_2) &= 0 \\ M_2 \ddot{x}_2 - K(x_1 - x_2) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

根据式(1-4), 方程组(1-5)可改写为:

$$\ddot{q} + K \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) q = 0 \quad (1-6a)$$

$$\text{或} \quad \ddot{q} + p^2 q = 0 \quad (1-6b)$$

式中 p^2 ——纵向振动自振圆频率的平方, 即:

$$p^2 = \frac{K(M_1 + M_2)}{M_1 M_2} \quad (1-7)$$

根据冲击时的初始条件 $t=0$ 时, $x_1 = x_2 = 0, \dot{x}_1 - \dot{x}_2 = v$, 即 $q=0, \dot{q}=v$, 则微分方程的解为:

$$q = \frac{v}{p} \sin pt \quad (1-8)$$

$$\dot{q} = v \cos pt \quad (1-9)$$

由于假设缓冲器具有线性特性, 故冲击力的变化规律为:

$$F = qK = \frac{vK}{p} \sin pt \quad (1-10)$$

冲击力的最大值发生在正弦函数值为 1 时, 亦即 $t = \frac{\pi}{2p}$ 时, 可得出冲击力的幅值:

$$F_{\max} = \frac{vK}{p} = v \sqrt{K \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}} \quad (1-11)$$

如果两辆车完全相同, 即 $M_1 = M_2 = M$, 则:

$$F_{1\max} = v \sqrt{\frac{MK}{2}}, p = \sqrt{\frac{2K}{M}} \quad (1-12)$$

作为一种特殊情况, 如果 M_2 的质量非常大, 例如装有车钩缓冲装置的挡台, 而 M_1 不变, 依然 $M_1 = M$, 则最大冲击力和自振圆频率分别为:

$$F_{2\max} = v \sqrt{M_1 K} = v \sqrt{MK}, p = \sqrt{\frac{K}{M_1}} = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (1-13)$$

如果参与冲击的两个缓冲器刚度相同,根据弹簧串联特性,则挡台上无缓冲装置时的车辆间弹性约束刚度为挡台上有缓冲装置时的 2 倍,则最大冲击力和自振圆频率分别为:

$$F_{3\max} = v\sqrt{2MK}, p = \sqrt{\frac{2K}{M}} \quad (1-14)$$

在上述三种情况下,车辆最大冲击力之间具有下列关系:

$$F_{1\max} : F_{2\max} : F_{3\max} = 1 : \sqrt{2} : 2 \quad (1-15)$$

由此可见,车辆冲击时最大冲击力产生于一辆车向无缓冲装置的挡台冲击时的情况,这时所得的冲击力是两辆同型车冲击时的 2 倍。一辆车向质量较大的机车或其他大型车辆冲击时所产生的冲击力介于 $F_{1\max}$ 与 $F_{3\max}$ 之间。当然,上述结论成立的前提条件是两车之间的弹簧有足够的行程,整个冲击过程中不会被压死。

1.3.3.2 一辆车冲击两辆车

采用上述方法对一辆车冲击两辆车的情况进行分析。根据式(1-4)有微分方程组:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_1 + \left(\frac{K_1}{M_1} + \frac{K_1}{M_2}\right)q_1 - \frac{K_2}{M_2}q_2 &= 0 \\ \ddot{q}_2 + \left(\frac{K_2}{M_2} + \frac{K_2}{M_3}\right)q_2 - \frac{K_1}{M_2}q_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-16)$$

根据冲击时的初始条件 $t=0$ 时, $q_1 = q_2 = 0, \dot{q}_1 = v, \dot{q}_2 = 0$ 。则式(1-16)的通解为:

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{v}{p_1^2 - p_2^2} \left(\frac{b_{11} - p_2^2}{p_1} \sin p_1 t - \frac{b_{11} - p_1^2}{p_2} \sin p_2 t \right) \\ q_2 &= \frac{-vb_{21}}{p_1^2 - p_2^2} \left(\frac{1}{p_1} \sin p_1 t - \frac{1}{p_2} \sin p_2 t \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

$$p_{1,2} = \sqrt{\frac{b_{11} + b_{22} \pm \sqrt{(b_{11} - b_{22})^2 + 4b_{12}b_{21}}}{2}}$$

$$b_{11} = \frac{K_1}{M_1} + \frac{K_1}{M_2}, b_{12} = \frac{K_2}{M_2},$$

$$b_{22} = \frac{K_2}{M_2} + \frac{K_2}{M_3}, b_{21} = \frac{K_1}{M_2},$$

式中 p_1, p_2 ——纵向振动圆频率。

若三辆车的参数相同,即 $K_1 = K_2 = K, M_1 = M_2 = M_3 = M$, 则:

$$p_1 = \sqrt{\frac{K}{M}}, p_2 = \sqrt{\frac{3K}{M}}$$