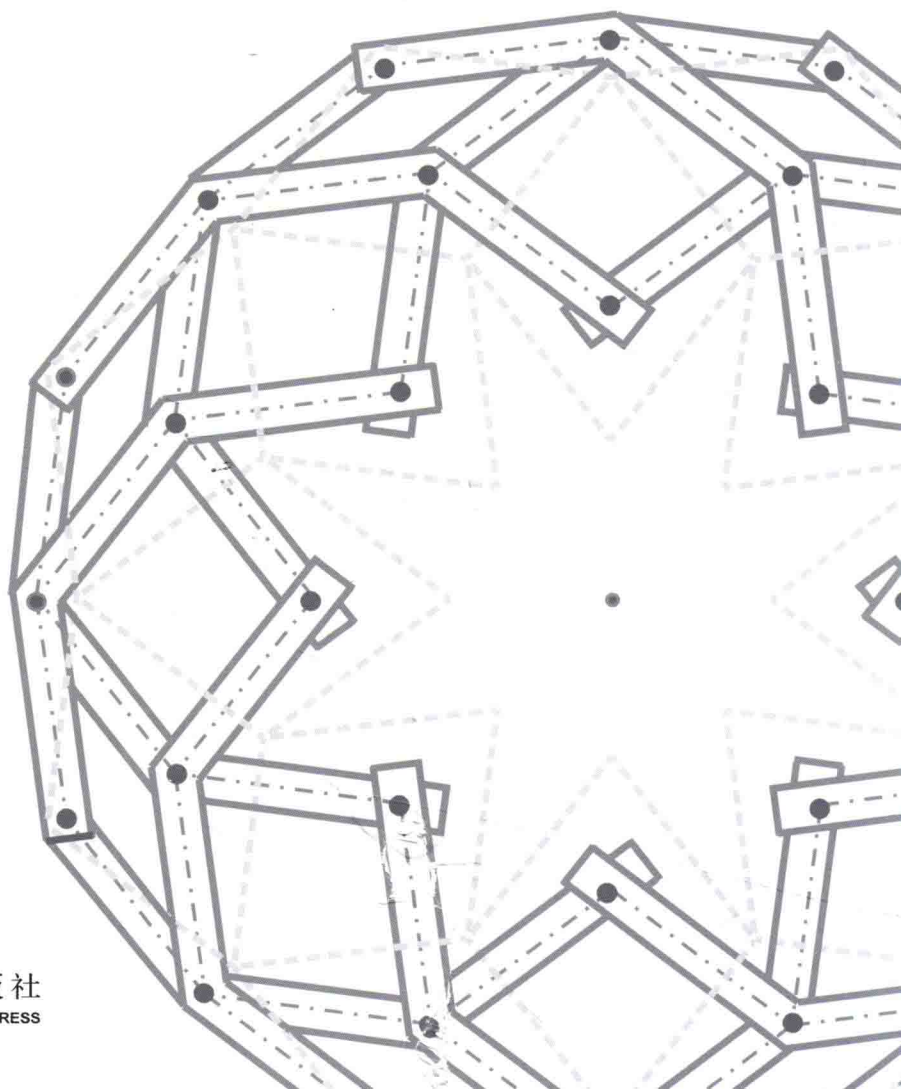


MORPHOLOGICAL ANALYSIS OF
KINEMATICALLY INDETERMINATE STRUCTURES:
METHOD AND APPLICATION

动不定结构形态分析 方法及其应用

陆金钰 · 著



东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

国家自然科学基金项目 51008065、51208263
江苏高校优势学科建设资助项目
东南大学优秀青年教师教学科研资助计划项目

动不定结构形态分析 方法及其应用

陆金钰 著



东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

• 南京 •

内 容 提 要

动不定结构是一类内部存在机构位移的特殊结构,机构位移模态与零频率自振模态的物理意义一致。不同于动定结构的是,静动力响应不再是动不定结构唯一关注的问题。由于其几何构型对结构性能的敏感性,形态与体系的研究对于动不定结构而言显得更为重要。本书主要针对两类动不定结构形态与体系分析中存在的共性问题进行探讨和深入研究。以平衡矩阵的分析方法作为贯穿全书的主线,分别从矩阵分解理论及单元平衡矩阵推导、体系判定、基于几何非线性力法算法及屈曲全过程跟踪、基于平衡矩阵的动不定结构找形分析、第二类动不定结构位移协调路径和机动性能研究以及数值设计方法,这几部分进行详细阐述。

本书可供空间结构领域的科研人员、研究生或高年级本科生作为学习和科研的参考书,也可供工程设计人员在设计中参考。

图书在版编目(CIP)数据

动不定结构形态分析方法及其应用/陆金钰著. —南京:

东南大学出版社, 2015. 12

ISBN 978-7-5641-6191-0

I. ①动… II. ①陆… III. ①空间结构—研究
IV. ①TU399

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 294655 号

动不定结构形态分析方法及其应用

著 者 陆金钰

责任编辑 丁 丁

编辑邮箱 d. d. 00@163. com

出版发行 东南大学出版社

社 址 南京市四牌楼 2 号 邮编:210096

出 版 人 江建中

网 址 <http://www.seupress.com>

电子邮箱 press@seupress.com

经 销 全国各地新华书店

印 刷 江苏凤凰数码印务有限公司

版 次 2015 年 12 月第 1 版

印 次 2015 年 12 月第 1 次印刷

开 本 787 mm×1092 mm 1/16

印 张 10.5

字 数 230 千

书 号 ISBN 978-7-5641-6191-0

定 价 45.00 元

本社图书若有印装质量问题,请直接与营销部联系。电话(传真):025-83791830

前 言

动不定结构(kinematically indeterminate structure)是一类较为特殊的结构类型,是相对于动定结构体系而提出的。不同于传统工程结构中的超静定结构与静定结构,动不定结构内部包含有机机构位移,属于欠约束结构。按机构位移可拓展性可分为:内部含无限小机构位移(infinitesimal mechanism)的 I 类动不定结构和内部含有限机构位移(finite mechanism)的 II 类动不定结构。前者的机构位移能在自应力下得到刚化而无法延拓;而后者不包含自应力模态,或自应力无法刚化机构位移,是通常所说的机构。实际工程结构,特别是新型空间结构中不乏动不定结构的身影。如索穹顶结构、张拉整体结构、索网结构(均属 I 类动不定结构)以及杆系机构、开合结构、可展折叠结构、快速组装结构(均属 II 类动不定结构)。

近年来,随着社会经济的发展以及设计理论的完善,建筑结构不再停留在原先一成不变的形式。结构中包含越来越多的预应力以及可动元素,动不定结构在结构工程中的运用日趋广泛。特别是 II 类动不定结构,在传统土木结构理论中可动结构被排斥于结构范畴之外,关于它的研究通常限于机械工程学与航空航天范畴。但近年来,这类特殊结构逐渐得到结构工程师的关注,逐步将机构理念从不同方面引入到现代结构体系中,不管在结构使用状态还是施工过程中,经常会出现可动的结构形态。这不仅赋予了结构灵性,且带来了便捷,具有极大的经济价值。鉴于动不定结构轻型、高效、经济、可动、美观等优势,这类结构不仅代表了城市和国家的建筑业发展水平,更代表了文明发展程度,往往是一个城市和国家的重要标志。动不定结构代表了空间结构领域体系发展的趋势。

动不定结构通常具有可变形态、轻盈高效的结构形式。包含机构位移使它具有优于传统结构的特性,但也给结构分析带来很大的困难,复杂的结构形态及拓扑形式对设计及分析提出了越来越高的要求。由于机构位移的存在,刚度矩阵往往发生奇异或病态,传统的结构分析理论较难适用。动不定结构的形态敏

感决定了体系、合理构形及成形过程的分析是它的研究重点,也是难点所在。良好的力学特性与工作性能在很大程度上依赖于合理的几何形状和拓扑形态。国内外现有研究主要是针对某一类具体结构展开的,通常分别对待,采用的方法不甚相同。鉴于两类动不定结构本质上均含机构位移,因此,有必要也很有可能在理论与分析方法上进行一定程度的归类统一,并发掘共性问题。

本书详细介绍了动不定结构在国内外的研究现状以及此类结构在工程界的应用情况。分别从两大类动不定结构层面进行阐述,通过推导和分析结构的平衡矩阵,提炼它们存在的共性问题,提出对应的形态分析方法,进一步完善空间结构的基础分析理论,促进动不定结构在结构工程中广泛应用。

本书是在我的导师,浙江大学空间结构研究中心罗尧治教授的亲切关怀和精心指导下完成的。在本书的成果完成过程中,罗老师倾注了大量的心血。在此,谨向罗老师致以最崇高的敬意和最诚挚的感谢!

限于作者的水平和经验,书中可能尚有不妥之处,敬请读者批评指正。

陆金钰

2015年10月于南京东南大学四牌楼校区

目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 动不定结构体系的定义及其应用发展	1
1.1.1 动不定结构的定义	1
1.1.2 动不定结构的发展及工程应用	1
1.2 动不定结构研究的理论难点及关键科学问题	7
1.3 动不定结构分析理论的研究现状	9
1.4 本书研究的主要内容	11
第 2 章 矩阵分析方法及各类单元平衡矩阵的推导	13
2.1 引言	13
2.2 平衡矩阵分析方法	14
2.2.1 势能函数的建立	14
2.2.2 矩阵的奇异值分解	15
2.2.3 矩阵的缩聚理论	15
2.3 单元平衡矩阵的建立	17
2.3.1 杆单元	17
2.3.2 索/滑动索单元	18
2.3.3 平面梁单元	19
2.3.4 面单元	20
2.3.5 杆系超级单元	21
2.3.6 多角折梁单元	22
2.3.7 折梁剪式铰超级单元	25
2.3.8 放射状折梁单元	28
2.4 本章小结	30

第 3 章 动不定结构的可动性与稳定性判定研究	32
3.1 引言	32
3.2 结构体系分类	34
3.2.1 基于平衡矩阵分析的体系分类	34
3.2.2 与 Maxwell 准则的关系	36
3.3 动不定结构的几何稳定性判定	36
3.4 第一类动不定结构内力传递模式	39
3.4.1 单自应力模态第一类动不定结构的可行预应力	39
3.4.2 多自应力模态第一类动不定结构的可行预应力	40
3.5 第二类动不定结构的受荷可动性及平衡稳定性判定	42
3.5.1 第二类动不定结构的受荷可动性判定	43
3.5.2 第二类动不定结构的受荷平衡稳定性判定	48
3.6 斜放四角锥平板网架的可动性分析	55
3.6.1 斜放四角锥平板网架组成特点	55
3.6.2 斜放四角锥平板网架可动性判定	56
3.7 本章小结	60
第 4 章 结构几何非线性力法分析理论	62
4.1 引言	62
4.2 线性力法分析理论	63
4.2.1 平衡方程的建立	63
4.2.2 结构响应的求解	63
4.3 几何非线性力法分析理论(NFM)	64
4.3.1 力法的几何非线性修正	64
4.3.2 收敛准则	66
4.3.3 数值算例	67
4.4 基于 NFM 的结构屈曲全过程跟踪	70
4.4.1 结构的前屈曲跟踪	70
4.4.2 结构的后屈曲跟踪	71
4.4.3 数值算例	72
4.5 NFM 与 NFEM 的异同	76
4.5.1 力法的增量形式	76

4.5.2 平衡矩阵与切线刚度矩阵的关系	76
4.5.3 平衡矩阵与初始应力刚化矩阵的关系	79
4.5.4 平衡矩阵增量的线性项与高阶项	79
4.5.5 结构几何刚度与材料刚度的分解	80
4.6 平衡矩阵在动力方程中的表达	82
4.6.1 机构位移模态与零频率自振模态	82
4.6.2 第二类动不定结构的动力方程	83
4.7 本章小结	84
第5章 动不定结构的平衡矩阵找形方法研究	85
5.1 引言	85
5.2 基于能量分析的结构广义找形	86
5.2.1 动不定结构的广义找形	86
5.2.2 动定结构的广义找形	86
5.3 第二类动不定结构的平衡矩阵找形方法	86
5.3.1 第二类动不定结构受荷找形	86
5.3.2 数值算例	90
5.4 网状动不定结构的合理形态研究	95
5.4.1 平面链状结构的合理形态研究	95
5.4.2 空间网状结构的合理形态研究	98
5.5 第一类动不定结构的平衡矩阵找形方法	102
5.5.1 平衡矩阵与力密度结合的张拉整体结构找形	102
5.5.2 基于拓扑连接图的索杆关系讨论	107
5.5.3 数值算例	107
5.6 本章小结	117
第6章 第二类动不定结构的协调路径及数值设计方法	119
6.1 引言	119
6.2 基于平衡矩阵的单自由度刚性机构位移协调路径研究	119
6.2.1 主动控制法	120
6.2.2 被动控制法	120
6.2.3 单自由度杆系机构的位移协调路径	121

6.2.4 柱面网架的折叠展开	125
6.2.5 径向开合结构的位移协调路径	126
6.2.6 折叠结构的位移协调路径	131
6.3 基于平衡矩阵的单自由度柔性机构位移协调路径研究	133
6.3.1 弹性变形与机构位移的耦合	133
6.3.2 五杆折叠机构的提升	133
6.4 机构的机动分析及其数值设计方法	135
6.4.1 基于折杆剪式铰单元的圆形径向开合结构数值设计	135
6.4.2 基于多角折梁单元的圆形径向开合结构数值设计	136
6.4.3 开放式平面折叠结构数值设计	137
6.5 本章小结	143
第7章 结论与展望	144
7.1 本书主要结论	144
7.2 展望	146
参考文献	147
附录 新型动不定结构体系模型展示	155

第 1 章

绪 论

1.1 动不定结构体系的定义及其应用发展

1.1.1 动不定结构的定义

动不定结构体系是一类较为特殊的结构类型，它是相对于动定结构体系而提出的。动不定结构内部包含有机机构位移，按机构位移类型的不同，又可将其分为两大类：一类包含的是无限小机构位移，此类机构位移会在结构自应力下得到刚化而无法延拓，这类动不定结构通常含有自应力模态，可以施加预应力；另一类动不定结构可发生有限位移，它通常没有自应力模态，或者即使有自应力模态，也不能使机构位移发生刚化。

本书将上述两种结构分别定义为第一类动不定结构和第二类动不定结构。可以看出，它们具有的共同特点是均包含内部机构位移模态。与我们在传统工程结构中接触的静定结构和超静定结构有所不同。

上面的体系分类沿用了 Pelligrino 和 Calladine 在文献 [1] 中提出的分类方法。他们以机构位移模态数和自应力模态数是否大于零为标准，将结构分为静定动定、静定动不定、静不定动定、静不定动不定四大类。而静定动不定、静不定动不定就是本书的主要研究对象，前者通常为第二类动不定结构，而后者大部分为第一类动不定结构，但也存在部分过约束机构应归属于第二类动不定结构。

在实际的工程结构，特别是一些新型的结构体系^[2-6]中均可找到动不定结构的身影。如索穹顶、张拉整体结构、索桁结构均为第一类动不定结构；开合结构、折叠结构、快速组装结构、杆系机构则是第二类动不定结构。

1.1.2 动不定结构的发展及工程应用

近年来，随着社会经济的发展以及设计理论的完善，建筑结构不再停留在原先一成不变的形式，世界上不断涌现出各类新型的空间结构形式，其中动不定结构的工程应用则占了绝大部分。鉴于轻型、高效、经济、可动、美观等方面存在的优势，这些结构不仅代表了城市和国家的建筑业发展水平，更代表了文明发展程度，往往是一个城市和国家的重要

标志。

我们首先来回顾一下第一类动不定结构体系的发展。应用较为广泛的是索杆张力结构和膜结构^[7, 8]，它们不仅拥有多变且富想像力的外形，更重要的是索、膜等预应力单元的合理使用极大地提高了结构的刚度，最大限度发挥了材料物理性能，充分做到了减少荷载效应、节省材料的目的。它们是艺术与经济相结合的化身，人类的智慧在轻盈的结构拓扑外观中体现得一览无余。

以索、杆、膜等单元合理组合而成的第一类动不定结构的发展走过了半个多世纪，已经成为国内外土木工程界日益关注的焦点，一些著名的大跨度工程都应归功于对它的研究。

第一类动不定结构以内部张力构成结构几何形态为特点。古代冷兵器时代使用的弓其实就是通过弦的预应力使弓背成形的典型实物，可见人们对预应力的应用由来已久（图 1.1）。

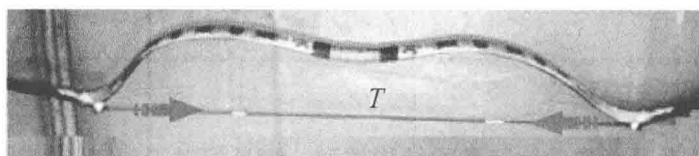
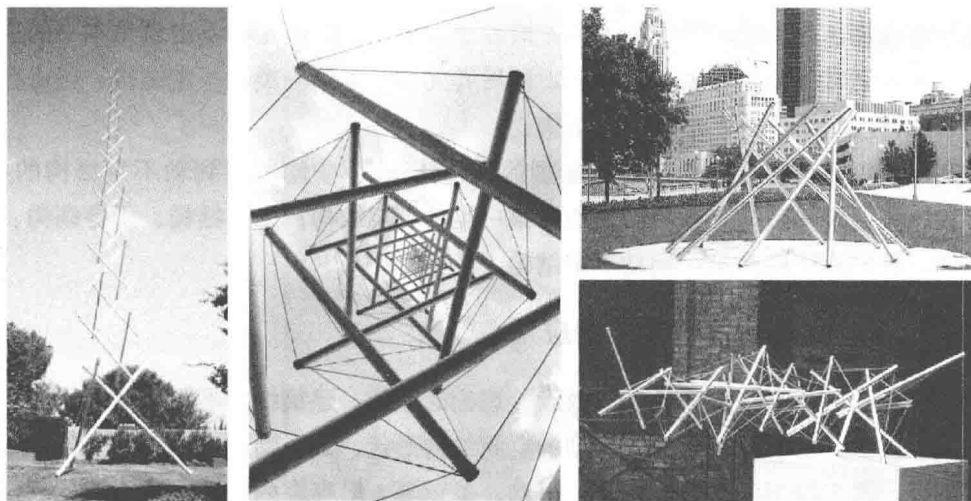
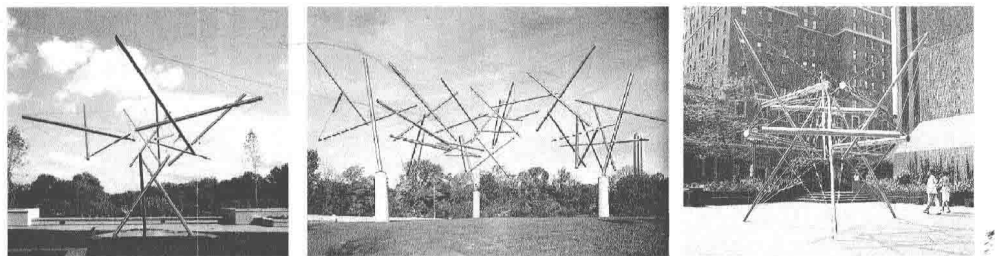


图 1.1 张拉状态的弓

第一类动不定结构真正被运用到建筑结构领域则要追溯到 20 世纪的 50 年代，美国的富勒（Fuller）和斯耐尔森（Snelson）^[9, 10]提出了一种崭新的结构体系——张拉整体结构（Tensegrity, “tense+integrity”），顾名思义，张拉整体是一种全张力结构。体系中的索单元处于连续的张拉状态，少量压杆置身其中，完美地实现结构的自平衡。它最大限度发挥着索的张拉优势。结构的形式美观多变，但由于分析手段和施工技术的制约，真正的张拉整体结构尚未大量应用于实际工程，主要被建造成一些精巧的建筑小品（图 1.2），这些小品无不体现着结构工程师们丰富的想像力。



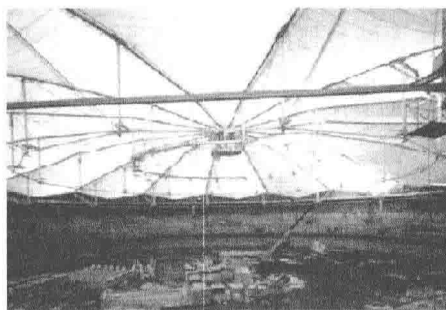
(a) 柱状张拉整体



(b) 任意形状的张拉整体

图 1.2 张拉整体建筑小品

张拉整体结构的全张力理念启发了索穹顶结构^[11, 12]的出现, 它也是一种效率很高的结构形式, 预应力索提供了刚度。轻型结构可以达到很大的覆盖面积, 与膜的完美结合更是使结构相得益彰。此类结构已经广泛应用于实际工程, 最为经典的类张拉整体索穹顶是汉城奥运会体育馆, 以及 1996 年美国亚特兰大奥运会主场馆——乔治亚穹顶 (Georgia Dome) (覆盖空间: $193\text{ m} \times 240\text{ m}$ 的椭球), 用钢量小于 30 kg/m^2 (图 1.3)。



(a) 汉城奥运会体育馆



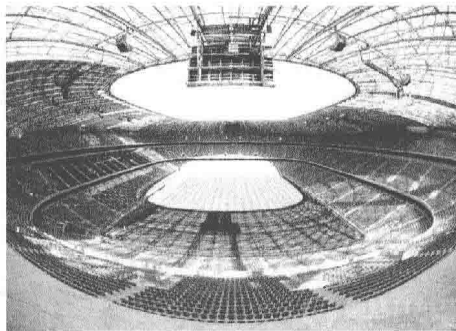
(b) 乔治亚穹顶

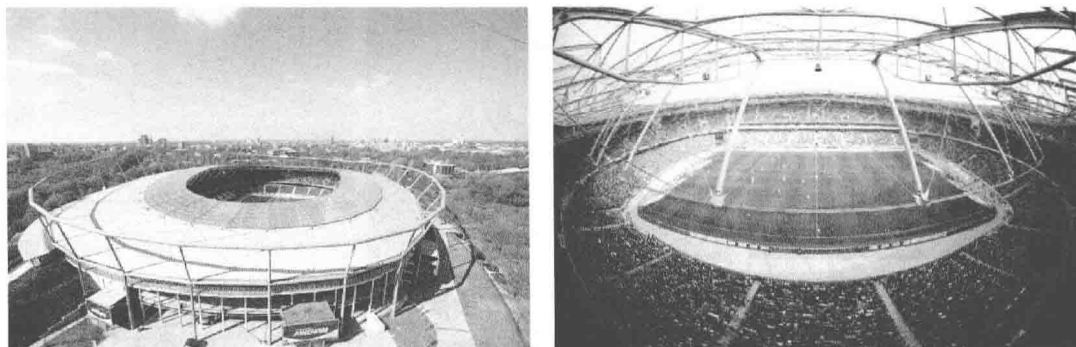
图 1.3 索穹顶结构

随着另一类张力单元——膜材的出现, 膜结构也被广泛用于张力结构中, 最近的如 2006 年德国世界杯比赛用场馆——慕尼黑安联体育场和汉诺威体育场屋顶采用了这类轻盈的结构形式 (图 1.4)。



(a) 慕尼黑安联体育场





(b) 汉诺威体育场

图 1.4 膜结构

近年来,随着我国国民经济的持续高速发展,空间结构的建造技术水平得到了长足的进步^[13-15]。随着北京奥运会、济南全运会、上海世博会等重大活动的展开,我国兴建了一大批高标准、高规格的体育场馆、会议展览馆、机场候机楼等大型公共建筑。其中不乏动不定结构的应用,如北京奥运会羽毛球场馆(93 m 跨)和济南全运会奥体中心体育馆(122 m 跨)均采用了弦支穹顶结构体系,北京北站无站台柱雨棚则采用了张弦桁架结构体系。



图 1.5 北京奥运会羽毛球场馆弦支穹顶结构



图 1.6 北京北站无站台柱雨棚张弦桁架结构

如果说第一类动不定结构之所以能广泛应用在建筑结构中是得益于内部预应力,使结构的刚度得到了大幅提高,那么以无法从预应力得到刚化为特点的第二类动不定结构在建筑结构的应用中似乎一无是处,结构工程师们唯恐避之不及。在传统的土木结构理论中,可变的结构是被排斥于结构范畴之外的。但近年来,这类特殊结构逐渐得到结构工程师的关注。他们将机构理念从不同方面引入到现代结构体系中,不管在结构使用状态还是施工过程中,经常会出现可动的结构形态。这些不仅赋予结构以灵性,而且带来了便捷。

第二类动不定结构就是我们通常意义上说的机构,根据单元组成与运动方式的不同,可以分为开合结构、折叠结构、快速组装结构、杆系机构等。

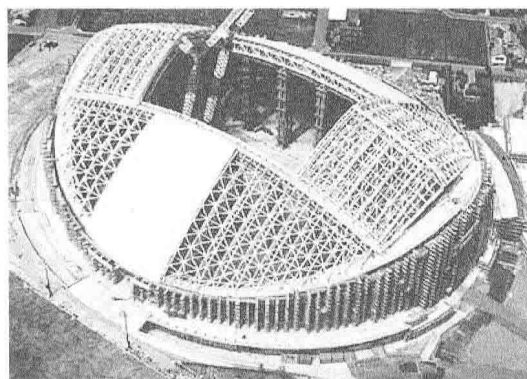
大面积的开合屋盖已经在国内外的工程中得以成功应用。如日本的福冈穹顶和小松穹

顶, 以及我国的南通体育会展中心、上海旗忠网球中心(图1.7)。

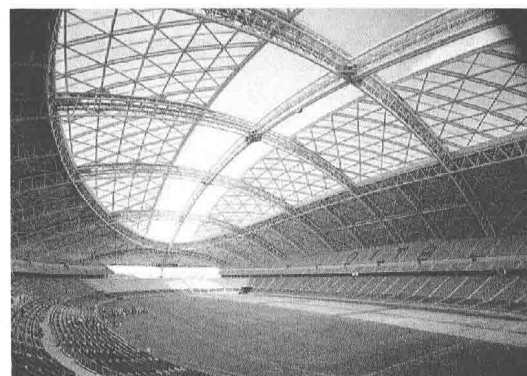
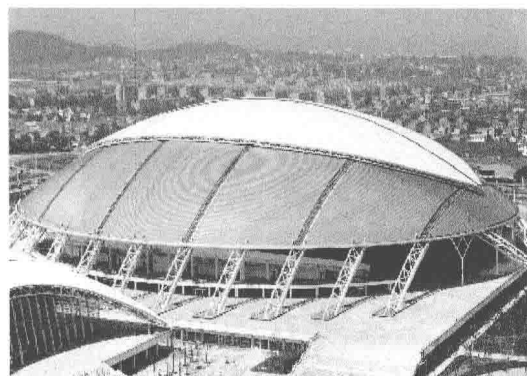
还有应用于地震、台风、海啸、战争、洪涝等灾后重建工作的应急快速组装结构, 能够及时、快速开展紧急救援, 进行抗灾减灾, 具有重大的经济和社会意义。这类结构通常具有大跨度、可移动、可折叠、运输方便、建造容易、快速组装、可重复使用等特点, 节省大量拆装脚手架的成本。



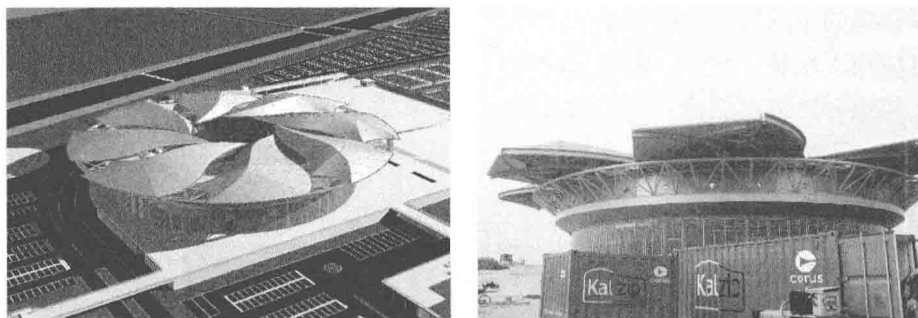
(a) 日本福冈穹顶



(b) 日本小松穹顶



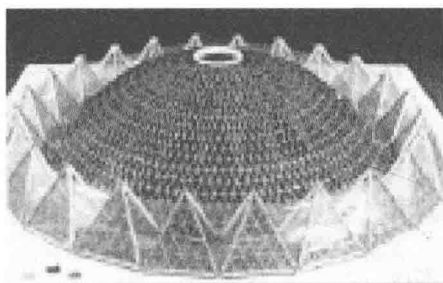
(c) 南通体育会展中心



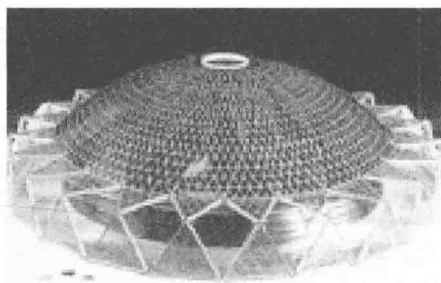
(d) 上海旗忠网球中心

图 1.7 开合屋盖结构

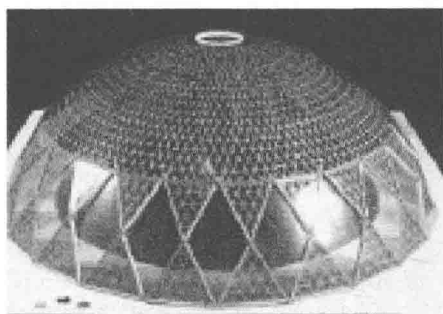
大型结构的施工技术中也被引入了大量的机构理念，如日本川口卫的攀达穹顶体系 (Panda Dome)^[16, 17] (图 1.8)，以及浙江大学空间结构课题组提出的当时国内跨度最大的 108 m 河南鸭河口电厂储煤库的折叠式展开施工法^[18-20]等 (图 1.9)。他们将机构-结构的理念成功引入到大型结构的快速提升施工技术中，基本思想是将网壳去掉部分杆件，使一个稳定的结构变成一个可以运动的机构，这样就可以将网壳结构在地面折叠起来，最大限度地降低安装高度；然后将折叠的网壳提升到设计高度；最后补缺未安装的构件，机构又变成稳定的结构。施工技术中运用机构运动的概念打破了传统的不可变结构观念。特别需要指出的是，折叠式展开施工法这一新型结构体系应用表明，较传统结构节省工程量 20%~40%，新施工工艺较传统方法节省支架 30%~60%，缩短工期 30%。



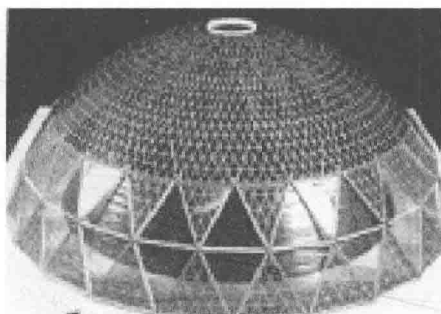
(a) 地面组装完毕并开始顶升



(b) 顶升途中

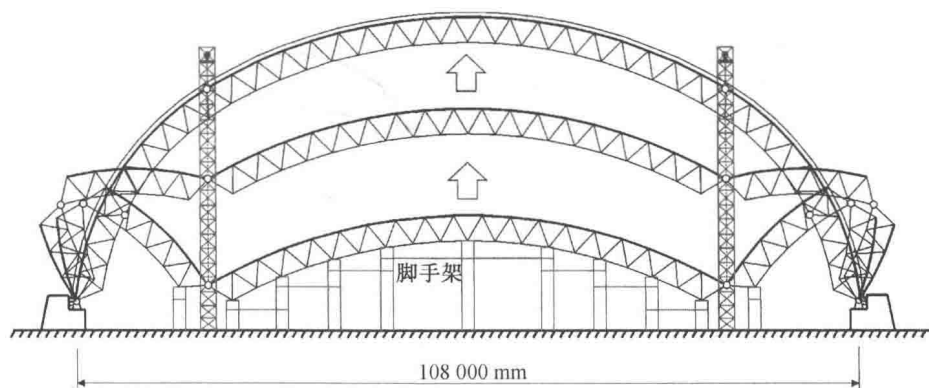


(c) 顶升完成



(d) 补杆并拆除顶升装置

图 1.8 攀达穹顶施工过程



(a) “机构—结构理论”概念图



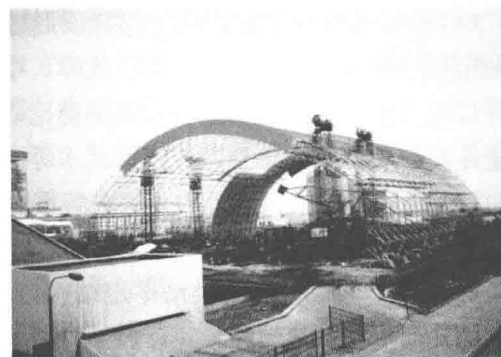
(b) 初始折叠状态



(c) 提升状态 1



(d) 提升状态 2



(e) 成形状态

图 1.9 河南鸭河口储煤结构的折叠式展开施工法

1.2 动不定结构研究的理论难点及关键科学问题

基于体系内部存在机构位移的特点，两大类动不定结构都是形状敏感的，其工作机理

和力学特性很大程度上依赖于其自身的几何形状,如果没有合理的初始拓扑形态,动不定结构就不存在良好的工作性能。

因此,区别于动定结构,动不定结构主要关注的是形态与体系理论的研究,这也是这类结构的理论难点所在。如第一类动不定结构的找形、找力、成形分析;第二类动不定结构的位移协调路径、跟踪、机动性能、分支路径及设计的研究等。

下面详细阐述两类动不定结构的理论难点和存在的关键科学问题。

1) 对于第一类动不定结构,由于必须施加合适的预应力才能最终成形,结构的刚度来源于预应力的导入,使结构能够实现从一组松弛的几何体到获取必要属性(理想设计形状和刚度)的过程,从而成为一个合理、高效的结构。因此此类结构的几何形状、拓扑关系与自应力传递模式是研究的重点。形态理论、成形技术的研究贯穿此类结构的设计与建造全过程,是亟须解决关键科学问题中的重点和难点,不仅影响到结构在建造过程中的合理性、高效性、经济性,而且影响到结构在使用过程中的安全性、可靠性。

(1) 结构预应力的优化。研究初始预应力态全局优化理论,在特定几何拓扑下,如何确定合理可行且较优的预应力配置,最大限度发挥结构力学性能,这是一个找力的过程。

(2) 结构体系的判定,这是至关重要的一项。包括内力的传递方式及平衡方式的研究,结构在特定预应力作用下能否达到稳定状态,即几何稳定性的研究、一阶无穷小机构及高阶无穷小机构的研究。

(3) 结构合理几何与拓扑形式的确定。在给定条件下需要找到高效合理的初始结构形状,即找形分析。这里涉及自平衡结构的找形、不同约束条件下的结构找形、各类结构组合的协同找形、自适应的找形,以及数值算法的稳定性及理论方法的适用程度等。

(4) 结构成形过程的研究。包括成形过程中实时力学模型的建立、预应力分批分次导入与结构形态和刚度之间的关系及规律、结构响应的研究、机构位移和弹性变形耦合的非线性计算理论、基于机构原理的成形理论研究、成形过程稳定性研究;运动路径的控制及轨迹跟踪、状态突变、全过程模拟技术等。

(5) 矩阵的求解。矩阵的分解求解贯穿整个形态分析理论,特别是长方阵的存储形式和高效的数值分解技术研究。

2) 可变、可动是第二类动不定结构特点,因此对于此类结构体系,我们更为关注的是它的几何形状和运动路径。

(1) 体系判定。包括外荷载作用下的可动性判定和稳定性判定。

(2) 设计方法。包括各类空间、平面机构(如单/多自由度机构、过约束机构、自适应机构)的整体几何设计、可动单元与节点的设计。

(3) 跟踪技术。包括位移协调路径的研究、机动特性研究、运动分支研究、静动力响应、轨迹跟踪的数值模拟算法研究。

(4) 同步控制技术。

(5) 节点间隙影响研究。