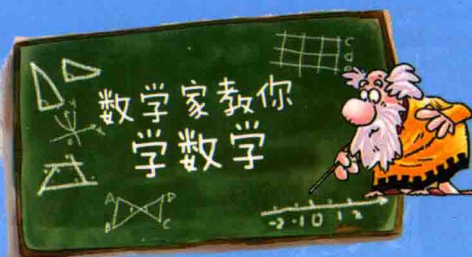




听故事·做游戏·解趣题
数学就得这样学!

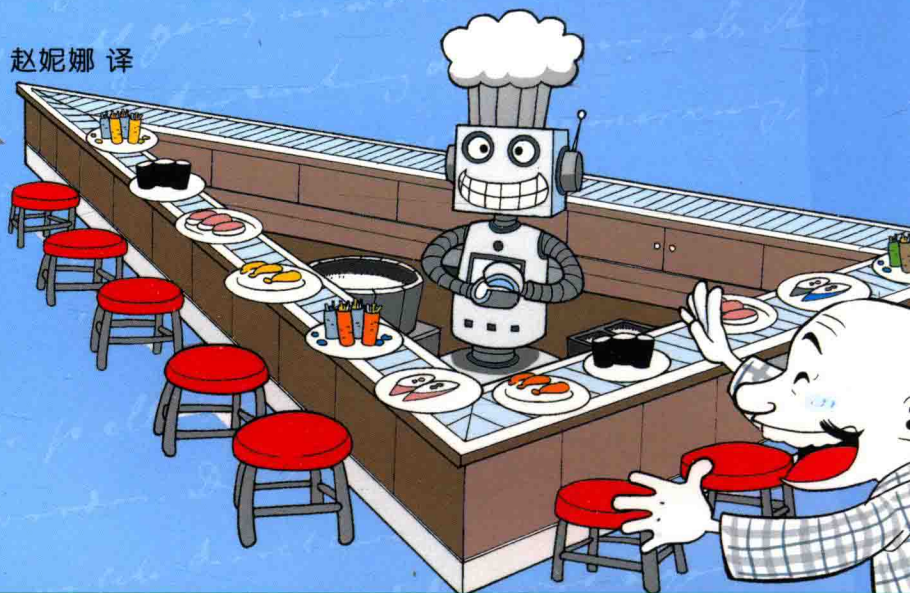


三角形有五颗心?

初中版

欧拉教你学三角形的五心

【韩】裴修璟 著 赵妮娜 译



韩国教育部优秀图书 ☆ 韩国教员团体总联合会优秀图书
韩国畅销 6000000 册

这套书囊括了教材中 200 个知识点，把原本抽象难懂的数学原理变得具体而生动，
是学生提高数学成绩的法宝。
——韩国教员团体总联合会

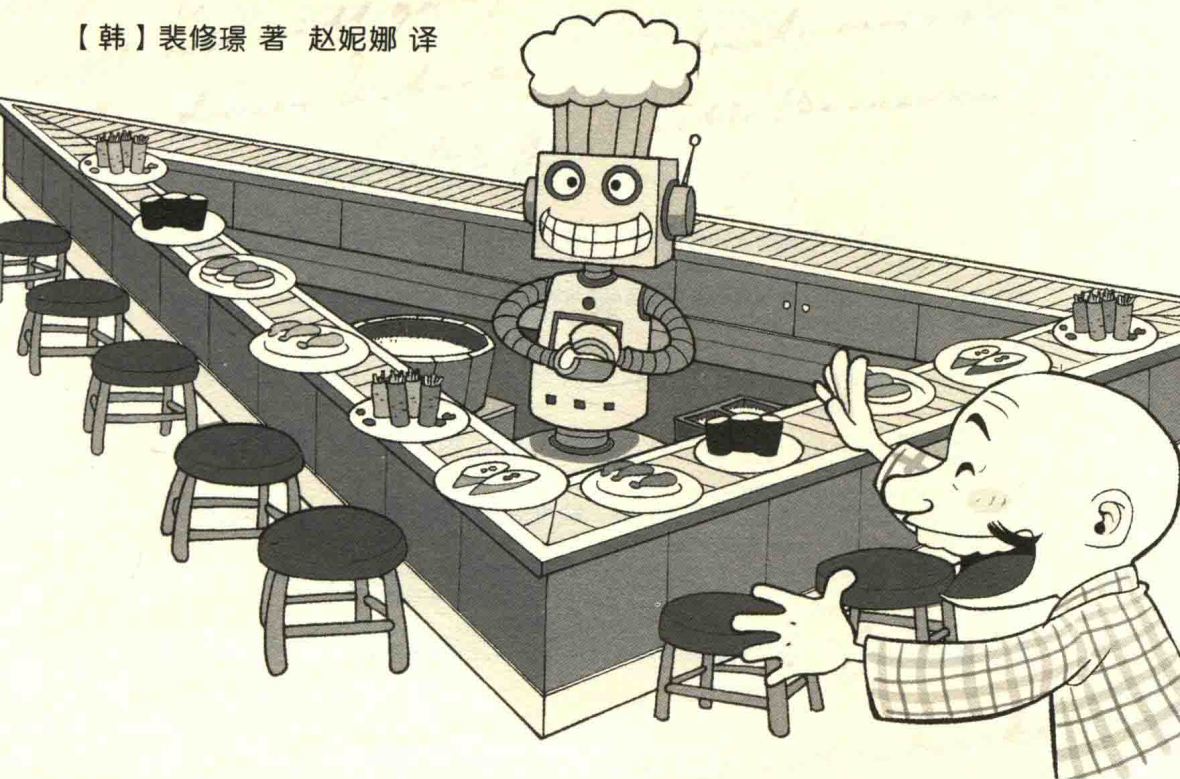


三角形有五颗心？

初中版

欧拉教你学三角形的五心

【韩】裴修璟 著 赵妮娜 译



全国百佳图书出版单位
时代出版传媒股份有限公司
黄山书社

수학자가 들려주는 수학 이야기

Copyright © 2010 by JAEUM & MOEUM CO., LTD.

Simplified Chinese translation copyright © 2015 by Huangshan Publishing House.

This translation was published by arrangement with Jaenum & Moemum Publishing Co., through Shanghai All One Culture Diffusion Co., Ltd.

All rights reserved.

图书在版编目 (CIP) 数据

三角形有五颗心? ——欧拉教你学三角形的五心 / 【韩】裴修璟著; 赵妮娜译. — 合肥: 黄山书社, 2015. 7

(数学家教你学数学: 初中版)

ISBN 978-7-5461-5093-2

I. ①三… II. ①裴… ②赵… III. ①数学—青少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 175508 号

版权合同登记号 图字: 12151528

SANJIAOXING YOU WU KE XIN?—OULA JIAO NI XUE SANJIAOXING DE WU XIN

三角形有五颗心? ——欧拉教你学三角形的五心

【韩】裴修璟 著 赵妮娜 译

出品人 任耕耘

总策划 任耕耘 杨雯

执行策划 司雯

责任编辑 诚景

特约编辑 刘羊 卓篁 李晓阳

装帧设计 齐娜

出版发行 时代出版传媒股份有限公司 (<http://www.press-mart.com>)

黄山书社 (<http://www.hspress.cn>)

地址邮编 安徽省合肥市蜀山区翡翠路 1118 号出版传媒广场 7 层 230071

印刷 合肥精艺印刷有限公司

版次 2015 年 8 月第 1 版

印次 2015 年 8 月第 1 次印刷

开本 710mm×1000mm 1/16

字数 110 千

印张 10.25

书号 ISBN 978-7-5461-5093-2

定价 24.00 元

服务热线 0551-63533706

销售热线 0551-63533761

官方直营书店 (<http://hssbook.taobao.com>)

版权所有 侵权必究

凡本社图书出现印装质量问题,
请与印制科联系。

联系电话 0551-63533725



让我们站在数学巨人的肩膀上， 以更远的目光、更广的视野去观察数学世界吧！

数学教科书往往以“结果”来揭示数学，很难使学生了解数学不断进化的过程。事实上，数学的历史是围绕着一个课题，由众多数学家刻苦研究从而揭示一个个规律性原理的演绎推理过程。

《数学家教你学数学》是古今中外的数学家以他们那亲切的声音直接给我们讲述各种数学原理的产生过程，有助于学生以“现在进行时”来理解数学，而不是以“过去完成时”来理解。

学生对数学产生畏难情绪的主要原因之一是数学较强的“抽象思维”。数学的这一特性恰恰与学生喜欢的“具体思维”相悖。要想缩短“抽象思维”和“具体思维”之间的差距，方法只有一个，那就是在尽量回避数学抽象推理的同时，尽可能地增加对数学概念和原理的具体说明。而《数学家教你学数学》正是生动再现数学教科书的内容，力争使数学“变脸”，将原来抽象的数学改头换面成为具体的数学。此外，书中引用的大量名人逸事和数学家的趣闻，使学生感到枯燥无味的数学很容易变成妙趣横生、回味无穷的数字

游戏。

从结构上看，《数学家教你学数学》首先简要介绍数学家的业绩，然后通过数学家的讲解揭示数学的内在世界和外在世界，从列举的大量例子中说明数学概念和原理，最后再通过一个小结来归纳每节课讲的内容。本丛书的这种结构可以使读者从整体上了解每个数学概念和原理。

《数学家教你学数学》紧扣中学数学教程，尽可能包含中学数学所涉及的全部内容。比如《莱布尼茨教你学记数法》讲述的是数字形成的背景、原始进制法到数位进制法的发展过程、0的出现、莱布尼茨二进制法等方面的故事，如实反映了中学一年级进制法的内容。可见这套《数学家教你学数学》丛书能够起到帮助学生消化和吸收学校数学课程的作用。

伟大的科学家牛顿留下了一句绝世名言：“If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants.（如果说我比别人看得更远些，那是因为我站在了巨人的肩膀上）”没错，如果我们也站在这些数学巨人的肩膀上放眼远眺，就可以用更长远、更开阔的视野去了解数学世界。希望这套丛书能使我们的读者们都有机会站在数学巨人的肩膀上，把数学世界看得更清楚。

弘益大学数学教育系教授、《数学协奏曲》作者 朴京美



用数学眼光看穿世上的真理，让我们亲身体会真理之伟大的“三角形的五心”的故事

用三条线就可以画出的最简单的图形，即三角形。如果说孩子们用蜡笔在图画纸上画出的第一个图形是圆的话，那他们用直线创作的第一幅作品大概就是三角形吧？

从现在开始，我想说一说藏在三角形内部的、并不十分简单的五个点。这些“主人公”们正是三角形的外心、内心、重心、垂心和旁心。

这五兄弟是在不同的背景下“出生”的，它们各自有着不同的特点和不同的用处。但它们都是以三角形的图形为背景的，与三角形的基本性质有着密不可分的关系。

当然，因为关于三角形的故事无穷无尽，很多人可能会觉得五心并不重要。甚至连学校的教科书也没有一一地对五心进行介绍。

但是，从这个只具有三条边、三个角的简单图形开始的、看似并不稀奇的故事总会有我们意想不到的结局，这些故事会让我们体会到数学的神奇。通过对图形的初步了解，不仅仅是三角形，还可

以继续认识多边形和立体图形。

我们学习数学中图形的知识，不是只为了记住、背诵图形的性质、计算图形的面积的。当我们走进图形的世界去触碰它、和它一起玩耍的时候，更有价值的目标是要培养融入我们思想的对图形的感悟。

希望同学们在阅读这本书的过程中，不要死记硬背书的内容，重要的是跨过五座解开秘密的石桥，触摸石桥上的每一块石头，观察它们的模样，并用心体会它们为什么一定要是这个模样。

关于三角形的五心的性质，即使大家背不下来也没关系，只要掌握好诀窍，灵活掌握就能对图形有一定的感悟，比记住内容更重要，因为这种感悟最终将会使大家成为图形达人。

裴修璟



课 程 导 航

1

这本书的不同之处

《三角形有五颗心？——欧拉教你学三角形的五心》中系统地介绍了教科书只是简单提及的三角形的内心、外心和重心，同时也对三角形五心的另外两心——垂心和旁心进行了详细的讲解。通过寻找数学原理的成因，同学们不再是被动地接受数学知识。那些在学习三角形五心时因经常弄混淆而感到学习吃力的同学们也会非常自然地、没有负担地接受它们。

特别是同数学家欧拉一起在三角形乐园中游玩的同时，可以慢慢揭开三角形五心诞生的秘密和它们的性质，连那些难以理解的证明也会豁然开朗，同学们肯定会以非常愉悦的心情来阅读这本书。

数学教材中，三角形的内心、外心和重心的知识属于初中的内容，但本书内容更加丰富，讲解更加深入浅出，就连小学生、甚至普通读者都可以将本书的内容作为常识来阅读，满足自己的好奇心。那些想要深入研究三角形五心的天才也可以从本书中找到学习

的动力。

不再是为考试而背诵各种结论、反复做习题。本书给那些主动寻找原因、喜欢思考的小数学家们提供帮助。

2

这本书的几个亮点

本书在没有复杂符号的情况下，也让读者能够读懂关于三角形的各种知识和证明，并提供了充分的故事情节让读者可以思考为什么。本书中，关于三角形五心的内容就像是剪裁精良的衣料，排列得非常合理。反复阅读后，即使你不刻意地记忆，对于五心的作图方法，甚至复杂的性质，也能够完全理解，还有可能会成为向别人传授知识的老师。

第一课 驯养师的房子该建在哪里呢？

认识三角形的外心，并了解寻找这一点的方法。

- **提前预习：**三角形全等的条件，等腰三角形，三角形的种类。
- **学习方法：**从外心是外接圆圆心的想法出发，通过独立研究

找到外心的方法来学习。

第二课 重新找回新罗人的微笑

尝试证明所有的三角形都有外心，了解三角形外心的性质以及其性质的应用方法。

- **提前预习：**证明的意义、等腰三角形的性质，外角的意义。
- **学习方法：**一边阅读一边亲自动手尝试各种活动或在大脑中进行模拟实验，即使不刻意背诵，也能将外心的性质理解并变成自己的知识。多读几遍，以后合上书也能一边画图一边给别人讲解就更好了。

第三课 机器人寿司店老板的烦恼

知道什么是三角形的内心，学习找到内心的方法。

- **提前预习：**垂足、最短距离、直角三角形全等的条件。

• **学习方法**：思考在不同的情况下会出现怎样的内容，同时成为跟随欧拉的学生亲自参加活动和思维实验。

第四课 沙子的魔术

了解三角形内心所具有的各种性质。

• **提前预习**：平行线、同位角和内错角的相关知识。

• **学习方法**：内心的性质比外心多，学校的考试中也会出现很多应用三角形内心的题目。但是，如果只是背下结论，那么很容易弄混淆，而且如果出现稍稍复杂的问题，同学们就会束手无策。用心思考这节课的内容，掌握其脉络，可以将那些有一定深度的内容变成自己的知识。

第五课 摇摇晃晃掌握重心的小丑

了解重心的意义，掌握找到三角形重心的最简单的方法。

• **提前预习**：杠杆原理、铅垂线的知识。

• **学习方法**：大部分学生只是片面地知道三角形的重心是三条中线的交点，并不了解它真正的意义。这很可能会影响同学们对其他图形重心的概念的理解。亲身感受三角形重心的真正意义，了解在寻找三角形重心的各种方法中，为什么要选择利用中线的方法？这种方法还可以应用到什么地方？另外，还可以同一些物理知识相

联系，进行更加深入的研究，这将会成为一个非常适合英才教育的主题。

第六课 飞机和金字塔

通过隐藏在我们周围的重心故事，了解重心所具有的性质。

- **提前预习：**中位线定理。
- **学习方法：**寻找各种同重心相关的报道和书籍，找到更多应用重心性质的例子，将帮助我们丰富对重心的理解。然后再思考可以将其应用到哪些地方。

第七课 垂心和旁心

学习关于三角形的垂心、旁心和九点圆的知识。

- **提前预习：**对顶角的相关知识。
- **学习方法：**虽然不是教科书中的内容，只要是能够理解本书前几课内容的学生都可以理解本课的内容。如果能够利用几何画板程序亲自确认九点圆的内容，就可以学习到更有深度的知识。

第八课 欧拉和拿破仑

了解三角形的种类和五心，思考欧拉直线、拿破仑三角形的意义。

• **提前预习：**几何画板程序。

• **学习方法：**对于三角形五心的位置、欧拉直线、拿破仑三角形这些知识，要亲身感受。用几何画板程序或圆规直尺来尝试画图，大家将会感受到这些特殊图形带给我们的乐趣会比平时多出十倍、百倍。





数学家简介

欧拉 (Leonhard Euler, 1707~1783)

虽然人们也会称我为物理学家或天文学家，
但我却是历史上留下业绩最多的天才数学家。

最先创造并使用了Zeta函数，
不但发现了Zeta函数和质数之间的关系式，
还得到了质数的倒数之和发散的结论。
因为我拥有超乎常人的数学天分和直觉，
所以一生中发现了无数的理论，
其中有很多都是用我的名字来命名的。



大家好，我是欧拉！

我的全名是莱昂哈德·欧拉。我出生于1707年，距离现在已经有300多年了。听说很多数学家把我生活的18世纪称为“欧拉时代”，这让我感到非常荣幸。我只是非常投入地研究了我喜欢的东西，听说后来在我的祖国瑞士，还有俄国、法国、韩国等地都举办过纪念我的大型国际活动，这让我感到非常幸福。

但是，现在回想自己的生活，也不是只有开心的事情。大家想不想听一下我的故事呢？

我的父亲是新教牧师保罗·欧拉，母亲是牧师的女儿格丽特·布鲁克·欧拉。因为父母笃实的信仰，我的人生被早早地规划

为一名“牧师”。但是，不知为什么，叫作“数学”的这个科目让我感受到了无限的乐趣。非常神奇的是，长长的数字表我一会儿就可以背完，闭起眼睛，50位数的运算我只用心算就可以算得出来。是不是可以被称作“神童”呢？

父母知道我的天赋后，为了让我受到更好的教育，就把我送到了更大的城市——巴塞尔去读书，但是父母并没有放弃让我学习神学。我从13岁开始进入巴塞尔大学学习，但这一切都是为了成为一名牧师。

在这里，我见到了对我的人生有重大影响的人。他就是我父亲的大学同学约翰尼斯·伯努利老师。虽然我没有听他的课，但是出身于当时著名的数学家家庭的伯努利老师向我推荐了值得阅读的数学书，还介绍了一些足以引起我兴趣的问题。看到为了成为牧师不得已进入神学校的我，他还特意去说服我的父母。最后，父母终于同意了让我走上研究数学这条路。

就这样，凭借着数学方面的才能和对它的热爱，我开始了新的人生旅程。我离开了祖国瑞士，踏上了陌生的土地——俄国。说到在国外的这段经历，就不得不提到一位比我大7岁的朋友——丹尼尔·伯努利。丹尼尔·伯努利先到了俄罗斯成为圣彼得堡科学技术院数学系的系主任，并推荐我去做教授。就这样，我在俄罗斯的生活拉开了序幕。

我一生中获得过12个奖项，其中最早的一个就是在圣彼得堡得到的。在一次最有效的排列帆船桅杆方法的比赛中，来自于没有大海的内陆国家——瑞士的我风风光光地获得了第二名。

另外，还不得不说一说比我得到奖项的数字大1的数——13。我一生中一共养育了13名子女。在当时，因为没有像样的药，一旦出现传染病，小孩子们就会接连夭折，我的孩子中也有8个在很小的时候就离开了人世。我很喜欢给孩子们读书，甚至在研究数学的时候，我也会抱着他们，所以孩子们的离去让我非常伤心。

不幸并没有就此停止，我自己也遭受了巨大的磨难。只要看过我的照片的人都会知道我的眼睛有问题。记得我31岁那一年，我的右眼感染了病菌，后来，右眼完全失明了。

但是这种肉体上的障碍并没有消磨掉我对学术的热情。在当时巴黎科学协会举办的数学竞赛中我获得了大奖，我被数学的魅力深深地吸引。30年后，我的左眼也失去了视力，但是我仍然凭借坚韧的毅力发表了无数篇研究论文。

眼睛看不见怎么写字？当然会有很多困难。但是，有很多人在我身边帮忙，他们欣然为我代笔。就这样，我写的书和论文达到了500多本、篇。

人们都说学习数学的人大多有些怪癖或神经质，但是记得我的人对我的评价却不是这样的，他们都说我非常谦逊，我想这多半是