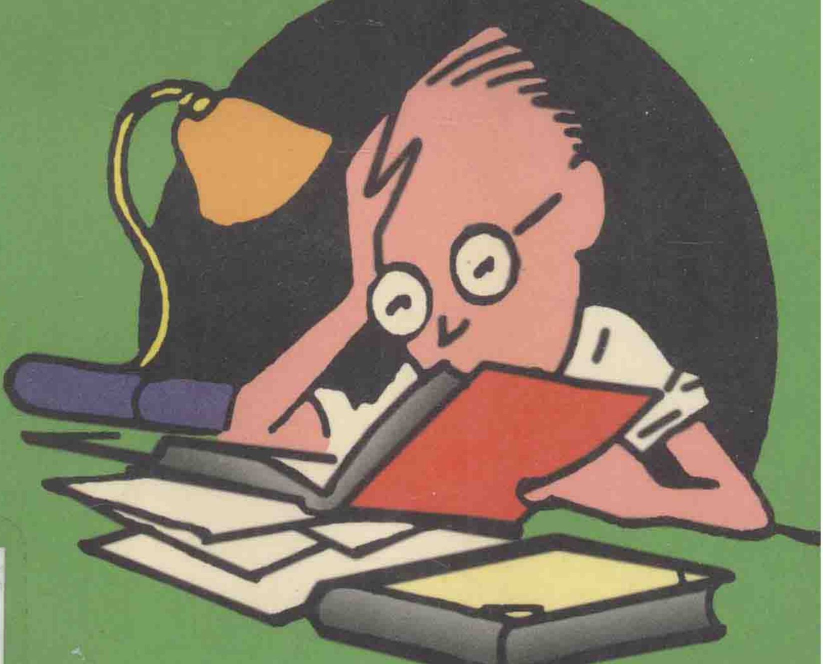
高中数理化常用知识手册

刘家桢　主编



中国林业出版社

高中数理化常用知识手册

刘家桢　主编

中国林业出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数理化常用知识手册/刘家桢主编. 一北京:中国林业出版社,
1997.10

ISBN 7-5038-1939-1

Ⅰ.高… Ⅱ.刘… Ⅲ.理科(教育)-基本知识-高中-手册
Ⅳ.G634.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 21336 号

中国林业出版社出版
(100009 北京市西城区刘海胡同 7 号)
全国新华书店经销
北京市昌平县百善印刷厂印刷
1998 年 1 月第 1 版 1998 年 1 月第 1 次印刷
开本:787mm×1092mm 1/32 印张:12
字数:339 千字 印数:1~8000 册
定价:17.00 元

编委会名单

主编 刘家桢

编委 宋小华 汪　东 余欣华 谢　颖
何延湘 安莉萍 赵玉珍 冯炳辉
薛栋国 金培京 刘孟刚 吴葆城
宁　敏 陈寿东 陈　静 牟静媛
王景尧 王文勋 徐淑媛 陈家骏
刘申有

前 言

高中三年，数理化知识纷繁芜杂、浩如烟海；然而，学海无涯未必苦作舟，只要抓住要害，各个击破，定将无往而不利。该手册即本着使理科学习轻松有序的宗旨，依据数理化三科的学科特色编撰，以概念、公式为核心，串联起圆整的知识谱系。其突出特点是“全”和“新”。全：本手册涵盖了高中三年数理化三科的全部概念、公式，避免了以往只精不全从而显得枝节旁生、无源无据的弊病，毕呈知识的来龙去脉，建立起清晰的树形结构，使学生达到理解和记忆效果均佳的阶梯式、网络式掌握。新：本手册虽以概念公式为名却独出新意，它绝非概念公式的简单集中，而重在以概念公式为基点升华性的指导学习，点拨适时，有剖有析，深入浅出。因为概念公式不是目的而是手段，我们的目标就是提示方法，打通关键，锻炼能力，举一反三，最终提高学生理科学习的整体水平。鉴于编者水平所限，书中疏漏在所难免，敬请广大读者批评指正，我们将不胜感激。

最后，谨希望本手册真正成为中学生朋友的领航灯——使你们的学海苦渡从此变得惬意、轻松！

目　录

数　学

第一部分　概　念

第二部分　定理　公式　性质

第三部分　常用数表

物　理

第一部分　基本概念及公式的应用

力　学

分子运动及热学

电　　学

光　　学

化　　学

数　学

第一部分　概　念

一、代　数

1. 幂函数、指数函数和对数函数

【集合】具有某种属性的事物的全体叫做集合。

【元素】组成集合的每个事物叫做这个集合的元素。集合的元素有以下三个特征:(1)确定性。即能判断任一对象是否具有这个集合的属性。(2)互异性。集合中任意两个元素都是不同的。(3)无序性。即$\{a,b,c\}$与$\{b,a,c\}$表示同一个集合。

【集合的表示法】(1)列举法,把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法叫做列举法。(2)描述法,把集合中的元素的公共属性描述出来,写在大括号内表示集合的方法,叫做描述法。在大括号里先写上这个集合的元素的一般形式,再划一条竖线,在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性。(3)文恩图法,用一个圈(或椭圆、矩形)表示一个集合的方法,叫文恩图法。

【有限集】含有有限个元素的集合叫做有限集。

【无限集】含有无限个元素的集合叫做无限集。

【属于】元素a是集合A的元素,就说a属于集合A,记做$a\in A$;元素a不是集合A的元素,就说a不属于A,记做$a\notin A$(或$a\bar{\in}A$)。

【数集符号】

自然数集,记做N。

整数集,记做Z。

有理数集,记做Q。

无理数集，记做 $\overline{\mathrm{Q}}$

实数集，记做 R。

复数集，记做 C。

正实数集记做 R^+，负实数集记做 R^-。正有理数集记做 Q^+，负有理数集记做 Q^-，等等。

偶数集，记做$\{2n(n\in\mathrm{Z})\}$。

奇数集，记做$\{2n-1(n\in\mathrm{Z})\}$。

【子集】 对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集，记做 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$），读做"A 包含于 B"（或"B 包含 A"）。记号 $A\subseteq B$ 表示 $A\subset B$ 或 $A=B$ 两种情况之一。

【空集】 不含任何元素的集合叫做空集，记做$\varnothing$。

【真子集】 如果 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集。记做 $A\subset B$（或 $B\supset A$）。

【集合的相等】 两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，那么叫做集合 A 与集合 B 相等。记做 $A=B$。

【交集】 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记做 $A\cap B$，读做"A 交 B"。即 $A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$。（见图 1）

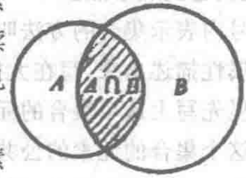


图 1

【并集】 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合，叫做集合 A 与 B 的并集，记做 $A\cup B$，读做"A 并 B"。即 $A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$。（见图 2(*a*)，(*b*)）

【全集】 在研究集合与集合之间的关系时，若这些集合都是某一个给定集合的子集，这个给定集合可以看做一个全集，用符号 I 表示。就是说，全集含有我们所要研究的各个集合的全部元素。通常用矩形表示全集 I。

【补集】 已知全集 I，集合 $A\subseteq I$，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫集合 A 的补集，记做 $\overline{A}$（读做"A 补"）。即 $\overline{A}=\{x|x\in I$ 且 $x\notin A\}$。

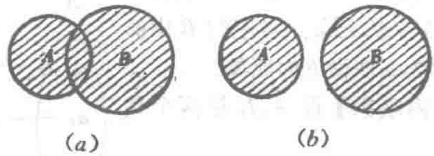


图 2

(见图 3)

【对应】已知两个集合 A 与 B,对于集合 A 里的任意一个元素 a,根据某种确定的关系(或某种规律)φ,集合 B 里也跟着有确定的 b,这样的关系 φ 叫做从集合 A 到集合 B 的一个对应关系,简称对应。φ 可用解析式、列表、曲线等方式给出。元素 b 和元素 a 对应,通常用记号"$a\to b$"表示,也经常用箭头连结的图形表示(见图 4、图 5)。但图 6 不是 A 到 B 的对应,因为集合 A 中元素 a_3 没有它的对应元素。

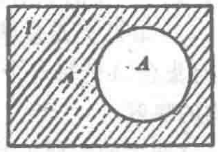


图 3

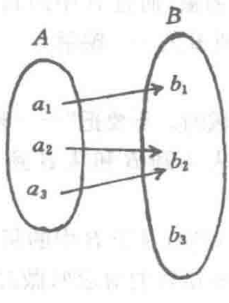


图 4

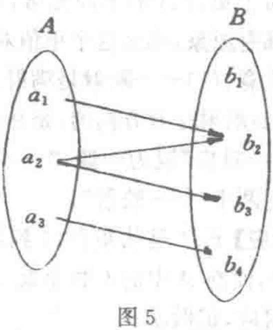


图 5

【映射】设 A、B 是两个集合,如果按照某种对应法则 f,对于集合 A 中的任何一个元素,在集合 B 中都有唯一的元素和它对应(包括集合 A、B,及从 A 到 B 的对应法则 f),叫做从集合 A 到集合 B 的映射,记做 $f:A\to B$。图 4 是从集合 A 到集合 B 的映射,而图 5 不是从集合 A 到集合 B 的映射,因为集合 A 中的元素 a_2 与集合 B 中的两个元素 b_2、b_3 对应,不是"唯一"。

【象与原象】 如果给定一个集合 A 到集合 B 的映射，那么与 A 中的元素 a 对应的 B 中的元素 b 叫做 a 的象，a 叫做 b 的原象。

【到上映射与到内映射】 设 A、B 是两个集合：

(1)如果 f 是从集合 A 到 B 的映射，且 B 中的每一元素在 A 中都有原象，那么 f 叫做从 A 到 B 上的映射；

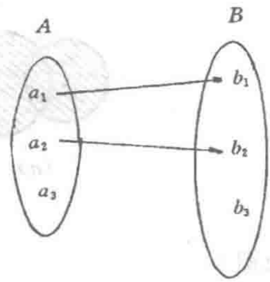


图 6

(2)如果 f 是从集合 A 到集合 B 的映射，且集合 A 的每一个元素 a 的象 $f(a)$都属于 B，那么 f 叫做从 A 到 B 内的映射。

这两者的区别在于：如果 $f(A)=B$，则说 f 是 A 到 B 上的映射；$f(A)\subset B$，则说 f 是 A 到 B 内的映射。

【满射】 即“到上映射”。

【一一映射】 设 A、B 是两个集合，f 是从集合 A 到集合 B 的单值对应，如果对于集合 A 的不同元素，在 B 中有不同的象，而且 B 中的每一个元素都有原象，那么这个单值对应叫做从 A 到 B 的一一映射。

注意：(1)一一映射是满射。

(2)映射是有方向的，是从定义域射向值域的。不要把“一一映射”与“一一对应”混为一谈，“一一对应”包含了从 A 到 B 和从 B 到 A 的正与逆两个“一一映射”。

【逆对应】 设 f 是从集合 A 到集合 B 的一一对应，对于 B 中的每一个元素 b，使在 A 中的 b 的原象 a 和它对应，这样所得的对应叫做对应 f 的逆对应，记做 f^{-1}。

注意：只有当 f 是一一对应时，才有逆对应。

【函数】 当集合 A、B 都是非空的数集，且 B 的每一个元素都有原象时，这样的映射 $f:A\to B$ 叫做从定义域 A 到值域 B 上的函数。

【区间】 区间是变量变化的范围，是指变量介于两个实数之间的全体实数。这两个实数叫做区间的端点。区间分为有限区间和无限区间，两端点都是有限数的，如(a,b)叫做“有限区间”；两端点至少有一个不是有

限数的，如$(-\infty,+\infty)$或$(a,+\infty)$和$(-\infty,b)$叫做“无限区间”。

【闭区间，开区间，半开半闭区间】 设a,b是两个实数，而且$a<b$。我们把满足$a\leqslant x\leqslant b$的实数x的集合叫做闭区间，表示为$[a,b]$；把满足$a<x<b$的实数x的集合叫做开区间，表示为(a,b)；把满足$a\leqslant x<b$，$a<x\leqslant b$的实数x的集合，都叫做半开半闭区间，分别表示为$[a,b)$，$(a,b]$。这里的实数a与b都叫做相应区间的端点。

【函数的定义域】 函数的自变量的可取值集合称为函数的定义域。

【函数的值域】 对应于函数的自变量在其定义域内的所有函数值的集合叫做函数的值域。

【增函数】 如果对于属于定义域区间的两个自变量的值x_1,x_2，当$x_1<x_2$时，都有$f(x_1)<f(x_2)$，称$f(x)$在这个区间上是增函数。这个区间叫做函数的递增区间。（图 7）

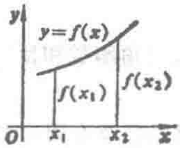


图 7

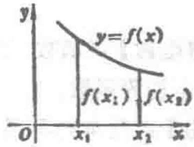


图 8

【减函数】 如果对于属于定义域区间的两个自变量的值x_1,x_2，当$x_1<x_2$时，都有$f(x_1)>f(x_2)$，称$f(x)$在这个区间上是减函数。这个区间叫做函数的递减区间。（图 8）

【函数的单调性】 如果函数$y=f(x)$在某个区间上是增函数或减函数，就说$f(x)$在这一区间上具有单调性。这一区间叫做$f(x)$的单调区间。

【偶函数】 函数$y=f(x)$，若对于函数定义域内任意x，都有$f(-x)=f(x)$，称函数$f(x)$为偶函数。

【奇函数】 函数$y=f(x)$，若对于函数定义域内任意x，都有$f(-x)=-f(x)$，称函数$f(x)$奇函数。

注意：如果函数的定义域对应的点集关于原点不对称，则此函数不可能是奇函数或偶函数。

【反函数】 如果给定函数$y=f(x)$的对应关系f是一一对应，那么f的

逆对应 f^{-1} 所确定的函数 $x=f(y)$ 叫做函数 $y=f(x)$ 的反函数。根据对应与逆对应的象与原象的相互关系可以知道，函数 $y=f(x)$ 的定义域和值域分别是反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的值域和定义域。

【函数的周期】 对于函数 $y=f(x)$，如果存在一个常数 $T(T\neq0)$，使得当 x 取定义域内的每一个值时，都有 $f(x+T)=f(x)$ 成立。那么，函数 $f(x)$ 叫做周期函数。常数 $T(T\neq0)$ 叫做这个周期函数的周期。如果在所有的周期中存在一个最小正数，称这个最小正数为最小正周期。

【有界函数】 如果存在一个正数 M，对于函数 $y=f(x)$ 定义域内的每一个值 x，都能使不等式 $|f(x)|\leqslant M$ 成立，则称函数 $f(x)$ 为有界函数。

【函数的最值】 连续函数 $y=f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 内的一切点（包括端点 a、b）处的函数值中的最大者（或最小者），叫函数 $f(x)$ 的最大值（或最小值），统称函数的最值。函数的最大值记做 y_{max}，函数的最小值记做 y_{min}。

【基本初等函数】 幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为基本初等函数。

【初等函数】 由基本初等函数施行有限次四则运算及有限次复合步骤所构成的、用一个解析式表达的函数，叫做初等函数。

【初等函数的分类】 根据求函数值时所用到的运算来分类：

- 初等函数
  - 代数函数
    - 有理函数
      - 有理整函数（多项式）
      - 有理分函数（分式）
    - 无理函数
  - 超越函数
    - 幂函数（指数为无理数①）
    - 指数函数
    - 对数函数
    - 三角函数
    - 反三角函数

【复合函数】 如果 y 是 u 的函数 $y=f(u)$，而 u 又是 x 的函数 $u=[\varphi(x)]$，则称 y 是 x 的复合函数，记做 $y=f[\varphi(x)]$。这里 u 叫做这个复合

① 注：指数为有理数的幂函数属于代数函数。

函数的中间变量，x 叫做这个复合函数的自变量。$\varphi(x)$的值域不超出 $f(u)$定义域。根据这个意义，可求出复合函数的定义域。复合函数并不是一类新的函数，它只是表示函数在结构方面的某种特征。

【分段函数】 同时用几个解析式在不同区间范围内表示的一个函数叫做分段函数。

【二次函数】 形如 $y=ax^2+bx+c$(其中 $a\neq0,a,b,c$ 都是常量)的关于 x 的函数叫做二次函数。

【幂函数】 形如 $y=x^a$(a 为实数)的关于 x 的函数叫做幂函数(中学课本里，只讲 a 是有理数的情况)。

【指数函数】 形如 $y=a^x$(其中 $a>0,a\neq1,a$ 是常量)的关于 x 的函数叫做指数函数。它的定义域 $x\in\mathrm{R}$，它的值域 $y\in(0,+\infty)$。

【对数函数】 形如 $y=\log_a x(a>0,a\neq1,a$ 是常量)的关于 x 的函数叫做对数函数。它的定义域是 $x\in(0,+\infty)$，值域是 $y\in\mathrm{R}$。

【对数】 如果 $a(a>0,a\neq1)$的 b 次幂等于 N，即 $a^b=N$，那么，数 b 就叫做以 a 为底的 N 的对数，记做 $b=\log_a N$。其中 a 叫做底数(简称底)，N 叫做真数。a、b、N 在指数式和对数式中名称对照如下表：

	a	b	N
在指数式 $a^b=N$ 中	底	指数	幂
在对数式 $b=\log_a N$ 中	底	对数	真数

【常用对数】 以 10 为底的对数叫做常用对数，即 $\log_{10}N=\lg N$。$\lg N$ 是常用对数的记号。

【自然对数】 以无理数 e 为底的对数叫做自然对数，即 $\log_e N=\ln N$ 是自然对数的记号。其中 $e=\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n=2.718281828459045\cdots$，是无理数。在微积分中，用自然对数较为方便。

【指数方程】 在指数里含有未知数的方程叫做指数方程。常见形式有：(1)$a^{f(x)}=a^{\varphi(x)}$，(2)$a^{f(x)}=b$，(3)$a^{f(x)}=b^{\varphi(x)}$，(4)$f^{(a^x)}=0$。

【对数方程】 在对数符号后面含有未知数的方程叫做对数方程。常见形式有：(1)$\log a\ f(x)=\log_a\varphi(x)$，(2)$\log_a f(x)=b$，(3)$\log_a f(x)=\log_b\varphi(x)$，(4)$f(\log_a x)=0$。

2. **不等式**

【不等式】 用不等号($>$、$\geqslant$、$<$、$\leqslant$、$\neq$)连接两个解析式所成的式子,叫做不等式。

【绝对不等式】 如果用任何实数代替不等式中的字母,不等式都能成立,这种不等式叫做绝对不等式。

【条件不等式】 如果只有某些范围内的实数代替不等式中的字母,不等式才能成立,这种不等式叫做条件不等式。

【矛盾不等式】 如果用任何实数代替不等式中的字母,不等式都不成立,这种不等式叫做矛盾不等式。

【不等式的解】 在含有字母的不等式中,能够使不等式成立的字母的取值范围,叫做不等式的解。

【解不等式】 求不等式的解的过程,叫做解不等式。解不等式只在实数范围内进行。

【不等式的解集】 由不等式的解组成的集合叫做不等式的解集。绝对不等式的解集是实数集。条件不等式的解集是实数集的真子集。矛盾不等式的解集是空集。

【同解不等式】 如果两个不等式的解集相等,这两个不等式叫做同解不等式。

【不等式组】 由几个不等式构成的一组不等式,叫做不等式组。

【不等式组的解】 不等式组里的各个不等式解集的交集,叫做不等式组的解。

【一元一次不等式】 只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是一次的不等式,叫做一元一次不等式。它的一般形式是:$ax+b>0$ 或 $ax+b<0(a,b\in \mathrm{R},a\neq 0)$。

【一元二次不等式】 只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是二次的不等式叫做一元二次不等式。它的一般形式是:$ax^2+bx+c>0$ 或 $ax^2+bx+c<0(a,b,c\in \mathrm{R},a\neq 0)$。

【一元高次不等式】 只含有一个未知数,并且未知数的最高次数大于二次的不等式叫做一元高次不等式。

【分式不等式】 分母内含有未知数的不等式,叫做分式不等式。

【无理不等式】根号内含有未知数的不等式，叫做无理不等式。

【指数不等式】在指数中含有未知数的不等式，叫指数不等式。

【对数不等式】在对数的真数或底数中含有未知数的不等式，叫做对数不等式。

【不等式的证明】通过正确、合理的推理论证，证明所给不等式对于其中所含字母的所有允许值都能成立，这一过程叫做不等式的证明。

【n 个正数的算术平均数】如果 a_1、a_2、$\cdots a_n \in R^+$（正实数集），$n>1$，$n\in N$，那么$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$叫做这 n 个正数的算术平均数。

【n 个正数的几何平均数】如果 a_1、a_2、$\cdots a_n \in R^+$（正实数集），$n>1$，$n\in N$，那么 $\sqrt[n]{a_1\cdot a_2\cdots a_n}$叫做这 n 个正数的几何平均数。

3. **数列、极限、数学归纳法。**

【数列】按一定次序排列的一列数，叫做数列。数列中的每一个数都叫做这个数列的项，各项依次叫做这个数列的第 1 项（或首项），第 2 项，…，第 n 项，记为 $a_1,a_2\cdots a_n$。数列记为$\{a_n\}$。

【数列的通项公式】如果数列$\{a_n\}$第 n 项 a_n 与项数 n 之间的函数关系可以用一个公式来表示，这个公式就叫做这个数列的通项公式。

【有穷数列、无穷数列】项数有限的数列叫做有穷数列。项数无限（即数列的任何一项后面还有它的后继项）的数列叫做无穷数列。

【递增数列、递减数列】一个数列，如果从第 2 项起，每一项都大于它的前面一项，即 $a_n<a_n+1(n=1,2,\cdots)$，这种数列叫做递增数列。如果从第 2 项起，每一项都小于它的前面一项，即 $a_n>a_{n+1}(n=1,2,\cdots)$，这种数列叫做递减数列。

【摆动数列】一个数列，如果从第 2 项起，有些项大于它的前面项，有些项小于它的前面项，这种数列叫做摆动数列。

【常数列】一个数列的各项都相等，这种数列叫做常数列。

【有界数列】如果存在一个正数 M，它大于数列$\{a_n\}$的每一项的绝对值，即$|a_n|<M(n=1,2,3\cdots)$，这种数列叫做有界数列。

【无界数列】如果不存在一个正数 M，能使$|a_n|\leqslant M$ 对于一切 $n(n\in N)$成立，即对于任意正数 M，总有一项 a_n，使$|a_n|>M$，这种数列叫做无界

数列。

【等差数列】 如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前面一项的差等于同一个常数，这种数列叫做等差数列。这个常数叫做等差数列的公差，通常用字母 d 表示公差。

【等差中项】 如果 a,b,c 三数顺次成等差数列，那 b 叫做 a 与 c 的等差中项，即：$b=\frac{1}{2}(a+c)$。

【等比数列】 如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项之比等于同一个常数，这种数列叫做等比数列。这个常数叫做等比数列的公比，通常用字母 q 表示。

【等比中项】 如果 a,b,c 三数顺次成等比数列，那么 b 叫做 a 与 c 的等比中项，即：$b=\pm\sqrt{a\cdot c}$。

【无穷递缩等比数列】 公比的绝对值小于 1(即 $|q|<1$)的无穷等比数列，叫做无穷递缩等比数列。

【数列的极限】 如果存在一个常数 A，无论预先指定多么小的正数 ε，都能在无穷数列 $\{a_n\}$ 中找到一项 a_N，使得这一项后面的所有项与 A 的差的绝对值都小于 ε(即当 $n>N$ 时，$|a_n-A|<\varepsilon$ 恒成立)，那么，这个常数 A 叫做无穷数列 $\{a_n\}$ 的极限，记为 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=A$，也可记为 $n\to\infty$ 时，$a_n\to A$。

【无穷等比数列各项的和】 公比 q 满足 $|q|<1$ 的无穷等比数列的前 n 项的和，当 n 无限增大时和的极限，即 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n$，叫做这个无穷等比数列各项的和，记为 S，$S=\frac{a_1}{1-q}$(a_1 是首项)。

【不完全归纳】 研究了某类事物的一部分对象，就概括出该类事物的一般性结论，这种方法叫做不完全归纳法。根据不完全归纳推出的结论，有些是正确的，有些是错误的。

【完全归纳】 研究了某类事物的所有对象，然后概括出这类事物的一般性结论，这种推理方法叫做完全归纳法。完全归纳得出的结论是可靠的。

【数学归纳法】 对于由不完全归纳法得到的某些与自然数有关的数学