

数学手册

(大学生用)

毕志伟 叶鹰 编

高等教育出版社



数 学 手 册

(大 学 生 用)

Shuxue Shouce

毕志伟 叶 鹰 编



内容提要

本手册收集了微积分(即高等数学),线性代数和概率论与数理统计三门大学数学基础课程中的概念、公式、定理。本手册可随身携带使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学手册 / 毕志伟, 叶鹰编. -- 北京: 高等教育出版社, 2014. 12

大学生用

ISBN 978 - 7 - 04 - 040925 - 3

I. ①数… II. ①毕…②叶… III. ①数学-高等学校-手册 IV. ①O1-62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 195177 号

策划编辑 徐可 责任编辑 徐可 封面设计 李小璐 版式设计 童丹
插图绘制 宗小梅 责任校对 刘莉 责任印制 刘思涵

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社址	北京市西城区德外大街4号	网址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印刷	肥城新华印刷有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
开本	850mm×1168mm 1/64		http://www.landaco.com.cn
印张	7.75	版次	2014年12月第1版
字数	190千字	印次	2014年12月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定价	12.80元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 40925-00

序

当今国内高等教育进入鼎盛时期,每年从事数学学习的大学生近千万,对于高质量数学教材与工具书的需求空前旺盛。随着全球高科技新潮流的持续推进与高等教育革新的不断深入,对大学数学教育提出了更高的要求。现代教育越来越趋向个性化与互动化,大学生有愈来愈强的欲望与愈来愈多的机会,从广泛的渠道接受信息,从全球的视野搜求新知识。面对如此日新月异的形势,大学数学教师有更大的责任帮助学生完成从被动学习到主动学习的过渡。《数学手册(大学生用)》正是肩负这一使命的重要工具。本书作者选定这一题目并奋力成书,是非常有眼光、有见地的。

纵观书稿全文,发现该书有一些突出的优点,今将其主要者列举如下。

▲ 选材全面准确,大学数学的三门主干课

序

程,微积分学、线性代数、概率论与数理统计的所有基本内容全部覆盖,毫无遗漏。对各部分内容的安排详略得当,重点突出。

▲ 通篇强调对基本数学思想的理解与对各种数学概念内在联系的阐释。通过对各部分内容的巧妙布局,纵横兼顾,交相穿插,引导学生思考,富有启发性。

▲ 材料安排整体设计颇具匠心,尽管所涉内容庞杂,但各部分井然有序,脉络清晰,前后呼应,查考便利。

▲ 书中既有基本概念의准确表述,又有重要公式的综合整理;既有精选例题的演示,又有画龙点睛的“解读”。细节处尤见作者用心之独到。

▲ 全书表达方式之斟酌、记号之选择、体例之设计,无不考虑周密,充分考虑到了目前流行大学数学教材的普遍趋向与共同要求,既不乏创新,又注意适应当今大学生的特点与他们既定的学习习惯。

由于强劲的社会需求,市场上已有一些同类

II

书。但似乎真正普遍受欢迎者难得一见。比较而言,本书还是有优势的。愿本书出版后经过市场的洗礼,不断修订,成为读者随身携带的实用数学工具书。

胡适耕

2014年7月11日

前言

大学数学课程是理工类、经济学类和农学类本科学生的必修基础课程,其中微积分(即高等数学)、线性代数和概率论与数理统计三门课程作为分析数学、代数学和随机数学的基石,开设范围最为广泛,它也是理工类、经济学类和农学类硕士研究生入学考试数学试卷的规定内容。

与中学数学课程教学活动不同的是,大学数学课程要完成的教学内容较多,但是由于教学课时不多,教师只能完成教学大纲上的基本内容。对知识的消化、深入理解和应用则主要通过认真阅读教材和学习指导书、请教教师和与同学交流等来完成。

在与学生的交流过程中作者发现,学生在学习中遇到的困难和出现的问题在很大程度上绝非问题本身有多难,需要什么高超的技巧,而是由于

学习者对概念的理解不准确,概念和结论的联系不清楚所造成。有些同学甚至不能找到知识点在教材中的位置。而一旦花费些功夫掌握了基础知识点,理清内在联系,学习好这门课程便不是问题。

基于以上考虑,我们收集和整理了微积分、线性代数和概率论与数理统计这三门课程中的概念、公式、定理等知识点。在对知识点进行整理和解释过程中,充分考虑到初学者面临的困难和可能出现的问题。在条目设计和解读的编写过程中充分纳入了编者长期的教学经验积累。

与同类图书对比,本手册具有以下特色:

(1) 为了使概念和公式容易被初学者理解,我们用一些变通的说法或几何图形来解释概念,用简便易懂的例子来示范方法,而不是概念和结论的简单堆积。

(2) 为了提升学习的深度,做到融会贯通,我们以归纳和对比的方式,在一些条目中揭示概念和结论之间的内在关联。例如,矩阵的相似、合

同、等价之差异对比,常见矩阵特征值的计算方法,导函数和原函数保持哪些函数性质不变等。这些经过深层思考的结论和按照不同角度的归纳在一般教科书上通常是不会提及的。

(3) 为了减少在解题方法选择上的困惑,我们在归纳计算公式时特别指出其长处和短板,指明在哪些情形下首选哪种方法。例如重积分计算归纳,线面积分的计算归纳。

本手册以条目为基本单元。手册内容按照课程分为三个部分,每部分按照教材章节编排,但是也允许适当的集中和少量的章节间的跨越,以便强调内在联系。例如多元积分的应用就集中放在线积分的最后一节,而导数与周期函数的关系也出现在函数一章中。

为了方便读者使用,本手册在预备知识中还编排了一些常用的初等数学公式。

本书由华中科技大学数学与统计学院毕志伟和叶鹰等编写。毕志伟负责编写微积分和线性代数部分以及总体设计,叶鹰负责编写概率论与数

前言

理统计部分。刘少平、韩淑霞、廖俊俊和岑利群等老师仔细地阅读了本书初稿,提出了很多宝贵意见,在此表示感谢。

毕志伟 叶 鹰

2014 年 7 月

目 录

预 备 知 识

第一章	初等代数	3
第二章	初等几何	10
第三章	三角函数	13

微积分（高等数学）

第一章	函数、极限、连续	21
1.1	函数	21
1.2	数列的极限	33
1.3	函数的极限	39
1.4	无穷小量与无穷大量	44
1.5	函数的连续性	49
第二章	导数与微分	54
2.1	导数的概念	54
2.2	函数的求导规则与求导公式	62

2.3	高阶导数	66
2.4	微分	69
第三章	导数的应用	74
3.1	微分中值定理	74
3.2	洛必达(L'Hospital)法则	77
3.3	泰勒(Taylor)公式	79
3.4	函数的单调性与凸性	84
3.5	函数的极值	88
第四章	不定积分	90
4.1	不定积分的概念	90
4.2	基本积分法	92
4.3	有理函数的积分	96
第五章	定积分	101
5.1	定积分	101
5.2	反常积分	111
第六章	定积分的应用	115
6.1	定积分的几何应用	115
6.2	定积分的物理应用	120
第七章	常微分方程	126

7.1	微分方程的基本概念	126
7.2	一阶微分方程	128
7.3	二阶微分方程	131
第八章	空间解析几何	140
8.1	三维空间中的矢量	140
8.2	空间解析几何	148
第九章	多元函数微分学	159
9.1	多元函数的概念	159
9.2	多元函数的偏导数与全微分	166
9.3	高阶偏导数	171
9.4	隐函数的微分和偏导数	173
9.5	方向导数	177
9.6	多元微分学的应用	180
第十章	重积分	190
10.1	二重积分	190
10.2	三重积分	196
第十一章	线积分和面积分	207
11.1	场的基本概念	207
11.2	第一型线积分	210

11.3	第二型线积分	214
11.4	第一型面积分	222
11.5	第二型面积分	225
11.6	多元积分的应用	231
第十二章	无穷级数	236
12.1	数项级数敛散性的概念	236
12.2	正项级数	240
12.3	变号级数	242
12.4	幂级数	246
12.5	傅里叶级数	254

线性代数

第一章	行列式	261
第二章	矩阵	274
2.1	矩阵及其运算	274
2.2	矩阵的逆	281
2.3	矩阵的分块	287
2.4	矩阵的初等变换与初等矩阵	291
2.5	矩阵的秩	296

第三章	向量	301
3.1	线性相关·线性无关	301
3.2	向量空间	310
3.3	内积·欧几里得空间	313
第四章	线性方程组	317
第五章	相似矩阵 对角化问题	325
5.1	特征值和特征向量	325
5.2	矩阵的相似对角化	330
第六章	二次型	335
6.1	二次型的标准形	335
6.2	正交变换化二次型为标准形	341
6.3	二次型的正定性	344

概率论与数理统计

第一章	随机事件和概率	351
1.1	随机事件与样本空间	351
1.2	概率的定义、性质及计算	356
1.3	条件概率与独立性	363
第二章	随机变量及其概率分布	370

2.1	随机变量及其分布函数	370
2.2	离散型随机变量	371
2.3	连续型随机变量	376
2.4	随机变量函数的分布	381
第三章	多维随机变量	386
3.1	多维随机变量的联合分布	386
3.2	边缘分布和条件分布	393
3.3	独立性	397
3.4	多维随机变量函数的分布	400
第四章	数字特征	405
4.1	数学期望、方差及其性质	405
4.2	协方差与相关系数	417
4.3	矩和其他数字特征	421
第五章	极限定理	424
5.1	大数定律	424
5.2	中心极限定理	426
第六章	数理统计的基本概念	429
6.1	总体、样本与统计量	429
6.2	抽样分布	434

第七章	参数估计	439
7.1	点估计方法	439
7.2	估计量的评选标准	443
7.3	区间估计	447
第八章	假设检验	453
8.1	基本概念	453
8.2	正态总体均值和方差的假设 检验	458
8.3	χ^2 拟合优度检验	462
第九章	回归分析和方差分析	466
9.1	回归分析	466
9.2	方差分析	474