



学术顾问 汪应洛 周三多  
中国MBA创新精品系列教材

# 管理运筹学

(第二版)

徐选华 主编  
李一智 主审



武汉理工大学出版社

中国 MBA 创新精品系列教材

# 管理运筹学

(第二版)

主 编 徐选华  
副主编 何晓洁 刘智勇 简惠云  
主 审 李一智

武汉理工大学出版社

· 武 汉 ·

## 【内 容 提 要】

本书参照教育部工商管理硕士(MBA)核心课程“数据模型与决策”中的运筹学部分教学大纲要求,结合国内重点高校 MBA 教材流行版本的内容体系和作者多年的教学科研成果与经验编写而成。系统地讲解了在经济管理领域应用最为广泛的线性规划、动态规划、图与网络分析、存储论、排队论、决策论和对策论等。不同的学校可以根据本校的实际情况及学时限制选择其中的主要内容进行教学。本书的特色是在介绍管理运筹学基本原理和应用方法的基础上,运用大量经济管理领域的实例和案例,以问题为导向,着眼于培养学生应用运筹学原理和方法解决实际问题的能力、运用运筹学软件进行经济与管理分析和决策的能力,弱化具体的模型和公式的演算过程,让学生将主要的时间和精力集中在问题分析建模、软件求解、经济管理分析与决策上。本书注重原理及其实际应用,所列例题、习题与案例既具有代表性又紧密结合经济管理实际,同时兼顾相关专业需要,具有一定的深度和广度。每章末有小结,且配备一定数量的习题,便于自学。本书还配套提供 PPT 电子教案、习题答案或解题思路、教学案例库、考试测评系统,其中部分内容为作者长期教学和科研工作的成果。

本书适合作高等院校 MBA、EMBA、MPA、工程硕士学生教材或参考书,经济与管理专业本科生教材,亦可供广大从事实际工作的企业管理人员、工程技术人员和政府部门相关人员自学参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

管理运筹学/徐选华主编. —2 版. —武汉:武汉理工大学出版社,2016. 1

ISBN 978-7-5629-4965-7

中国 MBA 创新精品系列教材

I. 管… II. 徐… III. 管理学:运筹学 IV. ①C931.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 308079 号

项目负责人:尹 杰

责任编辑:尹 杰

责任校对:刘 凯

版式设计:翰之林

出版发行:武汉理工大学出版社(武汉市洪山区珞狮路 122 号 邮编:430070)

<http://www.wutp.com.cn> 理工图书网

印刷者:京山德兴印刷有限公司

经销者:各地新华书店

开本:787×1092 1/16

印张:20

字数:356 千字

版次:2016 年 1 月第 2 版

印次:2016 年 1 月第 2 版第 1 次印刷 总第 2 次印刷

印数:5001~7000 册

定 价:38.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请向出版社发行部调换。

版权所有 盗版必究

## 第二版前言

运筹学是一门定量优化的决策科学,起源于20世纪30年代英国的军事系统模拟实验,当时科学家称之为 Operations Research,其研究的内容是综合协调、统筹规划先进的军事技术和装备等资源,以期发挥最大的效益。在第二次世界大战期间和战后的经济、生产恢复时期,一些由多学科专家组成的运筹团体在军事决策、资源合理利用和提高生产效率等领域都做出了很大的贡献,他们的工作也促使运筹学理论逐步形成一门新兴的边缘学科,并迅速得到普及和发展。20世纪50年代,我国运筹学界在翻译“Operations Research”这一术语时,从《史记·高祖本纪》“夫运筹帷幄之中,决胜于千里之外,吾不如子房”一语中,摘取“运筹”二字作为这门学科的名称,之后为学术界普遍接受。

运筹学应用现代数学、系统科学、计算机科学以及其他科学的最新成果,来研究人类从事各种活动中处理事务的数量化规律,使得有限的人、财、物、时、空、信息等资源得到充分和合理的利用,以期获得尽可能满意的经济和社会效果。其内容相当丰富,包括很多分支科学。就其理论和应用意义来归纳,运筹学具有以下性质和特征:

1. 运筹学是一门以数学为工具,寻求各种决策问题最优方案的学科,所以是一门优化科学,也是一门内容相当广泛且实践性很强的应用数学。正因为如此,在我国早期引进和从事这门学科的先驱者多为数学家,如我国著名数学家华罗庚教授在普及和推广统筹法、优选法方面做出了巨大的贡献,受到国家和人民的推崇和尊敬。

2. 运筹学研究问题从系统的观点出发,研究全局性的规划问题和综合优化的规律。它是一门新兴科学——系统工程学的主要基础理论,促进运筹学与系统工程在我国的普及和应用,最早的宣传和组织工作是由著名科学家钱学森教授倡导和主持的。

3. 运筹学的应用范围不仅仅局限于具体工程技术范畴。更为主要的是:“它的目的是为经济和管理人员在作决策时提供科学的依据,因此它是实现管理现代化的有力工具”(中国运筹学会许国志研究员语)。运筹学从诞生之日起,就以组织管理科学化为己任,其理论和实践已证明它是现代管理科学的重要组成部分。许多高等院校的经济、管理、信息科学等专业都开设了“运筹学”课程。

根据教育部工商管理硕士(MBA)核心课程“数据模型与决策”中运筹学部分的教



学要求,迫切需要一本满足这一要求的专门适用于 MBA 学生教学的运筹学教材,《管理运筹学》正是在这一需求背景下编写的。本书侧重于运筹学在经济和管理领域的应用,重点解决经济与管理领域中的优化和决策问题。

在内容编写方面,本书充分考虑到 MBA、EMBA、MPA、工程硕士以及经济管理专业、企业管理和工程技术人员的需要,注重管理运筹学原理和方法的应用,以及掌握分析、处理和解决经济与管理领域实际决策问题的能力。因此,本书在介绍原理的基础上,通过大量的应用实例和案例,同时阐明其经济意义,从中找到管理的思路和方法。内容叙述力求通俗易懂,便于自学。

学生学习《管理运筹学》应该着重培育以下三个方面的能力:善于运用所学知识,为经济和管理领域各种实际问题建立数学模型;掌握各种模型的优化方法及其软件求解方法;正确理解和应用模型中各种参数软件求解结果的经济和管理意义。

本书第 1、2、3、8 章由中南大学商学院博士生导师徐选华教授编写,第 4 章由中南大学商学院何晓洁副教授编写,第 5 章由中南大学商学院简惠云博士编写,第 6、7 章由中南大学商学院刘智勇博士编写。本书由徐选华教授担任主编,何晓洁、简惠云、刘智勇担任副主编,中南大学商学院博士生导师李一智教授担任主审。中南大学商学院的领导 and 同事对本书的编写工作给予了很多支持和鼓励,在此一并表示感谢。

由于编者水平所限且时间仓促,错误和缺点在所难免,诚恳地请读者批评指正。

编者

2015 年 1 月

# 目 录

---

- 1 线性规划 / 1
  - 1.1 线性规划及其数学模型 / 2
    - 1.1.1 线性规划问题引例 / 2
    - 1.1.2 数学模型的经济含义 / 3
    - 1.1.3 数学模型解的名称 / 4
    - 1.1.4 线性规划数学模型的一般形式 / 5
    - 1.1.5 线性规划问题求解过程 / 5
  - 1.2 线性规划问题的建模 / 6
    - 1.2.1 资源合理利用问题 / 6
    - 1.2.2 运输问题 / 8
    - 1.2.3 合理下料问题 / 9
    - 1.2.4 分派问题 / 11
    - 1.2.5 投资方案选择问题 / 13
    - 1.2.6 选点决策问题 / 14
  - 1.3 线性规划图解法 / 15
    - 1.3.1 求解步骤 / 16
    - 1.3.2 几何意义 / 18
    - 1.3.3 特殊的数学模型 / 18
  - 1.4 线性规划单纯形法 / 20
    - 1.4.1 单纯形法原理 / 20
    - 1.4.2 线性规划数学模型的标准型 / 21
    - 1.4.3 线性规划数学模型的规范型 / 22
    - 1.4.4 最优解寻求步骤 / 23
    - 1.4.5 单纯形表求解 / 26
    - 1.4.6 人造基下的单纯形表求解——大 M 法 / 28
  - 1.5 单纯形的经济信息 / 31
    - 1.5.1 决策变量的最优解 / 31



- 1.5.2 松弛变量的解 / 31
  - 1.5.3 产品的相关价值系数 / 32
  - 1.5.4 资源的影子(潜在)价格 / 32
  - \* 1.6 单纯形的理论分析 / 34
    - 1.6.1 数学模型的标准型 / 34
    - 1.6.2 数学模型的规范型 / 35
    - 1.6.3 确定入基的非基变量 / 36
    - 1.6.4 确定出基的基变量 / 36
    - 1.6.5 确定主元素并进行旋转运算 / 37
  - 1.7 单纯形灵敏度分析 / 37
    - 1.7.1 单纯形表的运算关系 / 38
    - 1.7.2 限制常数  $b$  发生变化对原最优解的影响分析 / 39
    - 1.7.3 价值系数  $c$  发生变化对原最优解的影响分析 / 41
    - 1.7.4 增加新变量对原最优解的影响分析 / 42
  - 1.8 软件求解与经济分析 / 44
    - 1.8.1 线性(整数)规划问题求解 / 44
    - 1.8.2 分派问题求解 / 51
  - 1.9 案例分析:配合饲料厂关于饲料配方的优化研究 / 54
  - 本章小结 / 59
  - 本章英文词汇 / 60
  - 本章习题 / 60
- 2 线性规划专题 / 65**
- 2.1 运输问题与表上作业法 / 66
    - 2.1.1 产销平衡的运输问题 / 66
    - 2.1.2 产销不平衡的运输问题 / 71
  - 2.2 线性多目标规划 / 71
    - 2.2.1 目标规划数学模型 / 72
    - 2.2.2 目标规划多阶段单纯形法 / 75
  - 2.3 软件求解与经济分析 / 78
    - 2.3.1 运输问题求解 / 78
    - 2.3.2 目标规划问题求解 / 80
  - 本章小结 / 85
  - 本章英文词汇 / 85
  - 本章习题 / 85

### 3 动态规划 / 87

#### 3.1 动态规划原理 / 88

##### 3.1.1 多阶段决策问题 / 88

##### 3.1.2 动态规划的基本概念 / 89

##### 3.1.3 R. Bellman 最优化原理 / 91

##### 3.1.4 动态规划问题建模与求解过程 / 92

#### 3.2 最短路线问题 / 92

#### 3.3 资源分配问题 / 95

#### 3.4 背包问题 / 97

#### 3.5 生产与存储问题 / 99

#### 3.6 设备负荷问题 / 102

#### 3.7 软件求解与经济分析 / 103

##### 3.7.1 最短路线问题求解 / 104

##### 3.7.2 背包问题求解 / 105

##### 3.7.3 生产与存储问题求解 / 106

#### 3.8 案例分析:证券公司信息中心工作人员优化配置问题 / 107

本章小结 / 112

本章英文词汇 / 112

本章习题 / 112

### 4 图与网络分析 / 116

#### 4.1 图 / 117

##### 4.1.1 图的定义 / 117

##### 4.1.2 简单图与连通图 / 118

##### 4.1.3 子图与部分图 / 118

##### 4.1.4 同形图 / 119

#### 4.2 树 / 120

##### 4.2.1 树的概念及其性质 / 120

##### 4.2.2 最小部分树 / 121

#### 4.3 最短路径问题 / 123

##### 4.3.1 最短路径问题的特征与优化原理 / 123

##### 4.3.2 最短路径问题求解 / 124

#### 4.4 网络最大流问题 / 126

##### 4.4.1 基本概念 / 126





- 4.4.2 最大流标号算法 / 129
- 4.5 网络计划技术 / 133
  - 4.5.1 项目网络图 / 134
  - 4.5.2 作业工时的确定 / 138
  - 4.5.3 节点时间参数及其计算 / 138
  - 4.5.4 作业时间参数及其计算 / 141
- 4.6 软件求解与经济分析 / 147
  - 4.6.1 最小部分树问题求解 / 147
  - 4.6.2 最短路线问题求解 / 149
  - 4.6.3 网络最大流问题求解 / 152
  - 4.6.4 网络计划问题求解 / 153
- 4.7 案例分析 / 156
  - 4.7.1 最短路径问题案例分析:火车调车场作业调度问题 / 156
  - 4.7.2 网络最大流问题案例分析:电力公司增建输电线路问题 / 157
  - 4.7.3 网络计划技术问题案例分析:新产品生产计划优化问题 / 159
- 本章小结 / 164
- 本章英文词汇 / 164
- 本章习题 / 164
- 5 存储论 / 167**
  - 5.1 库存控制系统 / 168
    - 5.1.1 存储问题的提出 / 168
    - 5.1.2 存储系统 / 168
    - 5.1.3 费用 / 170
    - 5.1.4 存储策略 / 171
  - 5.2 确定型存储模型 / 172
    - 5.2.1 不允许缺货的经济订购批量模型 / 172
    - 5.2.2 允许缺货的经济订购批量模型 / 175
    - 5.2.3 不允许缺货的经济生产批量模型 / 180
    - 5.2.4 允许缺货的经济生产批量模型 / 183
    - 5.2.5 四种存储模型的对比分析 / 187
  - 5.3 确定型存储模型的讨论 / 187
    - 5.3.1 经济批量灵敏度分析 / 187
    - 5.3.2 批量折扣分析 / 189
  - 5.4 单周期随机存储模型 / 191

- 5.4.1 需求为离散随机变量情况下的模型 / 191
- 5.4.2 需求量为连续型的随机存储模型 / 196
- 5.5 多周期随机存储模型 / 199
- 5.6 软件求解与经济分析 / 200
  - 5.6.1 确定型需求模型 / 201
  - 5.6.2 单周期离散型随机需求模型 / 203
  - 5.6.3 单周期连续型随机需求模型 / 204
- 5.7 案例分析 / 205
  - 5.7.1 泳装生产 / 205
  - 5.7.2 相机生产 / 209
- 本章小结 / 214
- 本章英文词汇 / 214
- 本章习题 / 215

## 6 排队论 / 218

- 6.1 排队系统结构 / 219
  - 6.1.1 排队系统的特征 / 219
  - 6.1.2 排队系统的组成 / 220
  - 6.1.3 排队系统中的符号表示 / 223
  - 6.1.4 排队系统研究的问题 / 224
  - 6.1.5 排队模型的求解 / 225
- 6.2  $M/M/1/\infty/\infty/FCFS$  单服务台排队模型 / 225
  - 6.2.1 系统稳态概率  $P_n$  的计算 / 226
  - 6.2.2 系统运行指标 / 226
- 6.3  $M/M/1/N/\infty/FCFS$  单服务台排队模型 / 228
  - 6.3.1 系统稳态概率  $P_n$  的计算 / 228
  - 6.3.2 系统运行指标 / 229
- 6.4  $M/M/1/\infty/m / FCFS$  单服务台排队模型 / 230
  - 6.4.1 系统稳态概率  $P_n$  的计算 / 231
  - 6.4.2 排队系统运行指标 / 231
- 6.5  $M/M/c/\infty/\infty/FCFS$  多服务台排队模型 / 232
  - 6.5.1 系统稳态概率  $P_n$  的计算 / 233
  - 6.5.2 系统运行指标 / 234
- 6.6 软件求解与经济分析 / 235
- 6.7 案例分析:上海维达公司的设备维修问题 / 244



- 6.7.1 问题的提出 / 244
- 6.7.2 问题的解决方法 / 246
- 本章小结 / 247
- 本章英文词汇 / 248
- 本章习题 / 248
  
- 7 决策论 / 250
  - 7.1 决策论概述 / 251
    - 7.1.1 决策的三要素 / 251
    - 7.1.2 决策的分类 / 251
  - 7.2 不确定型决策 / 252
    - 7.2.1 悲观主义决策准则 / 253
    - 7.2.2 乐观主义决策准则 / 254
    - 7.2.3 折中决策准则 / 254
    - 7.2.4 等可能性决策准则 / 255
    - 7.2.5 最小机会损失决策准则 / 256
  - 7.3 风险型决策 / 256
    - 7.3.1 期望值准则 / 257
    - 7.3.2 最大可能准则 / 258
    - 7.3.3 主观概率方法 / 258
    - 7.3.4 贝叶斯决策方法 / 259
  - 7.4 效用理论在决策中的应用 / 260
    - 7.4.1 效用的概念 / 260
    - 7.4.2 效用曲线的确定 / 260
    - 7.4.3 效用曲线的类型 / 262
    - 7.4.4 效用理论的应用 / 263
  - 7.5 软件求解与经济分析 / 264
  - 7.6 案例分析:某工业企业设备技术方案的决策 / 270
    - 7.6.1 问题的提出 / 270
    - 7.6.2 期望值计算和方案选择 / 271
  - 本章小结 / 273
  - 本章英文词汇 / 275
  - 本章习题 / 275

8	对策论 / 278
8.1	基本概念 / 278
8.1.1	竞争现象 / 278
8.1.2	对策的三要素 / 280
8.2	有鞍点二人有限零和对策 / 282
8.2.1	建立模型 / 282
8.2.2	求解模型 / 283
8.3	无鞍点二人有限零和对策 / 286
8.3.1	建模 / 287
8.3.2	最优混合策略的求解方法 / 291
	本章小结 / 300
	本章英文词汇 / 300
	本章习题 / 301
	参考文献 / 304

# 线性规划

# 1

20 世纪 30 年代末,前苏联数学家康特罗维奇在研究交通运输和机械加工等部门的生产管理问题后,于 1939 年写了《生产组织与计划中的数学方法》一书的初稿,为线性规划建立数学模型及解法奠定了基础;与此同时,美国的库普曼研究了最优化运输方案的选择方法,建立了线性规划数学模型,并取得了重大进展。他们二人后来成为诺贝尔经济学奖的获得者。到了 20 世纪 40 年代,线性规划得到进一步应用和发展,在工业、农业的生产管理,交通运输的指挥,资源开发,商业和银行等领域得到广泛应用,对提高企业的经济效益有显著成效。自 1947 年美国数学家丹捷格(G. B. Dantzig)提出了一般线性规划问题求解方法——单纯形法之后,线性规划在理论上趋向成熟,其实用性日益广泛与深入,特别是在电子计算机有能力处理成千上万个约束条件和决策变量的线性规划问题之后,线性规划的适用领域更为广泛了,从解决技术问题的最优化设计,到工业、农业、商业、交通运输业、军事、经济计划和管理决策等领域都可以发挥作用,它已是现代管理科学的重要基础理论。

线性规划(Linear Programming, L. P.)是运筹学的基础部分,是目前应用最广泛的一种系统优化方法,广泛应用于工农业生产和经济管理等领域,其核心思想是以最少的资源消耗取得最大的经济效果,即研究在一定的人、财、物等资源条件下,取得最大的经济效益。例如,某企业生产两种产品,需要消耗三种资源,根据资源供应商知三种资源的限量,根据生产工艺知产品单耗(单位产品的资源消耗量),根据财务部和市场部的调研与预测知两种产品的单位利润,现要制订两种产品的最优生产计划,使得企业能够获得的利润最大。这就是一个比较典型的线性规划问题案例,通过建立该问题的线性规划数学模型,对该模型进行优化求解并获得最优解,再根据该最优解即可获得最优生产计划。



## 1.1 线性规划及其数学模型

在生产管理和经营活动中经常提出一类问题,即如何合理有效地利用有限的人、财、物等资源,以得到最优的经济效果。下面我们来讨论一个经典的线性规划问题引例。

### 1.1.1 线性规划问题引例

**【例 1-1】** 某公司生产甲、乙两种产品,均需在 A、B、C 三种不同的设备上加工,产品加工所需工时单耗、产品销售后能获得的利润及设备可用工时数见表 1-1。问:如何安排生产计划,才能使该公司获得的总利润最大?

表 1-1 产品生产基础数据表

产 品	单耗(小时/千克)	设备			利润 (元/千克)
		A	B	C	
甲		3	5	9	70
乙		9	5	3	30
	限制工时(小时)	540	450	720	

**【解】** 这是一个典型的线性规划问题,下面建立该问题的线性规划数学模型。

(1) 设甲、乙两种产品的产量分别为  $x_1$ 、 $x_2$  (千克)——决策变量,简称变量

(2) 设总利润为  $Z$ ,则

$$\text{Max } Z = 70x_1 + 30x_2 \quad \text{——目标函数}$$

(3) 设备可用工时数限制

——约束条件

$$3x_1 + 9x_2 \leq 540 \quad \text{A 设备可用工时约束}$$

$$5x_1 + 5x_2 \leq 450 \quad \text{B 设备可用工时约束}$$

$$9x_1 + 3x_2 \leq 720 \quad \text{C 设备可用工时约束}$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad \text{非负约束}$$

因此原问题的数学模型为(其中 s. t. 是 subject to 的简写,意为约束条件):

$$\text{Max } Z = 70x_1 + 30x_2 \quad \text{①}$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} 3x_1 + 9x_2 \leq 540 & \textcircled{2} \\ 5x_1 + 5x_2 \leq 450 & \textcircled{3} \\ 9x_1 + 3x_2 \leq 720 & \textcircled{4} \\ x_1, x_2 \geq 0 & \textcircled{5} \end{cases} \quad (1-1)$$

这就是线性规划问题引例的数学模型,数学模型是对一个实际决策问题以适当的数学公式来表达。

### 1.1.2 数学模型的经济含义

我们把一个实际问题表达成 L. P. 数学模型时,一定要注意和理解数学模型中的经济含义。

#### (1) 数学模型的三要素

① 有一组待确定的决策变量。如例 1-1 中  $(x_1, x_2)$  为一个具体的行动方案。

一般来说,构成线性规划的问题都有很多具体方案可供选择,但是最优的方案往往只有一个,要从很多的可行方案中去求得这个最优方案,使得资源得到充分利用,避免因任意选取其他方案而造成资源的浪费,这样就能够达到最优的经济效果。

② 有一个明确的目标要求(Max 或 Min)。如例 1-1 中要求利润 Z 最大。

显然,任取一种计划产量  $x_1$  和  $x_2$  的可行方案(即满足全部约束条件),都会得到一定数量的利润,但不一定是最大的,因此目标要求与待定的决策变量的取值紧密相关,也就是说目标值是决策变量的函数,称为目标函数。另外目标要求依具体问题的性质不同而不同,如例 1-1 中求总利润,因此越大越好,用符号 Max 表示;有的情况下可能是计算费用或时间,因此越小越好,用符号 Min 表示。

人们常把线性规划研究的问题归纳为两类:第一类是某项任务确定后,如何统筹安排,尽量以最少的资源去完成这项任务;第二类是现有一定数量的资源,合理安排和使用它们,使完成的任务最多,创造的财富最大。实际上这两类问题是同一个问题的两个方面或两种提法,本质都是寻求整个问题的某项整体指标的最优解。

③ 存在一组约束条件。如例 1-1 中 A、B、C 三种设备可用工时的约束。

它们都是用决策变量的线性方程来表示的,约束条件反映规划的客观限制,在产品生产过程中,资源往往是有限的,约束条件确定规划的实现范



围,即确定了所求变量的变化域。

(2) 数学模型中系数的含义

① 目标函数中决策变量的系数  $c_j$ ,称为价值系数。

如例 1-1 中的 70、30 就是价值系数,表示单位产品提供的利润(元/千克),在具体问题中有明确的经济含义和计量单位。

② 约束条件左边决策变量前的系数  $a_{ij}$ ,称为约束条件系数。

约束条件系数在具体问题中也有明确的经济含义和计量单位,如例 1-1 中的 3、5、9 和 9、5、3 为单耗,表示单位产品的设备工时消耗量(小时/千克)。

③ 约束条件右边常数  $b_i$ ,称为限制常数。

如例 1-1 中的 540、450、720 就是限制常数,表示设备 A、B、C 现有最大的可用工时,在具体问题中也有明确的经济含义和计量单位。

### 1.1.3 数学模型解的名称

在线性规划数学模型(1-1)中,一般我们能够找到决策变量的很多个解,即有很多个决策方案,将所有约束条件用图形绘出,如图 1-1 所示。以下定义了 L. P. 数学模型几种解的名称。

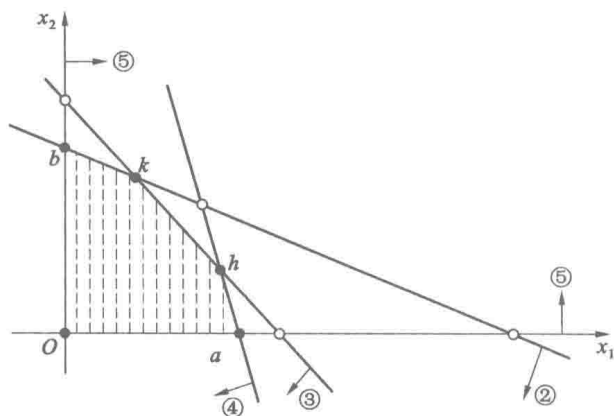


图 1-1 数学模型的可行解域

(1) 可行解:凡满足所有约束条件②、③、④、⑤的所有解称为可行解,它们对应可行方案。所有可行解的集合构成可行解域,即图 1-1 阴影部分。可行解域中的任何一点称为可行点,对应一个可行方案,这个点的坐标  $(x_1, x_2)$  构成的列向量,称为可行解向量。

(2) 最优解:凡使得目标函数  $Z$  值达到最优(最大或最小)的可行解称为最优解。最优解在一般情况下是唯一存在的,但在一些特殊的 L. P. 数



学模型中,可能有无穷多个最优解或者不存在最优解的情况。

(3) 基本解:所有约束条件直线的交点对应的解称为基本解,如图 1-1 中所有实心点和空心点对应的解。

(4) 基本可行解:位于可行解域边界上的约束条件直线交点对应的解,即图 1-1 所有实心点对应的解。它满足两个条件:一是基本解,即约束条件直线交点对应的解;二是可行解,即满足所有的约束条件的解,在可行解域内。

### 1.1.4 线性规划数学模型的一般形式

综上所述,线性规划数学模型从结构上看包括决策变量、目标函数、约束条件三个部分,完整的表达式为:

$$\begin{aligned} & \text{Max (Min) } Z = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \cdots + c_n \cdot x_n \\ & \text{s. t. } \begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \cdots + a_{1n} \cdot x_n \leq (\geq, =) b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \cdots + a_{2n} \cdot x_n \leq (\geq, =) b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \cdots + a_{mn} \cdot x_n \leq (\geq, =) b_m \\ x_j \geq 0, j = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (1-2)$$

如果式(1-2)中的方程(包括目标函数和约束条件)均是线性方程,则式(1-2)称为线性规划数学模型;如果式(1-2)中的方程出现非线性方程,则式(1-2)称为非线性规划数学模型。

### 1.1.5 线性规划问题求解过程

利用线性规划求解实际问题可归结为以下三个步骤:

第一步:将实际问题转化为数学模型(数学公式),这一步叫建模。

第二步:求解数学模型的最优解,有以下两种方法。

方法(1):图解法,适合于两个变量的 L. P. 数学模型。

方法(2):单纯形法,适合于任意个变量的 L. P. 数学模型。

第三步:将数学模型的最优解转化为原问题的最优方案。