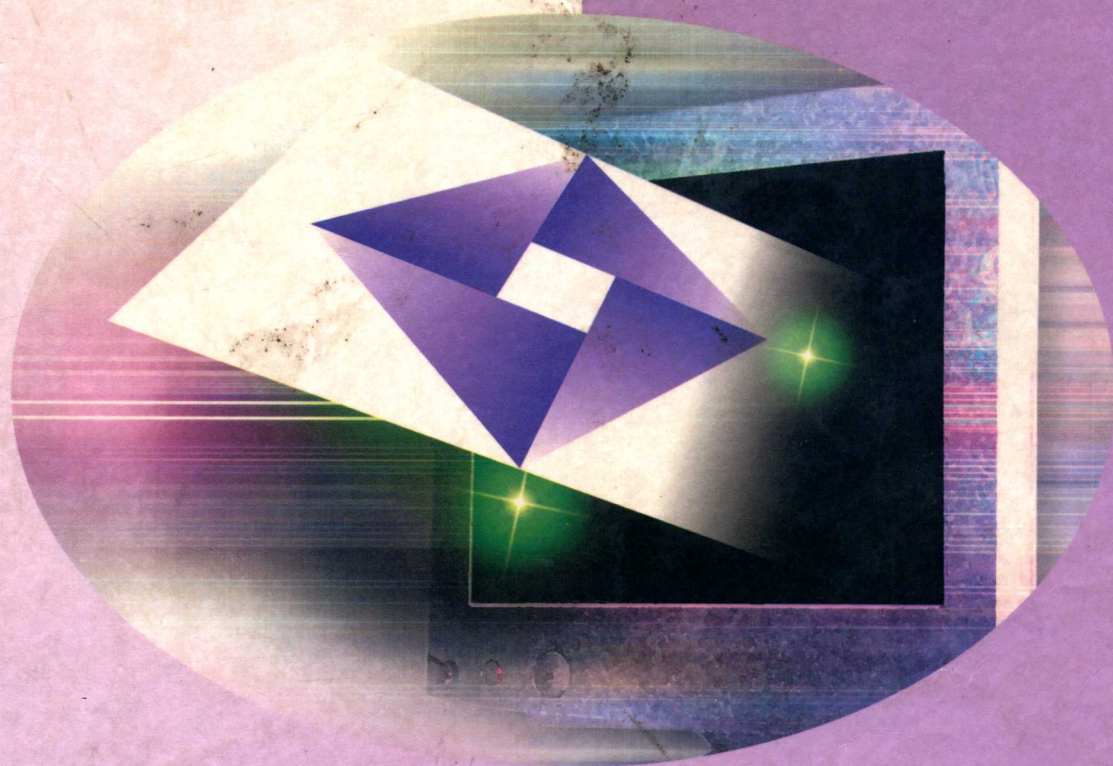




义务教育课程标准实验教科书

数学 九年级 下册

教师教学用书

课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心

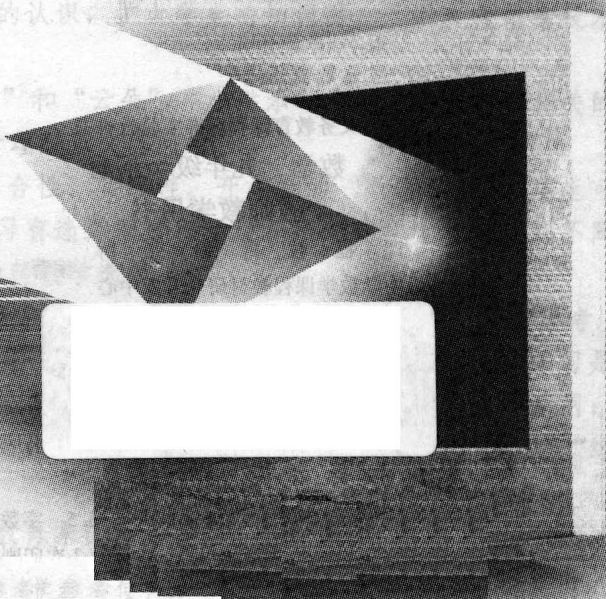
人民教育出版社

义务教育课程标准实验教科书

数学 九年级 下册

教师教学用书

课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心



人民教育出版社

主 编：林 群

副 主 编：田载今 薛 彬

本册主编：李海东

主要编者：薛 彬 李海东 左怀玲 田载今 吴晓燕 葛晓红 刘世鹏

李家智 王玉起 刘金凤 吴春霞 翟 刚 陈 俊 童建光

责任编辑：左怀玲

中学数学课程教材研究开发中心

义务教育课程标准实验教科书

数学 九年级 下册

教师教学用书

课 程 教 材 研 究 所 编 著
中学数学课程教材研究开发中心

*

人民教育出版社出版发行

网址：<http://www.pep.com.cn>

人民教育出版社印刷厂印装 全国新华书店经销

*

开本：787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张：15.5 字数：330 000

2006 年 7 月第 1 版 2007 年 10 月第 2 次印刷

ISBN 978 - 7 - 107 - 19889 - 2 定价：19.40 元
G · 12939 (课)

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与本社出版科联系调换。

(联系地址：北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编：100081)

说明

人教版义务教育课程标准实验教材数学(七~九年级),是以教科书为基础的系列化教材,包括基本教材和配套教学资源。基本教材是教科书和教师教学用书;配套教学资源包括同步解析与测评、自读课本、素质教育新学案、教学设计与案例、教学投影片等。

人教版《义务教育课程标准实验教科书·数学(七~九年级)》是根据教育部制订的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》编写的,全套书分为六册,每学期一册,内容包括“数与代数”“空间与图形”“统计与概率”“实践与综合应用”四个领域,在体系结构的设计上力求反映这些内容之间的联系与综合,使它们成为一个有机的整体,其中对于“实践与综合应用”领域的内容,以“课题学习”和“数学活动”等形式分散地编排于各章之中。

本套教科书在体例安排上有如下特点:

1. 每章开始均配有反映本章主要内容的章前图和引言,可供学生预习用,也可作为教师导入新课的材料。

2. 正文中设置了“观察”“思考”“探究”“讨论”“归纳”等栏目,栏目中以问题、留白或填空等形式为学生提供思维发展、合作交流的空间。

3. 适当安排了“观察与猜想”“实验与探究”“阅读与思考”“信息技术应用”等选学栏目,为加深对相关内容的认识,扩大学生的知识面,运用现代信息技术手段学习等提供资源。

4. 正文的边空设有“小贴士”和“云朵”,“小贴士”介绍与正文内容相关的背景知识,“云朵”中是一些有助于理解正文的问题。

5. 每章安排了几个有一定综合性、实践性、开放性的“数学活动”,学生可以结合相关知识的学习或全章的复习有选择地进行活动,不同的学生可以达到不同层次的结果;“数学活动”也可供教师教学选用。

6. 每章安排了“小结”,包括本章的知识结构图和对本章内容的回顾与思考。

7. 本书的习题分为练习、习题、复习题三类。练习供课上使用,有些练习是对所学内容的巩固,有些练习是相关内容的延伸;习题供课内或课外作业时选用;复习题供复习全章时选用。其中习题、复习题按照习题的功能分为“复习巩固”“综合应用”“拓广探索”三类。

这套教师教学用书与《义务教育课程标准实验教科书·数学(七~九年级)》相对应,供教师教学参考使用。全套书分为六册,每册书按章编排,每章内容与相应教科书内容对应。教师教学用书的每一章主要包括以下六部分:

第一部分是总体设计,包括本章的课程学习目标、知识结构框图、内容安排、课时安排、学法教法建议等内容。

第二部分印有教科书的相应章节正文,正文旁印有教科书正文的注释及教科书中练习的答案和说明,正文下部按小节分条阐述各小节编写意图、学生学习过程中

可能出现的困难和问题、教学建议等。

第三部分是本章习题的参考答案。

第四部分提供了几个教学案例，供教师教学时参考。每一个教学案例是一个课时的课堂教学设计，内容包括教学任务分析、教学流程安排、教学过程设计、教学设计说明等几方面。

第五部分是拓展资源。根据每章的教学内容，为教师提供相应的拓展资料，包括知识内容的拓广延伸和相关史料、拓展性问题、数学活动等。

第六部分是评价建议和测试题。评价建议从知识技能、数学能力、情感态度等几方面为教师提出本章评价建议，并提供了一套测试题供参考，说明了每道测试题的设计意图、评分标准等。

本书是九年级下册的教师教学用书，内容包括“二次函数”“相似”“锐角三角函数”“投影与视图”四章，各章授课时间大致分配如下（仅供参考）：

第二十六章 二次函数 12 课时

第二十七章 相似 13 课时

第二十八章 锐角三角形函数 12 课时

第二十九章 投影与视图 11 课时

除已列出的主要编写者外，参加本册教师教学用书编写、讨论的还有杨革华，韩颖，张玉梅，杨辉，黄婉华，董嵩，曹凤梅，袁芝馨，陈海文，范少卫，赵升初，田琪琨，张雁，任燕辉。

本书在编写过程中征求了全国各地部分教师和教研人员的意见，在此表示衷心感谢。

课程教材研究所

中学数学课程教材研究开发中心

2006年7月

反比例函数

目 录

第二十六章 二次函数	1
I 总体设计	1
II 教材分析	4
26.1 二次函数	6
26.2 用函数观点看一元二次方程	22
26.3 实际问题与二次函数	27
数学活动	32
小结	33
复习题 26	34
III 习题解答	36
IV 教学设计参考案例	38
26.1 二次函数 (第 1 课时)	38
26.1 二次函数 (第 6 课时)	41
V 拓展资源	45
VI 评价建议与测试题	49
第二十七章 相似	53
I 总体设计	53
II 教材分析	58
27.1 图形的相似	60
27.2 相似三角形	66
27.3 位似	84
数学活动	92
小结	94
复习题 27	95
III 习题解答	98
IV 教学设计参考案例	100
27.2 相似三角形 (第 2 课时)	100
27.2.3 相似三角形的周长与面积	105
27.3 位似 (第 1 课时)	109
V 拓展资源	113
VI 评价建议与测试题	120

第二十八章 锐角三角函数	125
I 总体设计	125
II 教材分析	130
28.1 锐角三角函数	132
28.2 解直角三角形	144
数学活动	154
小结	156
复习题 28	157
III 习题解答	160
IV 教学设计参考案例	162
28.1 锐角三角函数 (第 1 课时)	162
28.2 解直角三角形 (第 1 课时)	166
V 拓展资源	168
VI 评价建议与测试题	174
第二十九章 投影与视图	178
I 总体设计	178
II 教材分析	182
29.1 投影	184
29.2 三视图	193
29.3 课题学习 制作立体模型	205
数学活动	207
小结	209
复习题 29	210
III 习题解答	213
IV 教学设计参考案例	216
29.1 投影 (第 1 课时)	216
29.2 三视图 (第 1 课时)	220
29.2 三视图 (第 2 课时)	224
V 拓展资源	229
VI 评价建议与测试题	236

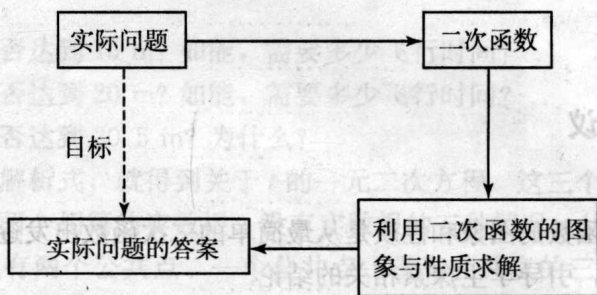
第二十六章 二次函数

I 总体设计

一、课程学习目标

1. 通过对实际问题情境的分析确定二次函数的表达式，并体会二次函数的意义。
2. 会用描点法画出二次函数的图象，能从图象上认识二次函数的性质。
3. 会根据公式确定图象的顶点和对称轴（公式不要求记忆和推导），并能解决简单的实际问题。
4. 会利用二次函数的图象求一元二次方程的近似解。

二、本章知识结构框图



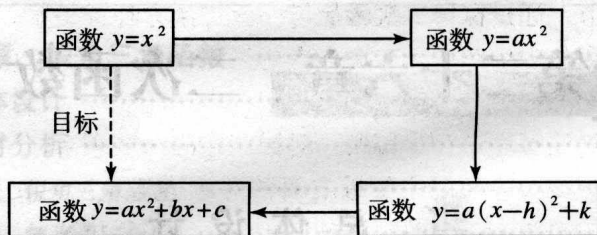
三、内容安排

本章共分三节。首先介绍二次函数及其图象，并从图象得出二次函数的有关性质。然后探讨二次函数与一元二次方程的联系。最后通过设置探究栏目展现二次函数的应用。

在第一节中，首先从实例中引出二次函数，进而给出二次函数的定义。关于二次函数的图象和性质的讨论分为以下几部分。

- (1) 从最简单的二次函数 $y=x^2$ 出发，通过描点画出它的图象，从而引出抛物线的有关概念。
- (2) 讲述二次函数 $y=ax^2$ 的图象的画法，并归纳出这类抛物线的特征。
- (3) 讨论形如 $y=ax^2+k$ 和 $y=a(x-h)^2$ 的函数的图象，然后讨论形如 $y=a(x-h)^2+k$ 的函数的图象。
- (4) 讨论函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象。

上述讨论过程如下页图所示：



在第二节中，首先通过小球飞行高度问题展示二次函数与一元二次方程的联系，然后进一步举例说明，从而得出二次函数与一元二次方程的关系，最后通过例题介绍用二次函数的图象求一元二次方程的根的方法。

在第三节中，通过最大利润、磁盘存储量、水位变化等三个探究问题，展示二次函数与实际的联系，并运用二次函数的图象和性质加以解决，提高学生运用数学知识解决实际问题的能力。

四、课时安排

本章教学时间约需 12 课时，具体分配如下（仅供参考）：

26.1 二次函数	6 课时
26.2 用函数观点看一元二次方程	1 课时
26.3 实际问题与二次函数	3 课时
数学活动	
小结	2 课时

五、学法教法建议

1. 注重探索结论

在本章中，一般二次函数的图象和性质是从最简单的二次函数出发逐步深入地探讨的，应通过观察、思考、讨论等栏目，引导学生探索相关的结论。

例如，让学生观察函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ ， $y=2x^2$ 的图象与函数 $y=x^2$ 的图象的共同点与不同点，探究函数 $y=-x^2$ ， $y=-\frac{1}{2}x^2$ ， $y=-2x^2$ 的图象的共同点与不同点，从而得出抛物线 $y=ax^2$ 的特征。

又如，让学生讨论抛物线 $y=x^2+1$ ， $y=x^2-1$ 与抛物线 $y=x^2$ 的关系，探究二次函数 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$ ， $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$ 的图象的开口方向、对称轴和顶点，讨论抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$ ， $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2$ 与抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 的关系，从而得出把抛物线 $y=ax^2$ 向上（下）向左（右）平移，可以得到抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 的结论。

再如，让学生思考二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的关系，从而通过配方法加以转化。

这样循序渐进的安排，力图使学生不仅学到二次函数的有关知识，而且在知识的学习过程中不断提高学习的能力。

2. 注重知识之间的联系

学生在“一次函数”一章已经了解了一次函数与一元一次方程、一元一次不等式、二元一次方

程组的联系. 本章专设一节, 通过探讨二次函数与一元二次方程的关系, 再次展示函数与方程的联系. 这样安排一方面可以深化学生对一元二次方程的认识, 另一方面又可以运用一元二次方程解决二次函数的有关问题.

此外, 还要在以下各处注意联系已学知识. 例如, 在第一节开头, 用函数的概念对正方体表面积、多边形对角线数、产量增长等问题中变量之间的关系进行说明. 又如, 用关于 y 轴对称的点的坐标的关系说明 y 轴是抛物线 $y=x^2$ 的对称轴. 再如, 用平移描述函数 $y=ax^2$ 与函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象之间的关系. 这样处理有利于学生认识新内容, 也使已学内容得到复习巩固.

3. 注重联系实际

二次函数与实际生活联系紧密. 本章引言选取正方体表面积、物体自由下落、喷水等问题展示这种联系. 在介绍二次函数的图象和性质时也穿插安排了一些实际问题. 例如, 在函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的讨论之后, 安排了一个修建喷水池时确定水管长度的问题. 又如, 在函数 $y=ax^2+bx+c$ 的讨论之后, 让学生探究用总长一定的篱笆围成最大矩形场地的问题. 这样做进一步加强了二次函数与实际生活的联系, 使所学知识得到应用.

二次函数与一元二次方程的关系可以通过小球飞行这样的实际问题加以体会. 在这个问题中, 以 40 m/s 的速度将小球沿与地面成 30° 角的方向击出时, 球的飞行路线将是一条抛物线. 如果不考虑空气阻力, 球的飞行高度 $h(\text{m})$ 与飞行时间 $t(\text{s})$ 之间具有关系

$$h=20t-5t^2.$$

让学生考虑以下问题:

- (1) 球的飞行高度能否达到 15 m ? 如能, 需要多少飞行时间?
- (2) 球的飞行高度能否达到 20 m ? 如能, 需要多少飞行时间?
- (3) 球的飞行高度能否达到 20.5 m ? 为什么?

将问题中 h 的值代入函数解析式, 就得到关于 t 的一元二次方程. 这三个问题对应了一元二次方程有两个不等的实数根、有两个相等的实数根、没有实数根的三种情况; 从图象上看, 则对应了直线 $y=h(h\geq 0)$ 与上述抛物线有两个公共点、一个公共点、没有公共点的三种情况. 这样学生结合问题的实际意义就能对二次函数与一元二次方程的关系有很好的体会.

为了加强二次函数与实际生活的联系, 本章在第三节进一步讨论用二次函数解决实际问题. 其中的关键是帮助学生将实际问题转化为数学问题. 此外, 本章中的选学栏目“实验与探究 推测植物的生长与温度的关系”也是从实际问题出发, 探讨二次函数的应用的. 有兴趣的学生可以分析解决其中的问题.

4. 注意复习相关内容

二次函数的学习是以已学函数内容为基础的. 从八年级上册“一次函数”、八年级下册“反比例函数”的学习到九年级下册“二次函数”的学习, 中间相隔了一段时间. 函数的概念, 描点法画函数的图象等在本章中都要用到. 因此, 要注意复习已学函数内容, 帮助学生学好二次函数.

二次函数 $y=x^2$ 的图象关于 y 轴对称, 函数 $y=ax^2$ 的图象与函数 $y=-ax^2$ 的图象关于 x 轴对称, 函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象可以由函数 $y=ax^2$ 的图象平移得到, 这些内容都涉及到已学的图形变换的内容. 复习对称的坐标表示等内容, 有助于学生学习本章中的上述内容.

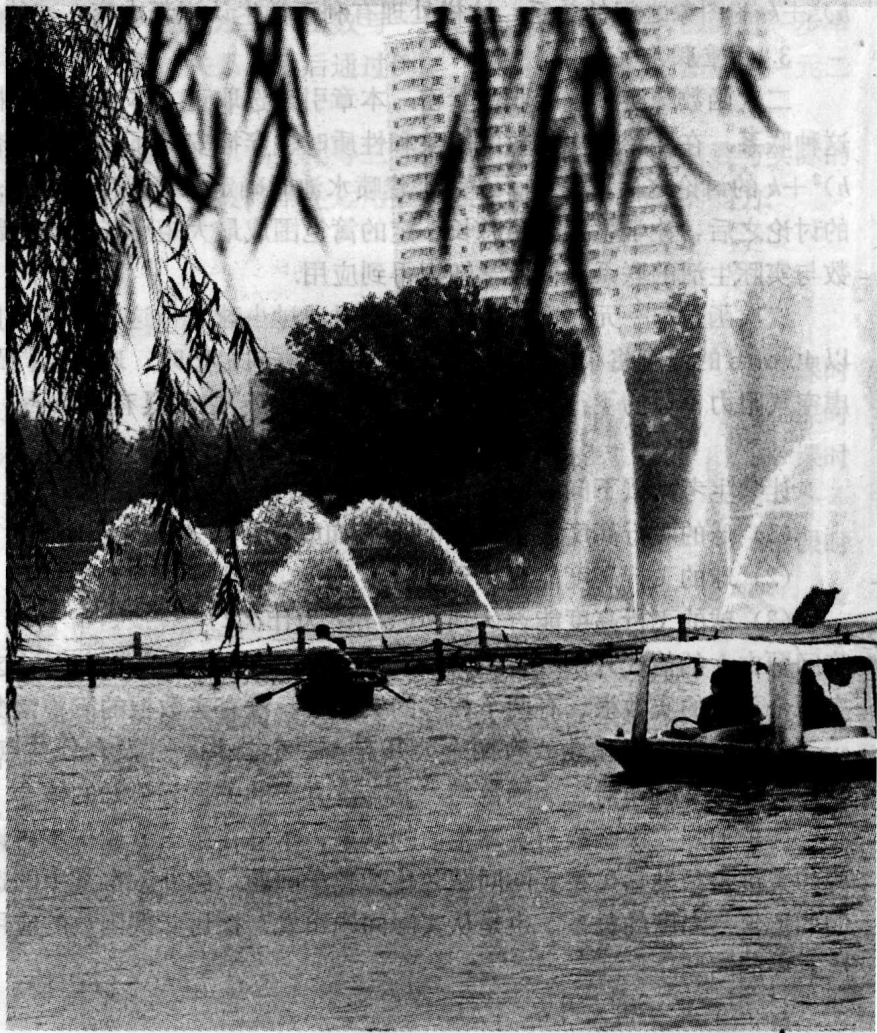
讨论函数 $y=ax^2+bx+c$, 关键是用配方法把它化为函数 $y=a(x-h)^2+k$. 配方法曾用来解一元二次方程, 学生已经有所了解. 在本章相关内容的学习中, 学生通过运用配方法, 进一步熟悉这种方法.

总之, 在本章的学习过程中, 注意复习相关内容, 是顺利完成本章学习的基础.

II 教材分析

[1] 还可以通过投篮球或掷铅球的例子, 让学生对抛物线这种新学的曲线加以体会.

第二十六章 二次函数^[1]



1. 学生已经学习了一次函数与反比例函数, 对于函数已经有所认识. 从一次函数与反比例函数的学习来看, 学习一种函数大致包括以下内容:

- (1) 通过具体实例认识这种函数;
- (2) 探索这种函数的图象和性质;
- (3) 利用这种函数解决实际问题;
- (4) 探索这种函数与相应方程等的关系.

本章“二次函数”的学习也是从以上几个方

面展开的. 首先让学生认识二次函数, 掌握二次函数的图象和性质, 然后让学生探索二次函数与一元二次方程的关系, 从而得出用二次函数的图象求一元二次方程的根的方法, 最后让学生运用二次函数的图象和性质解决一些简单的实际问题.

2. 数形结合是本章内容的一大特点. 常常可以利用“形”的直观发现“数”的规律. 例如, 当 $a > 0$ 时, 二次函数的图象有最低点, 由此

26

- 26.1 二次函数
- 26.2 用函数观点看一元二次方程
- 26.3 实际问题与二次函数

我们知道，函数是描述变化的一种数学工具，用一次函数与反比例函数可以表示某些问题中变量之间的关系，并解决一些实际问题。我们再看另一些问题中变量之间的关系。

如果改变正方体的棱长 x ，那么正方体的表面积 y 会随之改变， y 与 x 之间有什么关系？^[1]

物体自由下落过程中，下落的距离 s 随下落时间 t 的变化而变化， s 与 t 之间有什么关系？^[2]

再看章前图，从喷头飞出的水珠，在空中走过一条曲线，在这条曲线的各个位置上，水珠的竖直高度 h 与它距离喷头的水平距离 x 之间有什么关系？^[3]

上面问题中变量之间的关系可以用哪一种函数来表示？这种函数有哪些性质？它的图象是什么样的？它与以前学习的函数、方程等有哪些联系？

通过学习本章，你不仅能回答上述问题，并且能体会如何用这种函数分析和解决某些实际问题，从而进一步提高对函数的认识和运用能力。

$$[1] y=6x^2.$$

$$[2] h=\frac{1}{2}gt^2, \text{ 其中重}$$

力加速度 g 是一个常数.

[3] h 可以用 x 的二次式表示.



说明函数有最小值；当 $a<0$ 时，二次函数的图象有最高点，由此说明函数有最大值。在本章中，应注意运用这种方法。

3. 二次函数的图象与 x 轴的交点的横坐标就是相应的一元二次方程的根。二次函数的图象与 x 轴没有交点则表明相应的一元二次方程没有实数根。这些内容将在本章第二节中讨论，从而使学生会再一次体会方程与函数的联系。

4. 运用二次函数解决实际问题本章第三

节的内容。学习这部分内容可以加强与实际的联系，复习巩固二次函数的图象与性质等内容。

[1] 依次填: $n, n-3$.

26.1 二次函数

我们看引言中正方体的表面积的问题.

正方体的六个面是全等的正方形 (图 26.1-1), 设正方体的棱长为 x , 表面积为 y , 显然对于 x 的每一个值, y 都有一个对应值, 即 y 是 x 的函数, 它们的具体关系可以表示为

$$y=6x^2.$$

①

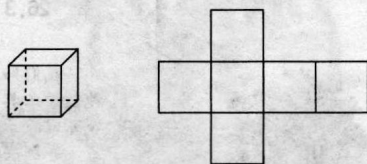


图 26.1-1

我们再来看几个问题.

问题 1 多边形的对角线数 d 与边数 n 有什么关系?

由图 26.1-2 可以想出, 如果多边形有 n 条边, 那么它有 个顶点. 从一个顶点出发, 连接与这点不相邻的各顶点, 可以作 条对角线.^[1]

因为像线段 MN 与 NM 那样, 连接相同两顶点的对角线是同一条对角线, 所以多边形的对角线总数

$$d=\frac{1}{2}n(n-3),$$

即

$$d=\frac{1}{2}n^2-\frac{3}{2}n.$$

②

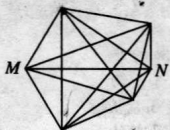


图 26.1-2

1. 本节的主要内容是二次函数的概念、图象和性质. 通过本节的学习, 应使学生理解二次函数的概念, 掌握二次函数的图象和性质.

2. 二次函数的概念是通过具体问题引入的. 正方体的表面积的问题比较简单. 在问题 1 中, 关键是使学生弄清以下两点: 从一个顶点出发, 可以作 $(n-3)$ 条对角线; 对角线数是 $n(n-3)$ 的一半.

问题 1 还可以如下解决:

从一个顶点出发, 连接其他各顶点, 可以作 $(n-1)$ 条线段. 如图 26.1-2, 因为像线段 MN 与 NM 那样, 连接相同两顶点的线段是同一条线段, 所以从 n 个顶点出发, 连接其他各顶点, 可以作 $\frac{1}{2}n(n-1)$ 条线段. 这些线段中, n 条边不是对角线, 所以多边形的对角线数是 $\frac{1}{2}n(n-1)-n$, 即 $\frac{1}{2}n^2-\frac{3}{2}n$.

②式表示了多边形的对角线数 d 与边数 n 之间的关系, 对于 n 的每一个值, d 都有一个对应值, 即 d 是 n 的函数.

问题 2 某工厂一种产品现在的年产量是 20 件, 计划今后两年增加产量. 如果每年都比上一年的产量增加 x 倍, 那么两年后这种产品的产量 y 将随计划所定的 x 的值而确定, y 与 x 之间的关系应怎样表示?

这种产品的原产量是 20 件, 一年后的产量是 _____ 件,^[1] 再经过一年后的产量是 _____ 件,^[2] 即两年后的产量为

$$y = 20(1+x)^2,$$

即

$$y = 20x^2 + 40x + 20. \quad \textcircled{3}$$

③式表示了两年后的产量 y 与计划增产的倍数 x 之间的关系, 对于 x 的每一个值, y 都有一个对应值, 即 y 是 x 的函数.



观察

函数①②③有什么共同点?

在上面的问题中, 函数都是用自变量的二次式表示的. 一般地, 形如

$$y = ax^2 + bx + c \quad (a, b, c \text{ 是常数, } a \neq 0)$$

的函数, 叫做二次函数 (quadratic function). 其中, x 是自变量, a, b, c 分别是函数表达式的二次项系数、一次项系数和常数项.

现在我们学习过的函数有: 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 其中包括正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$), 反比例

在问题 2 中, 一年后的产量可以表示为 $20 + 20x$, 也可以表示为 $20(1+x)$. 用后者更易于表示出再经过一年后的产量.

3. 学生已经有了有关一元二次方程一般形式的知识, 并且学过了一次函数的意义, 因此, 可以对二次函数的意义有进一步的理解. 要求学生既要知道表示二次函数的解析式中字母的意义, 还要能根据给出的函数解析式判断一个函数是不是二次函数.

4. 与一次函数与反比例函数类似, 可以根据二次函数的解析式列表、画图象, 进而研究二次函数的性质. 对二次函数的讨论从最简单的二次函数开始.

为了描点画出二次函数的图象, 先要列出函数的对应值表. 由解析式可以看出 x 可以取任意实数, 不妨以 0 为中心, 均匀选取一些便于计算的 x 的值, 看看画出来的图形的大致形状. 如果有问题, 再加以修正或补充. 在开始画一个

[1] 通常用描点法画一个函数的图象.

[2] 依次填: 9, 4, 1, 0, 1, 4, 9.

[3] 描点法画函数图象的一般步骤如下:

第一步, 列表 (表中给出一些自变量的值及其对应的函数值);

第二步, 描点 (在直角坐标系中, 以自变量的值为横坐标、相应的函数值为纵坐标, 描出表格中数值对应的各点);

第三步, 连线 (按照横坐标由小到大的顺序把所描出的各点用平滑的曲线连接起来).

函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 和二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). 可以发现, 这些函数的名称都反映了函数表达式与自变量的关系.

练习

1. 一个圆柱的高等于底面半径, 写出它的表面积 S 与半径 r 之间的关系式.
2. n 支球队参加比赛, 每两队之间进行一场比赛, 写出比赛的场次数 m 与球队数 n 之间的关系式.



思考

一次函数的图象是一条直线, 反比例函数的图象是双曲线, 二次函数的图象是什么形状呢? 通常怎样画一个函数的图象?^[1]

结合图象讨论性质是数形结合地研究函数的重要方法. 我们将从最简单的二次函数开始逐步深入地讨论一般二次函数的图象和性质.

还记得如何用描点法画一个函数的图象吗?^[3]

我们先来画最简单的二次函数 $y = x^2$ 的图象.

在 $y = x^2$ 中自变量 x 可以是任意实数, 列表表示几组对应值 (填表):^[2]

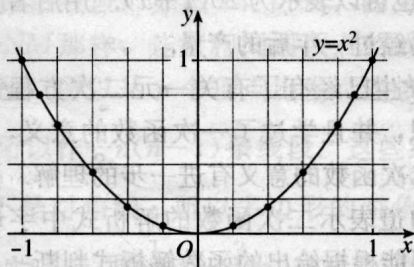
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = x^2$	...	9	4	1	0	1	4	9	...

根据表中 x, y 的数值在坐标平面中描点 (x, y) (图 26.1-3), 再用平滑曲线顺次连接各点, 就得到 $y = x^2$ 的图象 (图 26.1-4).

函数的未知图象时, 选值列表带有一定的试探性. 得到原点附近部分比较精确的图象.

一般来说, 描点画图所画出的图象, 都是部分的、近似的. 由自变量取值范围看, 只能画出部分图象. 由选点的个数、描点的近似等因素, 决定画出的图象是近似的.

为了说明函数 $y = x^2$ 的图象的形状, 可以把原点附近的部分再画细一些. 在 -1 与 1 之间, 每隔 0.2 取一个 x 的值, 列表、描点、连线, 就



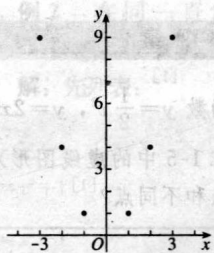


图 26.1-3

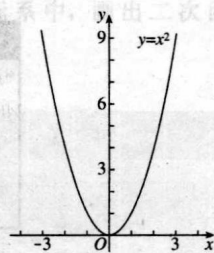


图 26.1-4

可以看出, 二次函数 $y=x^2$ 的图象是一条曲线, 它的形状类似于投篮或掷铅球时球在空中所经过的路线, 只是这条曲线开口向上. 这条曲线叫做抛物线 $y=x^2$. 实际上, 二次函数的图象都是抛物线, 它们的开口或者向上或者向下. 一般地, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象叫做抛物线 $y=ax^2+bx+c$.

还可以看出, y 轴是抛物线 $y=x^2$ 的对称轴, 抛物线 $y=x^2$ 与它的对称轴的交点 $(0, 0)$ 叫做抛物线 $y=x^2$ 的顶点, 它是抛物线 $y=x^2$ 的最低点. 实际上, 每条抛物线都有对称轴, 抛物线与对称轴的交点叫做抛物线的顶点. 顶点是抛物线的最低点或最高点.

例 1 在同一直角坐标系中, 画出函数 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=2x^2$ 的图象.

解: 分别填表, 再画出它们的图象(图 26.1-5).

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y=\frac{1}{2}x^2$	...	8	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	8	...

x	...	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	...
$y=2x^2$	...	2	0.5	0.2	0.1	0	0.1	0.2	0.5	2	...

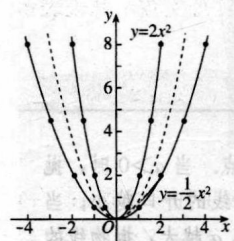


图 26.1-5

5. 教科书借助二次函数 $y=x^2$ 的图象引出抛物线及其有关概念. 可结合投篮或掷铅球的实例大致解释一下抛物线一词的由来.

通过对图象的观察, 并结合所列函数对应值表, 都可以看出二次函数 $y=x^2$ 的图象的对称性. 一般地, 可由关于 y 轴对称的点的坐标的关系加以说明.

对称轴与抛物线的交点是抛物线的顶点. 从图象看, 抛物线 $y=x^2$ 的顶点是图象的最低点.

图象上的最低点表示函数取得最小值, 结合解析式 $y=x^2$ 也可看出, x^2 的最小值是 0.

6. 形如 $y=ax^2$ 的二次函数是分 $a>0$ 和 $a<0$ 两种情况讨论的. 例 1 是 $a>0$ 的情况. 例 1 后的探究是 $a<0$ 的情况.

在例 1 中, 在同一直角坐标系中, 画出函数 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=2x^2$ 的图象, 再画出 $y=x^2$ 的图象, 便于对这些函数的图象进行比较, 找出它们

[1] 第一个表依次填: 8, 4.5, 2, 0.5, 0, 0.5, 2, 4.5, 8. 第二个表依次填: 8, 4.5, 2, 0.5, 0, 0.5, 2, 4.5, 8.

[1] 共同点是开口向上, 对称轴是 y 轴, 顶点是原点; 不同点是开口程度不同, x^2 的系数越大, 抛物线的开口越小.

[2] 共同点是开口向下, 对称轴是 y 轴, 顶点是原点; 不同点是开口程度不同, x^2 的系数越大, 抛物线的开口越大.

[3] 抛物线 $y=x^2$ 与抛物线 $y=-x^2$ 关于 x 轴对称.

抛物线 $y=ax^2$ 与抛物线 $y=-ax^2$ 关于 x 轴对称.

[4] 依次填: 下, 高, 大.

观察

函数 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=2x^2$ 的图象与函数 $y=x^2$ (图 26.1-5 中的虚线图形) 的图象相比, 有什么共同点和不同点?^[1]

探究

画出函数 $y=-x^2$, $y=-\frac{1}{2}x^2$, $y=-2x^2$ 的图象, 并考虑这些抛物线有什么共同点和不同点.^[2]

你画出的图象与图 26.1-6 相同吗?

对比抛物线 $y=x^2$ 和 $y=-x^2$, 它们关于 x 轴对称吗? 一般地, 抛物线 $y=ax^2$ 和 $y=-ax^2$ 呢?^[3]

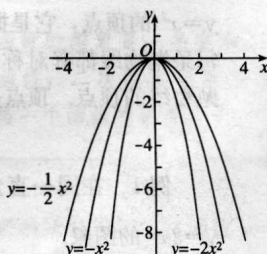


图 26.1-6

归纳

一般地, 抛物线 $y=ax^2$ 的对称轴是 y 轴, 顶点是原点. 当 $a>0$ 时, 抛物线的开口向上, 顶点是抛物线的最低点, a 越大, 抛物线的开口越小; 当 $a<0$ 时, 抛物线的开口向____, 顶点是抛物线的最____点, a 越大, 抛物线的开口越____.^[4]

的共同点和不同点.

例 1 后的探究, 可先让学生画出函数 $y=-x^2$ 的图象, 从图象看出, 抛物线 $y=-x^2$ 开口向下, 对称轴是 y 轴, 顶点是原点, 顶点是抛物线 $y=-x^2$ 的最高点. 再在同一直角坐标系中, 画出函数 $y=-\frac{1}{2}x^2$, $y=-2x^2$ 的图象, 找出抛物线 $y=-x^2$, $y=-\frac{1}{2}x^2$, $y=-2x^2$ 的共同点和不同点.

上述讨论后, 可让学生自行归纳抛物线 $y=ax^2$ 的特点, 先找共同点, 再找不同点, 不同点再就 $a>0$ 和 $a<0$ 两种情况进行考虑.

7. 通过对图象的观察, 并结合所列函数对应值表, 都可以看出抛物线 $y=x^2$ 和抛物线 $y=-x^2$ 关于 x 轴对称. 一般地, 可由关于 x 轴对称的点的坐标的关系加以说明: 因为抛物线 $y=x^2$ 上的点是 (x, x^2) , 抛物线 $y=-x^2$ 上的点是 $(x, -x^2)$, 所以这两条抛物线关于 x 轴对