

高等学校“十二五”规划教材

理论力学

韩广才 李 鸿 李宏亮 吴国辉 主编

LI LUN LI XUE

HEUP 哈尔滨工程大学出版社

理论力学

主编 韩广才 李 鸿 李宏亮 吴国辉
主审 邹广平 周跃发

内容介绍

全书共 15 章,内容包括绪论、静力学公理及物体受力分析、平面汇交力系与平面力偶系、平面一般力系、空间力系、摩擦、点的运动学、刚体的简单运动、点的复合运动、刚体平面运动、质点动力学、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理和第二类拉格朗日方程。书中例题类型多,每章后有思考题和习题,适用于课堂教学。

本书可作为高等学校机械、土建、船舶和动力学等专业理论力学课程的教材,也可供夜大、函授、自考等相关专业及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/韩广才等主编. —哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2015.7

ISBN 978-7-5661-1103-6

I. ①理… II. ①韩… III. ①理论力学-高等学校-教材 IV. ①O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 176285 号

选题策划 卢尚坤

责任编辑 薛力

封面设计 恒润设计@张彦亮

出版发行 哈尔滨工程大学出版社

社址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号

邮政编码 150001

发行电话 0451-82519328

传真 0451-82519699

经销 新华书店

印刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂

开本 787mm × 1092mm 1/16

印张 23.75

字数 608 千字

版次 2015 年 7 月第 1 版

印次 2015 年 7 月第 1 次印刷

定价 45.00 元

<http://www.hrbeupress.com>

E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn

前 言

本书是按照教育部关于工科理论力学的教学基本要求编写的,主要包括静力学、运动学和动力学三部分内容。第1至5章为静力学部分,主要研究物体的受力分析及力系的简化与平衡问题;第6至9章为运动学部分,主要从几何的角度来研究质点和刚体的运动规律;第10至14章为动力学部分,主要研究物体的运动与其所受到的力之间的关系;第15章为分析力学基础。

全书内容涵盖了理论力学课程的基本要求,共15章,内容包括绪论、静力学公理及物体受力分析、平面汇交力系和平面力偶系、平面任意力系、空间力系、摩擦、点的运动学、刚体的简单运动、点的合成运动、刚体平面运动的概述和运动分解、质点动力学基本方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理和第二类拉格朗日方程。

每章后附有习题(计算题)及部分答案。本书是编者多年教学工作的经验总结。理论力学是工科类专业一门重要的专业基础课。由于它的理论性强,逻辑严密,使得学生在学习本课程时感觉有一定的难度,因而在编写本书的过程中,强调基础知识,注意由浅入深,遵循由概念到理论的过程。为了使学生更好地掌握本书的基本知识,每章后面都安排了大量的概念题,包括填空题、判断题和选择题。这些习题的安排注重基础性,同时又不失普遍性、典型性和新颖性。学生通过练习这些基本概念题,可以及时巩固学过的知识,理解书中的基本概念和定理。各章后面安排了适当的计算题(章后附有部分计算题答案),学生通过练习,巩固学过的内容,同时提高应用知识解决实际问题的能力。

本书编写分工如下:第1,2章由樊涛编写;第3,4,5章由韩广才编写;第6章由张瑞编写;第7,8,9章由李宏亮编写;第10章由郭晶编写;第11章由吴国辉编写;第12,13,14章由李鸿编写;第15章由李晨亮编写。全书静力学部分内容由韩广才统稿,运动学部分内容由李宏亮统稿,动力学部分内容由李鸿统稿。参加编写工作的还有王超营和王宝来。本书可以作为64~80学时的理论力学课程教学用书,也可以作为工程力学课程中理论力学部分教学的教材,也可供其他专业的学生和技术人员参考使用。由于编者水平所限,书中难免存在不妥之处,敬请读者批评指正。

编 者

2015年7月

目 录

绪论	1
第1章 静力学基础和物体的受力分析	4
1.1 静力学基本概念	4
1.2 静力学公理	5
1.3 约束和约束反力	8
1.4 物体的受力分析和受力图	13
思考题	17
习题	19
第2章 平面汇交力系与平面力偶系	20
2.1 平面汇交力系合成与平衡	20
2.2 平面力偶系	27
思考题	32
习题	35
第3章 平面一般力系	39
3.1 力的平移定理	39
3.2 平面一般力系向作用面内一点简化	40
3.3 平面一般力系简化结果分析、合力矩定理	42
3.4 平面一般力系的平衡条件和平衡方程	45
3.5 平面平行力系的合成与平衡	46
3.6 物体系统的平衡、静定和静不定系统	50
3.7 平面简单静定桁架的内力计算	56
思考题	59
习题	62
第4章 空间力系	68
4.1 空间力沿坐标轴的分解与投影	68
4.2 空间汇交力系的合成与平衡	71
4.3 空间力偶系	72
4.4 空间力对点的矩和空间力对轴的矩	74
4.5 空间一般力系向空间内一点简化	77
4.6 空间一般力系的平衡方程式及其应用	82
4.7 物体的重心	85
思考题	93
习题	95
第5章 摩擦	104
5.1 滑动摩擦	104

5.2	摩擦角和自锁现象	106
5.3	考虑摩擦时的物体平衡问题	108
	思考题	110
	习题	112
第6章	点的运动学	117
6.1	点的运动方程及点的轨迹	117
6.2	用矢量法确定点的速度和加速度	123
6.3	用直角坐标法确定点的速度和加速度	124
6.4	用自然法确定点的速度和加速度	129
	思考题	135
	习题	136
第7章	刚体的简单运动	142
7.1	刚体的平动	142
7.2	刚体绕固定轴的转动、角速度矢量及角加速度矢量	145
7.3	转动刚体上各点的速度和加速度	150
7.4	轮系的传动比	157
	思考题	159
	习题	162
第8章	点的复合运动	167
8.1	复合运动的基本概念	167
8.2	点的速度合成定理	170
8.3	点的速度合成定理的解析证明	174
8.4	牵连运动为平动时点的加速度合成定理	176
8.5	牵连运动为平动时点的加速度合成定理的解析证明	181
8.6	牵连运动为转动时点的加速度合成定理	182
	思考题	191
	习题	195
第9章	刚体的平面运动	205
9.1	刚体平面运动的基本概念及运动的分解	205
9.2	平面图形内各点的速度	208
9.3	平面图形内各点的加速度	216
	思考题	220
	习题	223
第10章	质点动力学	234
10.1	动力学基本定律	234
10.2	质点的运动微分方程	236
10.3	质点动力学的两类基本问题	237
	思考题	241
	习题	243
第11章	动量定理	249

11.1	质点及质点系的动量	249
11.2	力的冲量	251
11.3	动量定理	252
11.4	质心运动定理	256
	思考题	259
	习题	261
第 12 章	动量矩定理	268
12.1	质点及质点系的动量矩	268
12.2	刚体的转动惯量平行移轴定理	270
12.3	动量矩定理	273
12.4	刚体绕定轴转动微分方程	278
12.5	质点系相对质心的动量矩定理	280
12.6	刚体平面运动的微分方程	282
	思考题	285
	习题	288
第 13 章	动能定理	297
13.1	力的功	297
13.2	质点动能定理	300
13.3	质点系动能定理	302
13.4	势力场、势能、机械能守恒定律	305
13.5	功率、功率方程、机械效率	309
	思考题	311
	习题	313
第 14 章	达朗贝尔原理	321
14.1	质点的达朗贝尔原理	321
14.2	质点系的达朗贝尔原理	324
14.3	惯性力系的简化	325
	思考题	332
	习题	334
第 15 章	虚位移原理和第二类拉格朗日方程	339
15.1	约束	339
15.2	广义坐标	342
15.3	虚位移	344
15.4	虚位移原理	347
15.5	动力学普遍方程	357
15.6	第二类拉格朗日方程	360
	思考题	364
	习题	366
	参考文献	372

绪 论

工程师是如何设计和制造我们使用的这些装置,简单的物体如椅子和铅笔刀,复杂的物体如大坝、汽车、飞机和宇宙飞船。他们必须深入了解所设计装置的物理性质,他们必须有能力使用数学模型去预知它们的行为。通过学习力学,工科的学生可以知道如何分析和预知物体系统的行为。

力学被定义为是物理科学的一个分支,主要研究受力作用的静止或运动的物体的状态。一般情况下,这一学科被分成三个分支:即刚体力学、变形体力学和流体力学。这一课程我们只研究刚体力学,因为它是工程中遇到的许多种类的结构、机构或电力装置设计和分析的基础。同时,刚体力学也为变形体力学和流体力学的研究提供了必要的背景知识。

刚体力学被分成两个部分:静力学和动力学。静力学主要研究物体的平衡问题,也都是物体处于静止或匀速直线运动状态。动力学主要研究物体的加速运动。

尽管静力学可以被认为是动力学的一个特例,即加速度为零,但静力学仍然值得单独研究,因为许多要被设计的物体就是处于平衡状态。

静力学这一学科历史上发展非常早,这是因为相关的一些基本原理能够通过测量几何或力而简单地形成。例如阿基米德的杠杆定律。对于滑轮、斜面和扭转的研究也记录于古代的作品中,当时工程的需求仅仅局限于建筑方面。

因为动力学的基本原理依赖于对时间的精确测量,所以这一学科发展得非常晚。伽利略(1564—1642)是这一领域第一批最主要的贡献者之一。他的贡献主要是单摆的实验和下落物体的实验。然而,动力学方面最主要的贡献是牛顿(1642—1727)做出的,他的最引人注意的是形成了三个最基本的运动定律和万有引力定律。在这些定律被作为基本定理后,对于它们的应用的重要技术是由欧拉、达朗贝尔、拉格朗日和其他人发展的。

1. 理论力学的研究对象、范围、内容

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

(1)机械运动 是指物体在空间的位置随时间的变化。如日、月、星辰的运行,车辆、船只的行驶,机器的运转等。除机械运动外,物质的发声、发光、发热、化学过程、电磁现象,以至人类的思维活动、生命现象等也是物质的运动形式,在多种多样的运动形式中,机械运动是人们在日常生活和生产实践中最普遍也是最简单的一种。

(2)一般规律 是指物体机械运动变化与它所受的作用力之间的关系。机械运动变化是指物体的运动方向、速度和加速度的变化。

(3)范围 理论力学是以牛顿定律为基础而发展起来的一门学科,所以理论力学属于经典力学范畴,也就是说时空、质量不随时间而发生变化,所以说这门学科的应用范围有一定的局限性。近代物理学的发展说明了经典力学的局限性:经典力学仅适用于低速、宏观物体的运动。

低速是指与光速比较而言,当物体的速度接近于光速时,其运动应当用相对论力学来研究。宏观是指相对于基本粒子而言的,当物体的大小接近于微观粒子时,其运动应当用量子力学来研究。对于低速宏观的物体,由经典力学推得的结果具有足够的精度,工程技

术中所处理的对象一般均是低速宏观的物体,因而经典力学至今仍有很大的实用意义,并且还在不断发展。

理论力学的内容由三部分组成,静力学、运动学和动力学。

(1)静力学 研究力系的简化,以及物体在力系作用下的平衡规律。

(2)运动学 只从几何的角度研究物体的机械运动而不涉及力。

(3)动力学 研究物体的运动与作用于物体的力之间的关系。

2. 理论力学的研究方法

(1)对于力学基本规律的研究起源于对实际现象的观察和归纳。

我国的墨翟(公元前 465—公元前 376)在《墨经》中已经对力的概念做了解释。“力,形之所以奋也”可解释为力是物体产生加速度的原因,与牛顿定律一致。古希腊的亚里士多德(公元前 465—公元前 376)总结了杠杆原理。阿基米德(公元前 287—公元前 212)总结了浮力原理。

伽俐略(1564—1642)正确认识了物体的惯性和加速度概念,提出了运动相对性原理。

开普勒(1571—1630)从大量天文观测资料中总结出行星的运动规律。

在他们的认识的基础上,1687年牛顿(1642—1727)在《自然哲学的数学原理》一书中提出了制约宏观机械运动的基本规律,即万有引力定律和动力学基本定律,从而奠定了后人称为牛顿力学的基础。

(2)1670年牛顿和莱布尼茨创立了研究力学规律的数学方法——微积分。此后力学的研究才有可能从归纳性科学转变为演绎性,即以牛顿定律为基本出发点,利用数学推理得出结论以解释或预测实际现象,因此力学和数学之间有着密切的关系。对于低速宏观物体的运动,牛顿定律具有高度的正确性,在经典力学中奠定了牢固的地位,力学才得以发展为一门科学。牛顿力学中所讨论的许多力学概念如速度、加速度、角速度、力和力矩等都是以矢量形式出现的物理量,因此牛顿力学又称为矢量力学。

(3)牛顿力学的发展

在18世纪,随着机器生产的迅速发展,要求对刚体和受约束机械系统的运动进行分析。

欧拉(1707—1783)建立了刚体的运动微分方程。

达朗贝尔(1717—1783)建立了与牛顿第二定律等效的达朗贝尔原理。

由于用矢量力学方法讨论受约束物体的运动仍十分不便,因此,1788年拉格朗日(1736—1813)对力学提出了全新的叙述方式。他以虚位移原理和达朗贝尔原理作为力学的演绎基础,建立了受约束系统的动力学普遍方程,并进而导出拉格朗日方程,从而产生了与牛顿力学并驾齐驱的新力学体系,称为拉格朗日力学。以能量和功为基本物理量,采用纯粹的分析方法使力学建立在统一的数学基础之上,完全摆脱了以矢量为特征的几何方法,因此也称为分析力学。分析力学是经典力学的另一组成部分。

(4)分析力学的发展

在分析力学的发展过程中出现了对力学基本原理的不同表达方式,其中力学的变分原理占有重要的地位。变分原理与牛顿力学或拉格朗日力学建立运动微分方程求解思维方式完全不同,在各种变分原理中最具代表性的就是哈密顿原理。通常将哈密顿原理以及由哈密顿导出的正则方程称为哈密顿力学。

3. 经典力学的基本概念

在我们学习力学之前搞懂一些基本概念是非常重要的。

(1) 基本物理量 这些物理量贯穿于整个力学课程中。

(2) 长度 长度是用来确定一个点在空间的位置因此可以描述一个物理系统的尺寸。一旦定义了长度的标准单位,人们就可以定量地将距离和物体的几何特性描述为长度单位的倍数。

(3) 时间 时间被想象成一系列发生的事件,是通过重复事件的间隔来测量的,如钟摆的摆动。

(4) 质量 质量是物质的一种属性,通过它我们可以比较一个物体与另外一个物体的运动。

(5) 力 一般讲力被认为是一个物体对另外一个物体所产生的“推”或“拉”的作用,当两个物体直接接触,例如一个人推一面墙时这种相互作用就产生;这种作用也可发生在两个物体间是物理上分开的,如万有引力,电场力和电磁力,在任何情况下力均可以通过大小、方向和作用点而完全描述。

(6) 抽象力学模型 对于工程实际系统需要进行力学模型的抽象以便于理论的应用。

(7) 质点 质点具有质量,但其尺寸可以被忽略。例如地球的尺寸与它的轨道相比是可以忽略的,因此当研究地球的轨道运动时就可以抽象为质点。当一个物体被抽象为质点,力学原理就简化为非常简单的形式,在问题的分析中几何外形将不被考虑。

(8) 刚体 刚体被看作是无数个质点的集合,且在受力前或受力后刚体内任意两个质点间的距离保持不变。因此,任何物体的材料特性被认为是刚性的而且在分析力对于刚体的作用时将不考虑。在多数实际情况中发生于结构、机器或机构中的实际变形相对来说是微小的,所以对于分析来说刚体的假设是可行的。

(9) 集中力 集中力描述了一个载荷的作用效果被认为是作用于物体的一个点上。作用于物体上给定区域的载荷,如果该区域与整个物体的尺寸比较很小的话,该载荷就是集中力。例如轮子与地面间接触的力。

4. 学习理论力学的目的

理论力学是一门理论性较强的技术基础课,又是学生接触工程实际的第一门课程,因此学习这门课程主要要达到以下几个目的:

(1) 理论力学是一切力学的基础。学习理论力学将为学习一系列后续课程如材料力学、结构力学、机械原理、机械设计等打下必要的基础,也为进一步探索新的科学技术领域准备好力学方面的条件。

(2) 通过理论力学的学习,初步学习处理工程实际问题的方法。

(3) 培养分析和解决问题的能力,特别是逻辑思维能力、抽象化能力、自学能力、表达能力以及数学计算能力。

第1章 静力学基础和物体的受力分析

本章首先介绍平衡、刚体、力和力系等静力学基本概念,然后介绍力对物体作用的最基本的5条性质,亦即静力学理论的5个基本公理。为了对非自由体进行受力分析,本章介绍几种常见的典型约束,以及它们的约束反力的特点。最后,本章详细介绍物体的受力分析及画物体受力图的步骤和方法。

1.1 静力学基本概念

静力学是研究物体平衡的科学。为了研究这个问题,下面先介绍一些基本概念。

1. 刚体的概念

静力学研究的物体主要是刚体。所谓刚体是指在力作用下不变形的物体,即刚体内部任意两点间距离保持不变。在实际问题中,任何物体在力的作用下或多或少都会产生变形。如果物体变形不大或变形对所研究的问题没有实质影响,则可将物体抽象为刚体。由于静力学主要以刚体为研究对象,所以也称为刚体静力学。

2. 平衡的概念

平衡是指物体相对惯性参考系静止或做匀速直线平动。它是物体机械运动的一种特殊状态。在工程技术问题中,常把固连于地球上的参考系视为惯性参考系。这样平衡就是指物体相对于地球处于静止或做匀速直线平动的状态。

3. 力的概念

静力学中的一个重要的概念就是力的概念。力是物体间的相互机械作用。物体间的相互机械作用的形式可以归纳为两类,一类是物体直接接触的作用,如压力、摩擦力等;另一类是通过场的作用,如万有引力场、电场对物体作用的万有引力和电磁力等。尽管物体间相互作用的形式和物理本质不同,但这种机械作用的效应主要有两方面:一方面是使物体的机械运动状态发生改变,如改变物体运动速度的大小和方向,这种效应称为力的外效应(也称为运动效应);另一方面是使物体的形状发生改变,如使梁弯曲,使弹簧伸长,这种效应称为力的内效应(也称为变形效应)。力对物体作用产生的这两种效应是同时出现的。由于本课程研究的主要是刚体,所以只研究力的外效应。

人们长期实践证实,力对物体的作用效应取决于力的3个要素:(1)力的大小,(2)力的方向,(3)力的作用点。力的大小反映了物体间相互机械作用的强度,它可以通过力的外效应或内效应的大小来度量。在国际单位制中力的单位是牛顿(N)。在工程单位制中力的单位是千克力(kgf)。两种单位制存在下列关系:

$$1 \text{ kgf} = 9.80 \text{ N}$$

力的方向是指力作用的方位及指向。沿该方向画出的直线称为力的作用线。力的作用点是物体相互作用位置的抽象化。实际上,两个物体接触处总占有一定面积,力总是分布作用于物体的一定面积上的。如果这个面积很小,则可将其抽象为一个点,称为力的作用点,这时的作用力称为集中力。反之,如果接触面积比较大,力在整个接触面上分布作

用,这时作用的力称为分布力。分布力作用的强度用单位面积上力的大小(N/cm^2)来度量,称为载荷集度。

根据以上所述,可用一个矢量来表示力的三要素。如图 1-1 所示力矢量是一个有向的线段,矢量的模表示力的大小,箭头方向表示力的方向,始端或终端表示力的作用点,而与线段重合的直线表示力的作用线。在本书中矢量用黑体字表示,如 \boldsymbol{F} ,该矢量的大小(模)则用同文的白体字表示,如 F 。

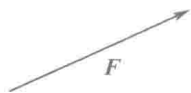


图 1-1 力矢量

4. 力系的概念

作用在物体上的一群力总称为力系。一个力系作用于刚体而不改变其运动状态,则该力系称为平衡力系。如果两个力系分别作用于同一物体其效应相同,则这两个力系称为等效力系。若一个力和一个力系等效,则称这个力是这个力系的合力,而该力系中的每个力可称为这个合力的分力。对于一个比较复杂的力系求与它等效的简单力系的过程称为力系的简化。力系简化是静力学最基本内容。力系简化的方法在动力学中也是十分有用的。

按照力系中各力作用线在空间分布的情况,可以将力系进行分类。如果各力作用线在同一平面内,该力系称为平面力系。否则称为空间力系。如果各力作用线汇交于一点,则称为汇交力系。若各力作用线彼此平行,则称为平行力系。若各力作用线任意分布,则称为一般力系或任意力系。显然,各力作用线在同一平面并汇交于一点的力系可称为平面汇交力系。后面我们将根据由简单到复杂的顺序分章研究各种力系的简化和平衡问题。

1.2 静力学公理

在力的概念逐步形成的同时,人们通过大量的实践也逐步认识到力的一系列基本性质,也就是力对物体作用的最简单的和最基本的规律,力的这些基本性质是显而易见的,并为长期以来的大量实践证明是正确的。力的基本性质主要有 5 条,也称为静力学基本公理,是人们关于力的基本性质的概括和总结,它们是静力学的理论基础。

公理 1 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力,合力的作用点也在该点,合力的大小和方向,由这两个力为边构成的平行四边形对角线确定,如图 1-2(a)所示。力的这个性质称为力的平行四边形法则。力的这个性质写成矢量表达式为

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$$

即合力 \boldsymbol{R} 等于两个分力矢 \boldsymbol{F}_1 和 \boldsymbol{F}_2 的矢量和。

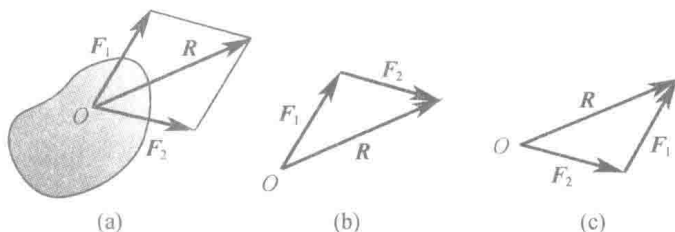


图 1-2 力的平行四边形法则

该公理反映了力的方向性特征,矢量相加与数量相加是不同的,矢量相加必须用平行四边形的关系确定,总结了最简单力系的简化规律。

按照矢量相加的法则,也可归结为力的三角形法则。因为合力 R 的作用点为 O 点,求合力的大小及方向无需作出整个平行四边形,可考虑将各力矢首尾相接,然后连接第一个矢量的始端和最后一个矢量的末端所得到的矢量即为合力矢,如图 1-2(b) 先作 F_1 再作 F_2 ,连接 F_1 的始端和 F_2 的末端得到合力矢 R ,这种求合力矢的作图规则称为力的三角形法则。力的三角形图只表示各力矢,并不表示其作用位置,如图 1-2(c),若先作 F_2 再作 F_1 ,同样可得到合力矢 R ,这说明合力矢与两分力矢的作图先后次序无关。

反之,根据这个公理也可以将一个力分解为作用于同一点的两个力。由于用同一对角线可作出无穷多个不同的平行四边形,因此解答是不定的。欲使问题有一定的解答,则必须附加足够的条件。在工程问题中,通常将一个力分解为方向已知的两个力,特别是分解为方向相互垂直的两个力,这种分解称为正交分解,所得到的两个力称为正交分力。

公理 2 二力平衡公理

作用在刚体上的两个力使刚体处于平衡的必要和充分条件是这两个力的大小相等,方向相反,且作用在同一直线上(图 1-3)。

该公理总结了作用于刚体上的最简单力系平衡时所必须满足的条件,图 1-3 表示了满足该公理的两种情况,需要强调的是这个原理只适用于刚体。

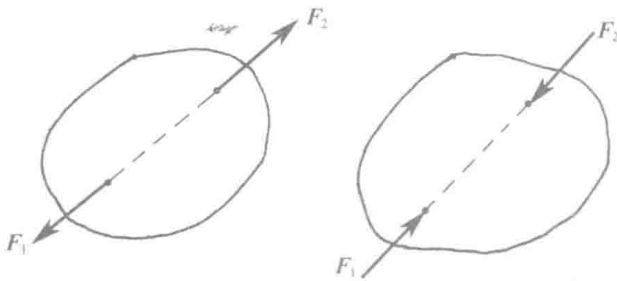


图 1-3 二力平衡公理

工程上经常会遇到受两个力作用而平衡的构件,通常我们将这样的构件称为二力构件或二力杆,根据该公理这两个力的作用线应沿该两力作用点的连线,且大小相等方向相反。在对物体系统进行静力学分析时找出二力构件对于问题的研究是非常方便的。

公理 3 加减平衡力系原理

在作用于刚体的力系上增加或减去一组平衡力系,并不改变原力系对于刚体的作用效应。

推论 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点,并不改变该力对于刚体的作用效应。

证明: 设力 F 作用于刚体的 A 点(图 1-4),在其作用线上任取一点 B ,并在 B 点添加一对相互平衡的力 F_1 和 F_2 ,且令 $F_1 = F_2 = F$,由公理 3 得知,这并不影响原来的力 F 对于刚体的作用效应,再由公理 2 可知 F 与 F_1 相互平衡,再由公理 3 去掉这两个力,于是只剩下作用于 B 点的力 F_2 ,显然它与原来作用于 A 点的力 F 等效。

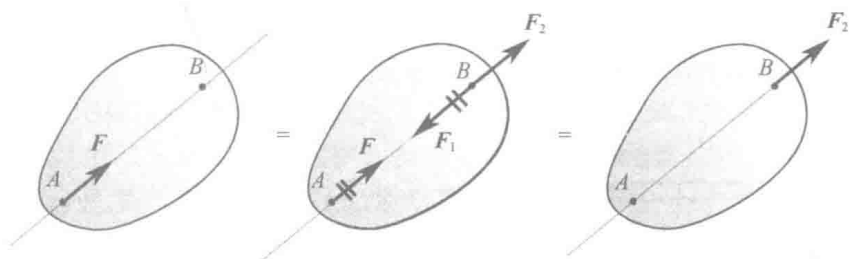


图 1-4 力的可传性

可见,力对刚体的作用效应与力的作用点在其作用线上的位置无关,也就是说力可以沿其作用线在刚体内任意滑移而不改变其作用效应,力的这种性质称为力的可传性。因此对于刚体来说力是滑移矢量。所以,对于作用在刚体上的力来说,力的三要素应是:力的大小、力的作用线、沿作用线的指向。

推论 2 三力平衡汇交定理

刚体在三力作用下平衡,若其中两个力的作用线汇交于一点,则第三个力的作用线通过汇交点,且此三力共面。

证明:设有三个相互平衡的力 F_1, F_2 和 F_3 分别作用于刚体上的 A, B 和 C 三点(图 1-5), 已知力 F_1 和 F_2 的作用线交于 O 点。按刚体上力的可传性,将力 F_1 和 F_2 移至交点 O ,并由力的平行四边形法则求得合力 F_{12} 。则此后以合力 F_{12} 代替力 F_1 和 F_2 的作用,根据已知条件,则合力 F_{12} 应与 F_3 平衡,由二力平衡公理可知,力 F_3 的作用线必与合力 F_{12} 的作用线重合。因此,力 F_3 的作用线与在力 F_1 和 F_2 所构成的平行四边形平面上,且通过交点 O 。

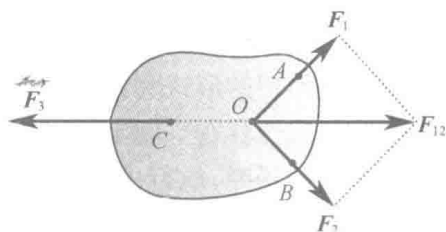


图 1-5 三力平衡汇交

三力平衡汇交定理常用来确定刚体在三力作用下平衡时其中未知力的方向。

公理 4 作用力反作用力定律

两物体相互作用的作用力和反作用力大小相等,方向相反,沿着同一直线,分别作用在两个物体上。

作用力与反作用力是互相依存、同时出现、共同消失的,它们分别作用在不同物体上。因此在分析物体受力时,必须明确施力物体和受力物体。这与同一刚体上作用两个相互平衡的力不同,不能把作用力和反作用力视为一组平衡力。在分析多个物体组成的物体系统受力问题时,根据这个定律可以把其中一个物体的受力分析与相邻物体的受力分析联系起来。

公理 5 刚化原理

变形体在某力系作用下处于平衡,如将此变形体刚化为刚体,则平衡状态保持不变。

这个原理指出,变形体平衡时可用刚体的平衡条件来处理变形体的平衡问题。不过应指出,刚体的平衡条件只是变形体平衡的必要条件而不是充分条件。例如,柔性绳在两端

的拉力 T_1 和 T_2 作用下平衡,根据刚化原理,柔性绳刚化为刚性杆,该杆在原来的 T_1 和 T_2 作用下仍平衡(图 1-6(a))。根据二力平衡原理,得知 T_1 和 T_2 大小相等,方向相反且共线。但如果该二力是指向绳内的压力,绳将失去平衡,如图 1-6(b)所示。

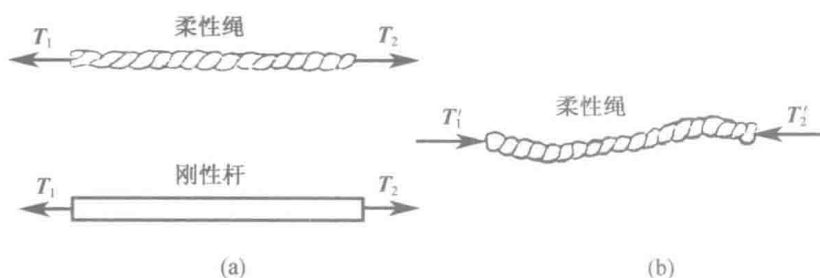


图 1-6 刚化原理

工程实际中的皮带、绳索、链条、梁等变形体在平衡时看成刚体,另外由若干个刚体组成的物体系统在平衡时也可视为一个刚体。

1.3 约束和约束反力

力是物体间相互的机械作用,当分析某物体上作用的各个力时,需要了解该物体与周围其他物体相互作用的形式和连接方式。我们按照是否与其他物体直接接触把物体分为两类。一类物体的位移在空间不受任何限制,可以在空间任意运动,这样的物体称为自由体。例如飞行中的子弹,航行中的飞船。另一类是工程和实际生活中的大多数物体,它们的某些位移往往受到周围物体的限制。例如桌面上的球,垂直桌面向下的位移受到桌面的限制;用吊绳悬挂的吊灯,因绳不能伸长,吊灯在沿绳伸长的方向的位移受到吊绳的限制;铁轨在垂直轨道方向限制了火车的位移等,这样的物体称为非自由体。

凡是限制某物体位移的其他物体称为该物体的约束。在上面的例子中,桌面是球的约束;吊绳是吊灯的约束;铁轨是火车的约束。

既然约束限制了物体的运动,也就改变了物体的运动状态,约束对物体的作用实质上就是力的作用,约束作用在物体上的力称为约束反力或约束力,也简称为反力。约束反力的作用点是约束与物体的接触点。约束反力的方向必然与约束阻碍物体位移的方向相反,这是我们判断约束反力方向的基本方法。

物体除受约束反力作用外,还受重力、推力以及各种机械的动力和载荷等主动改变物体运动状态的力的作用,这类力称为主动力。主动力与约束力不同,它的大小和方向一般是预先给定的,彼此是独立的。而约束反力的大小通常是未知的,取决于主动力的方向和大小,是一种被动力,需要根据物体的平衡条件或动力学方程来确定。

无论在静力学还是动力学中,对物体进行受力分析的重要内容之一是要正确地表示出约束反力的作用线或力的指向,它们都与约束的性质有关。工程中实际约束的类型是各式各样的,接触处的状况千差万别,但是可以将它们归纳为几类典型约束,分析每一类约束的特点,以掌握它们的约束反力的特征。下面介绍几种常见的典型约束和确定其约束反力的方法。

1. 柔索

由绳索、皮带、链条、相对柔软的钢丝绳等构成的约束称为柔索。柔索的特点是柔软易变形、不可伸缩、不计自重、不能抵抗弯曲和压力,它限制了物体沿柔索伸长方向的位移。柔索约束反力作用在与物体的连接点上,方向沿着柔索中心线离开物体恒为拉力,常用字母 T 或 S 表示,如图 1-7(a) 所示重物 A 由柔索悬吊,绳索是重物的约束,绳索给重物的拉力(即约束反力)是 T 。又如图 1-7(b) 所示皮带轮传动系统,上下两段皮带分别作用在两轮上的拉力(约束反力)为 S_{AB} 和 S_{CD} ,它们的方向沿着皮带(与轮相切)而背离皮带轮。

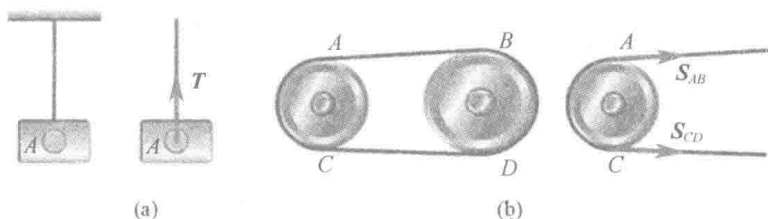


图 1-7 柔索及其约束力

2. 光滑接触面

物体与约束的接触面如果是光滑的,即它们间的摩擦可以忽略时,约束不能限制物体沿接触处切面任何方向的位移,也不能限制沿接触面法线方向脱离接触面的位移,而只是限制沿接触点处公法线而指向约束方向的位移。所以光滑接触面约束反力方向一定沿着接触处的法线(物体的法线或约束的法线)方向指向物体恒为压力,这种约束反力又称为法向反力,常用字母 N 表示。若接触面积很小,则约束反力可视为集中力如图 1-8(a),光滑固定曲面给圆柱的法向反力为 N ;在图 1-8(b) 中, AD 杆倚靠在固定挡块上,挡块给杆的约束反力为 N_B ;在图 1-8(c) 中,板搁在固定槽内,板与槽在 A, B, C 三点接触,如果接触处均是光滑的,它们的约束反力分别为 N_A, N_B 和 N_C 。

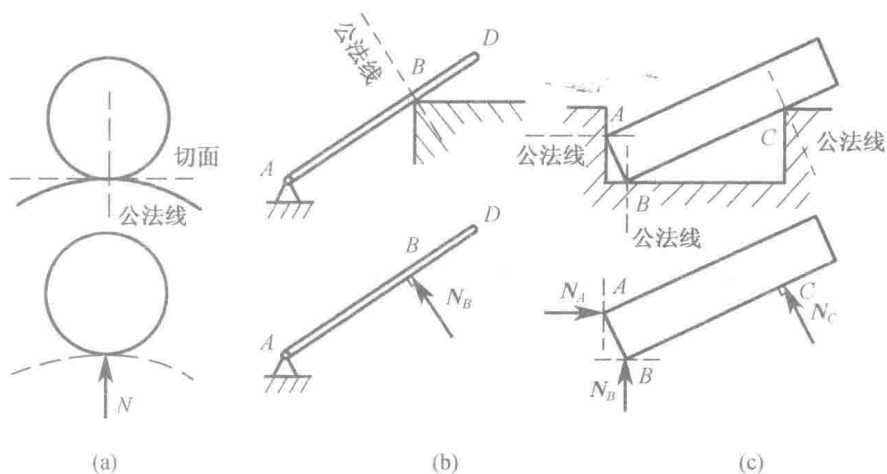


图 1-8 光滑接触面约束力

若约束反力为沿整个接触表面积或接触线的分布力,如果分布力是均匀分布,则可用集中力来代替,作用在接触面或接触线的中心如图 1-9(a) 所示。另外对于图 1-9(b) 中

的曲柄连杆滑块机构中,由于滑槽在上下两面限制滑块构成约束,且无法事先确定哪一面限制了滑块的运动,则反力 N_B 的指向可假设,最后由平衡条件确定。

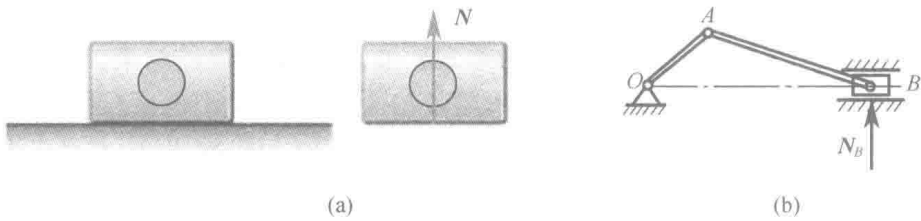


图 1-9 光滑接触面约束力

3. 光滑圆柱铰链

两个带孔的物体穿一个销子连接,并忽略销轴与两物体孔之间的摩擦,所构成的约束称为光滑圆柱铰链,如图 1-10(a)所示,其示意简图用一小圆圈表示,如图 1-10(b)所示。这类约束的特点是只能限制物体的任意方向的径向移动,不能限制物体绕圆柱销轴线的转动和平行于圆柱销轴线的移动。由于圆柱销与圆柱孔是光滑曲面接触,则约束类型属于光滑接触面,这里将圆柱销和其中一个物体看成一体并视为约束,因此,约束反力应沿接触处法线且通过圆柱销中心垂直于轴线,如图 1-10(c)所示;因为接触位置不能预先确定,故其约束反力的方向预先不能确定,但光滑圆柱铰链的约束力一定作用在垂直于销轴的平面内并通过轴心与孔心。在分析这类约束时,我们通常用两个通过轴心的正交分力 F_{Ax}, F_{Ay} (或 X_A, Y_A) 来表示圆柱铰链的约束反力,一旦 F_{Ax}, F_{Ay} (或 X_A, Y_A) 的大小确定了,则可用力的平行四边形法则来确定约束反力的大小与方向,如图 1-10(d)所示。

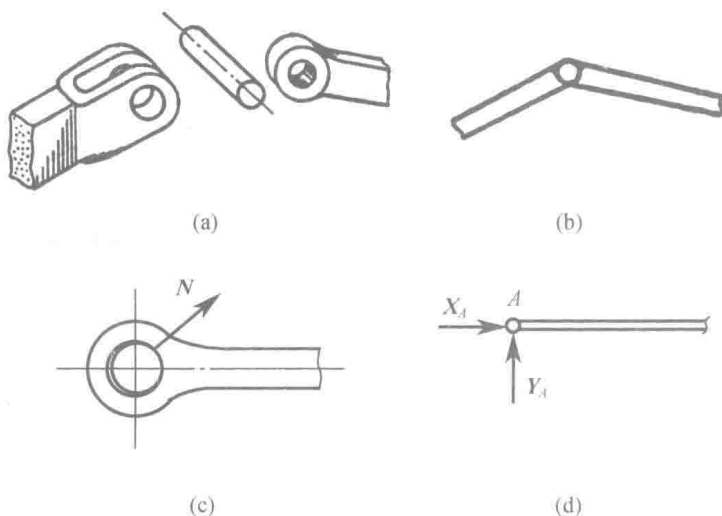


图 1-10 光滑圆柱铰链

下面介绍几种以圆柱铰链约束构成的支座,即固定铰支座和可动铰支座(又名辊轴支座)。支座是将结构物或构件固定或支承在墙、柱、机身等固定支承物上的装置,并将结构物或构件所受的载荷通过支座传递给支承物。