

扫一扫 找学霸



微信号: chinastar01

刷百题 做学霸

2016

百题大过关

修订版

中考数学

第二关

核心题

曾大洋 黄世民◎主编



上海市
著名商
标市

华东师范大学出版社

全国百佳图书出版单位

2016 百题大过关

中考数学

第二关 核心题 (修订版)

主 编：曾大洋 黄世民

编写者：

曾大洋 黄世民 杨进南 林顺民

图书在版编目(CIP)数据

中考数学. 第二关: 核心题/曾大洋, 黄世民主编. —修订本. —上海: 华东师范大学出版社, 2015. 2

(百题大过关)

ISBN 978-7-5675-3124-6

I. ①中… II. ①曾…②黄… III. ①中学数学课—初中—习题集—升学参考资料 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 034983 号

百题大过关

中考数学·第二关 核心题(修订版)

主 编 曾大洋 黄世民

总 策 划 倪 明

项目编辑 舒 刊

审读编辑 叶晓娟

装帧设计 卢晓红

责任发行 高 峰

出版发行 华东师范大学出版社

社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062

网 址 www.ecnupress.com.cn

电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105

客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887

地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口

网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com>

印 刷 者 常熟文化印刷有限公司

开 本 787×1092 16 开

印 张 12

字 数 302 千字

版 次 2015 年 4 月第 5 版

印 次 2015 年 11 月第 3 次

印 数 48101-56200

书 号 ISBN 978-7-5675-3124-6/G·7977

定 价 24.00 元

出 版 人 王 焰

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

目录

专题一 数与式 / 1

专题二 方程、不等式与函数 / 15

专题三 图形的性质 / 41

专题四 图形的变化、图形与坐标 / 67

专题五 锐角三角函数及其应用 / 95

专题六 统计与概率 / 113

参考答案或提示 / 138

专题一 数与式

解题指导

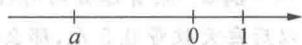


“数与式”核心题的内容包括实数与代数式(整式、分式和二次根式),这部分内容主要考查实数和代数式的相关概念、运算、性质及其应用,如相反数、倒数、绝对值、算术平方根、科学记数法以及实数的混合运算、代数式的运算、化简与求值等,从中发展数感与符号感,提升数、式运算与变形等方面技能,渗透转化化归、数形结合、整体代换、分类讨论、方程与函数等数学思想方法,培养观察、猜想、归纳、类比、验证等数学思维,提高合情推理能力.要关注这部分知识点与其他知识点的结合以及它们在日常生活中的运用,体会数学与现实生活的紧密联系,增强应用意识,提高运用代数知识与方法解决问题的能力.

在中考试卷中出现的“数与式”核心题重视基础知识的考查,试题的呈现形式较多贴近生活实际,试题的难度属中档题,多数来源于教材的习题或稍加变通,题型主要有填空题、选择题和计算题等,其中计算题的难度不大,重视对算理的考查,没有繁杂的计算.近几年来,许多中考试卷还设计了开放探索题、合情推理题、阅读理解题等创新题型,值得大家关注.建议同学们要重视这部分内容的复习,在解答时努力做到“会而对”、“对而全”.下面将“数与式”核心题考查内容进行整理、分析,相信会使你得到较大的收获.

1 概念辨析题

例1 实数 a 在数轴上的位置如图所示,则关于 a 、 $-a$ 、 1 的大小关系表示正确的是().



(A) $a < 1 < -a$

(B) $a < -a < 1$

例1图

(C) $1 < -a < a$

(D) $-a < a < 1$

解析 通过数轴可确定实数的符号及其绝对值的大小,能找出一个数的相反数,并会比较实数的大小,这充分体现了数形结合思想.数轴上的点与实数有着——对应关系,由实数 a 在数轴上的位置可知: $a < 0$, $-a > 0$,且 $|-a| > 1$,因此 $a < 1 < -a$,故选A.由于本题是选择题,也可用“特殊值法”验证.

例2 若 $a^2 - 4a + 4 + \sqrt{b-3} = 0$,则 $a^2 - b =$ _____.

解析 原式可化为 $(a-2)^2 + \sqrt{b-3} = 0$,根据平方数及算术平方根的概念知 $(a-2)^2 \geq 0$ 且 $\sqrt{b-3} \geq 0$,因为几个非负数之和为零时这几个数皆为零,可得 $\begin{cases} (a-2)^2 = 0, \\ \sqrt{b-3} = 0. \end{cases}$ 所以

$$\begin{cases} a = 2, \\ b = 3. \end{cases} \text{ 则 } a^2 - b = 2^2 - 3 = 4 - 3 = 1.$$

2 运算求值题

例3 估算 $2\sqrt{13} + 3$ 的值().

(A) 在8和9之间

(B) 在9和10之间

(C) 在10和11之间

(D) 在11和12之间

解析 本题解题思想是用有理数估计无理数,借助估算考查数感.因为 $2\sqrt{13} = \sqrt{52}$,为

了用整数对 $\sqrt{52}$ 作估计,关键在于找两个相邻正整数,使得其中一个数的平方小于 $(\sqrt{52})^2$,另一个数的平方大于 $(\sqrt{52})^2$. 因为 $7^2 < (\sqrt{52})^2 < 8^2$, 所以 $7 < \sqrt{52} < 8$, 因此 $10 < \sqrt{52} + 3 < 11$. 故选 C.

例 4 已知 $x^2 - 4x - 1 = 0$, 则代数式 $(2x - 3)^2 - (x + y)(x - y) - y^2$ 的值为 _____.

解析 $(2x - 3)^2 - (x + y)(x - y) - y^2 = 4x^2 - 12x + 9 - x^2 + y^2 - y^2 = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x) + 9$.

由 $x^2 - 4x - 1 = 0$, 可得 $x^2 - 4x = 1$, 所以原式 $= 3 \times 1 + 9 = 12$.

解答本题必须先化简代数式, 关键是将 $x^2 - 4x$ 看成一个整体进行等量代换.

例 5 若 $x + \frac{1}{x} = \sqrt{6}$, 则 $x - \frac{1}{x} =$ _____.

解析 若直接求 x 的值, 则计算过程较繁. 根据本题特点, 可先求 $(x - \frac{1}{x})^2$ 的值, 再进行开方, 便可得到计算结果. 由已知可得 $(x + \frac{1}{x})^2 = 6$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 4$, 故 $(x - \frac{1}{x})^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 2$, 所以 $x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{2}$.

3 实际应用题

“数与式”的应用非常广泛, 在人们日常的生产生活、市场经营、经济核算、体育比赛、生态环保、国情国策等各个领域都有其应用的范例. 近年来, 各地的中考试卷中考查数与式的应用问题更是数量多、选材广、题型新. 在解决此类问题时, 需要仔细地阅读题意, 学会把实际问题转化成数学问题.

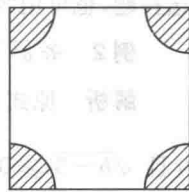
例 6 某音像公司对外出租光盘的收费方法是: 每张光盘出租后的前 2 天每天收费 0.8 元, 以后每天收费 0.5 元, 那么一张光盘在出租后第 n 天 ($n > 2$ 且为整数) 应收费 _____ 元.

解析 代数式的特点是含有数、字母和运算符号, 列代数式实际上是用数学符号语言表达文字语言的一种形式, 其关键是能准确地理解题目的含义, 认真审题, 抓住其中的关键词. 本题由题意知每张光盘出租后的前 2 天共收费 1.6 元, 以后每天收费 0.5 元, 则出租后第 n 天应收费: $1.6 + 0.5(n - 2) = (0.5n + 0.6)$ (元).

例 7 如图, 某边长为 a 的正方形广场四角铺上了四分之一圆形的草地, 若圆形的半径为 r .

(1) 用含 a 、 r 的代数式表示图中空地部分面积;

(2) 若 $a = 200$ 米, $r = 36$ 米, 求空地面积 (π 取 3.14, 结果精确到 0.1 平方米).



例 7 图

解析 本题是一道实际应用题. 用代数方法来解决几何问题, 既体现数形结合思想, 又考查数的运算及取近似值的方法. 当讨论近似数的精确度和有效数字时, 要特别注意根据题目的要求进行近似计算. 本题的答案为:

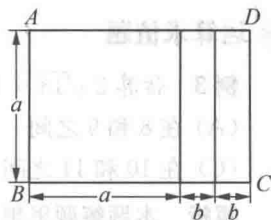
(1) $a^2 - \pi r^2$; (2) 约 35 930.6 平方米.

4 开放探索题

例 8 如图, 由一个边长为 a 的小正方形与两个长、宽分别为 a 、 b 的小矩形拼接成矩形 $ABCD$, 则整个图形可表达出一些有关多项式分解因式的等式, 请你写出图中能表达的任意三个等式:

(1) _____;

(2) _____;



例 8 图

(3) $a^2 + 2ab = a(a + 2b)$.

解析 本题结论开放, 由于一个图形的面积可用不同方式来表示, 本题的参考答案为:

(1) $a(a + 2b) - ab = a(a + b)$;

(2) $a(a + b) + ab = a(a + 2b)$;

(3) $a^2 + 2ab = a(a + 2b)$.

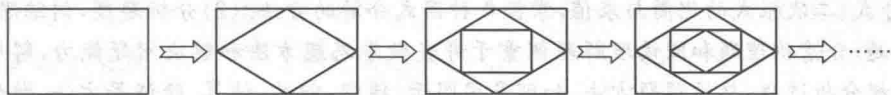
5 合情推理题

《全日制义务教育数学课程标准》(以下简称《课程标准》)要求在数学思考方面“经历观察、实验、猜想、归纳、验证等数学活动过程, 发展合情推理能力”, 在此理念指导下, 中考数学题越来越重视对合情推理能力的考查. 解决此类问题的关键就是要掌握数学研究的方法: 从简单(或特殊)的情形入手, 通过研究简单(或特殊)问题中存在的变化关系, 猜测、归纳复杂(或一般)情形下存在的规律.

例 9 按一定规律排列的一列数依次为: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{26}, \frac{1}{35}, \dots$, 按此规律排列下去, 这列数中的第 7 个数是_____, 第 n 个数是_____ (n 为正整数)

解析 经过观察可以发现这列数的分子均为 1, 分母依次为 $2 = 1^2 + 1$, $3 = 2^2 - 1$, $10 = 3^2 + 1$, $15 = 4^2 - 1$, $26 = 5^2 + 1$, $35 = 6^2 - 1$, 依此规律, 接下去的第 7 个数的分母应为: $7^2 + 1 = 50$. 故本题答案为: 第 7 个数是 $\frac{1}{50}$, 当 n 是奇数时, 第 n 个数是 $\frac{1}{n^2 + 1}$; 当 n 是偶数时, 第 n 个数是 $\frac{1}{n^2 - 1}$.

例 10 如图, 依次连结第一个矩形各边的中点得到一个菱形, 再依次连结菱形各边的中点得到第二个矩形, 按照此方法继续下去. 已知第一个矩形的面积为 1, 则第 n 个矩形的面积为_____.



例 10 图

解析 本题是一道找规律的题目, 此类题型在中考中经常出现. 对于找规律的题目首先应找出哪些部分发生了变化, 是按照什么规律变化的. 设矩形的两边分别为 a 、 b , 则

第一个矩形的面积为 $a \cdot b = 1$;

第二个矩形的面积为 $\frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}b = \frac{1}{4}ab = \frac{1}{4}$;

第三个矩形的面积是 $\frac{1}{4}a \cdot \frac{1}{4}b = \frac{1}{16}ab = \frac{1}{16}$;

.....

观察可知矩形面积依次为 $\left(\frac{1}{4}\right)^0, \left(\frac{1}{4}\right)^1, \left(\frac{1}{4}\right)^2, \dots$; 即 $\left(\frac{1}{4}\right)^{1-1}, \left(\frac{1}{4}\right)^{2-1}, \left(\frac{1}{4}\right)^{3-1}, \dots$.

故第 n 个矩形的面积为: $\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$.

6 阅读理解题

《课程标准》比较重视让学生在老师的指导下经历数学知识的形成过程, 这就需要培养学生的自学能力, 阅读理解型试题能够较好地考查以上要求. 这类题型需要我们在平时的学习

和练习中要做到耐心、细致地读题,结合所学的知识领会题中所蕴含的计算原理和解题思想方法,并将此迁移到新的数学情境中,从而使问题得到解决.

例 11 我们常用的数是十进制的数,而计算机程序处理中使用的是只有数码 0 和 1 的二进制数.这两者可以相互换算,如将二进制数 1101 换算成十进制数应为 $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13$,按此方式,则将十进制数 25 换算成二进制数应为_____.

解析 此题考查了学生的转化能力和逆向思维能力:即应先把要求的问题按“新运算”的规定转化成原有的运算来表示,然后按照原运算求出结果.

因为 $25 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$, 所以所求二进制数为 11 001.

例 12 对于实数 a, b , 定义运算“ $*$ ”: $a * b = \begin{cases} a^2 - ab (a \geq b), \\ ab - b^2 (a < b). \end{cases}$ 例如 $4 * 2$, 因为 $4 > 2$, 所以 $4 * 2 = 4^2 - 4 \times 2 = 8$. 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的两个根, 则 $x_1 * x_2 =$ _____.

解析 此题考查阅读理解、基本运算能力和分类讨论思想. 先求出方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的两个根 $x = 2$ 或 $x = 3$, 再根据题意分两种情况求解.

(1) 当 $x_1 = 2, x_2 = 3$ 时, $x_1 * x_2 = 2 \times 3 - 3^2 = -3$;

(2) 当 $x_1 = 3, x_2 = 2$ 时, $x_1 * x_2 = 3^2 - 3 \times 2 = 3$.

由上分析, 本题答案为 3 或 -3.

综上所述, 可以预测的是中考对“数与式”核心题的考查, 题型以填空题、选择题和计算题为主; 在方法设计上, 注重对基本概念、基本技能以及基本数学思想方法的考查. 复习的过程中要注意: (1) 加强训练, 落实双基. 对实数的有关概念(如数轴、相反数、绝对值、倒数、平方根、立方根……)要理解透彻, 不能含糊; 对整式、代数式、同类项、分式、二次根式等概念要加强理解; 应熟练地掌握运算法则, 注意运算顺序, 这是提高计算能力的前提; 要狠抓整式、分式、二次根式的化简与求值, 掌握各种因式分解的方法. (2) 分析题型, 训练思维. 开放探索题、合情推理题和阅读理解题侧重于考查数学思想方法和解决问题能力, 解题时一定要重视分析过程, 总结解题方法, 如可采用图示、猜想、归纳、计算、验证等方法, 做到以不变应万变. 在研究问题时, 先从简单(或特殊)的情况入手, 通过研究简单(或特殊)情况下数量之间的变化关系, 从而猜测、归纳复杂(或一般)情况下存在的一般规律. (3) 查漏补缺, 落到实处. 解题时所犯的某个错误的背后, 往往隐藏着某个知识的漏洞. 因此要提高复习效率, 必须正确地对待错误. 除了认真订正之外, 还需找出错误的原因, 这样才能不断完善自己的知识体系, 达到查漏补缺的效果.

过关演练



1 选择题

001. 若 a, b 均为实数, 下列说法中正确的是().

(A) 若 $a + b = 0$, 那么 a, b 互为相反数

(B) a 的倒数是 $\frac{1}{a}$

(C) $\sqrt{a^2} = a$

(D) b^2 是一个正数

002. 一个自然数的算术平方根为 a , 则和这个自然数相邻的下一个自然数是().

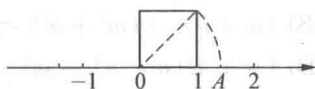
- (A) $a+1$ (B) a^2+1 (C) $\sqrt{a^2+1}$ (D) $\sqrt{a}+1$

003. 如果 $|x+3|=-x-3$, 那么点 $A(x, 3)$ 在().

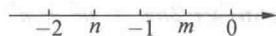
- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

004. 如图, 以数轴的单位长线段为边作一个正方形, 以数轴的原点为旋转中心, 将过原点的对角线顺时针旋转, 使对角线的另一端点落在数轴正半轴的点 A 处, 则点 A 表示的数是().

- (A) $1\frac{1}{2}$ (B) 1.4 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$



第 004 题图



第 005 题图

005. 实数 m, n 在数轴上的位置如图所示, 则下列不等关系(①~④)中正确的有().

- ① $n > m$, ② $n^2 > m^2$, ③ $n^0 > m^0$, ④ $|n| > |m|$.

- (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个

006. 当 $0 < x < 1$ 时, $x, \frac{1}{x}, x^2$ 的大小顺序是().

- (A) $\frac{1}{x} < x < x^2$ (B) $x < x^2 < \frac{1}{x}$

- (C) $x^2 < x < \frac{1}{x}$ (D) $\frac{1}{x} < x^2 < x$

007. 若代数式 $2y^2 + 3y = 1$, 则代数式 $4y^2 + 6y - 9$ 的值是().

- (A) 2 (B) 17 (C) -7 (D) 7

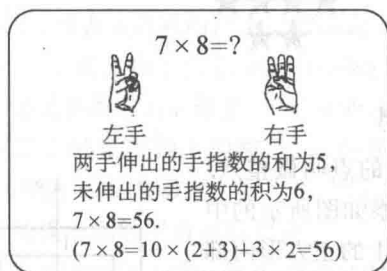
008. 正方形的面积为 S_1 , 圆形的面积为 S_2 , 如果正方形和圆形的周长相等, 则 S_1 与 S_2 的大小关系是().

- (A) $S_1 > S_2$ (B) $S_1 < S_2$ (C) $S_1 = S_2$ (D) 无法比较

009. 若 $a \leq 0$, 化简 $|a - \sqrt{a^2}|$ 的结果是().

- (A) 0 (B) $2a$ (C) $-2a$ (D) $2a$ 或 $-2a$

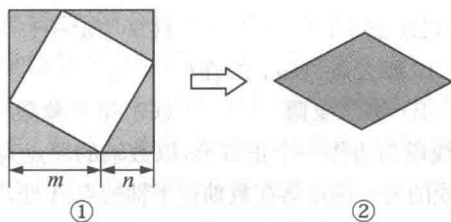
010. 法国的“小九九”从“一一得一”到“五五二十五”和我国的“小九九”是一样的, 之后的就改用手势了. 下面两个图框(如图所示)是用法国“小九九”计算 7×8 和 8×9 的两个示例. 若用法国的“小九九”计算 7×9 , 左、右手依次伸出手指的个数是().



第 010 题图

- (A) 2, 3 (B) 3, 3 (C) 2, 4 (D) 3, 4

011. 如图①是一个边长为 $(m+n)$ 的正方形, 小东同学将图①中的阴影部分拼成图②的形状, 由图①和图②能验证的式子是().



第 011 题图

(A) $(m+n)^2 - (m-n)^2 = 4mn$

(B) $(m+n)^2 - (m^2 + n^2) = 2mn$

(C) $(m-n)^2 + 2mn = m^2 + n^2$

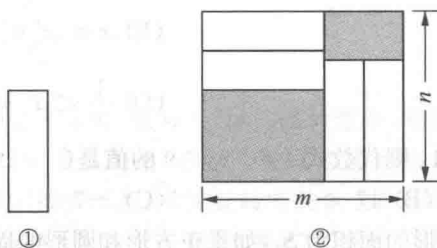
(D) $(m+n)(m-n) = m^2 - n^2$

012. 若实数 x, y, z 满足 $(x-z)^2 - 4(x-y)(y-z) = 0$, 则下列式子一定成立的是().

(A) $x+y+z=0$ (B) $x+y-2z=0$ (C) $y+z-2x=0$ (D) $z+x-2y=0$

013. 把四张形状大小完全相同的小长方形卡片(如图①)不重叠地放在一个底面为长方形(长为 m cm, 宽为 n cm)的盒子底部(如图②), 盒子底面未被卡片覆盖的部分用阴影表示, 则图中两块阴影部分的周长和是().

(A) $4m$ cm (B) $4n$ cm (C) $2(m+n)$ cm (D) $4(m-n)$ cm



第 013 题图

014. 如图所示, 下列图形都是由同样大小的五角星按一定的规律组成, 其中图①一共有 2 个五角星, 图②一共有 8 个五角星, 图③一共有 18 个五角星……则图⑥中五角星的个数为().

(A) 50 (B) 64 (C) 68 (D) 72



第 014 题图

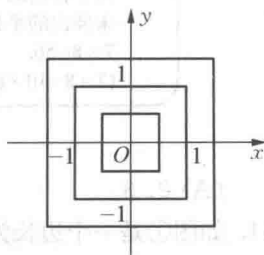
015. 在直角坐标系中, 我们把横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 且规定, 正方形的内部不包含边界上的点. 观察如图所示的中心在原点、一边平行于 x 轴的正方形: 边长为 1 的正方形内部有 1 个整点, 边长为 2 的正方形内部有 1 个整点, 边长为 3 的正方形内部有 9 个整点……则边长为 8 的正方形内部的整点的个数为().

(A) 64

(B) 49

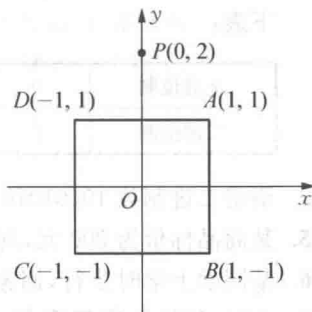
(C) 36

(D) 25



第 015 题图

016. 如图,在平面直角坐标系中,正方形 $ABCD$ 的顶点分别为 $A(1, 1)$ 、 $B(1, -1)$ 、 $C(-1, -1)$ 、 $D(-1, 1)$, y 轴上有一点 $P(0, 2)$. 作点 P 关于点 A 的对称点 P_1 , 作 P_1 关于点 B 的对称点 P_2 , 作点 P_2 关于点 C 的对称点 P_3 , 作 P_3 关于点 D 的对称点 P_4 , 作点 P_4 关于点 A 的对称点 P_5 , 作 P_5 关于点 B 的对称点 P_6 ……按如此操作下去, 则点 P_{2015} 的坐标为().

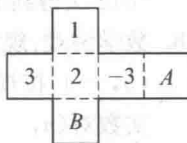


第016题图

- (A) $(0, 2)$ (B) $(2, 0)$
(C) $(0, -2)$ (D) $(-2, 0)$

2 填空题

017. 已知 $A = 2x^2 + 3xy - 2x - 1$, $B = -x^2 + xy - 1$, 且 $3A + 6B$ 的值与 x 无关, 则 y 的值为_____.
018. 如图是一个正方体纸盒的展开图, 在其中的四个正方形内标有数字 1、2、3 和 -3, 要在其余两个正方形内分别填上 -1、-2, 使得按虚线折成正方体后, 相对面上的两个数互为相反数, 则 A 处、 B 处所填的数字之和为_____.



第018题图

019. 已知 x 、 y 是实数, 且满足 $|x-3| + \sqrt{y-6} = 0$, 则以 x 、 y 为两边的等腰三角形的周长是_____.
020. 已知 a 、 b 为两个连续的整数, 且 $a < \sqrt{28} < b$, 则 $a+b =$ _____.
021. 定义运算 $a \otimes b = a(1-b)$, 下面给出了关于这种运算的四个结论:
① $2 \otimes (-2) = 6$ ② $a \otimes b = b \otimes a$
③ 若 $a+b=0$, 则 $(a \otimes a) + (b \otimes b) = 2ab$ ④ 若 $a \otimes b = 0$, 则 $a = 0$.
其中正确结论的序号是_____ (填上所有你认为正确的结论序号).

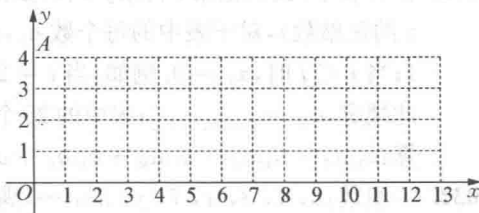
022. 如图, 点 O 、 A 在数轴上表示的数分别是 0、0.1. 将线段 OA 分成 100 等份, 其分点由左向右依次为 $M_1, M_2, \dots, M_{99}$; 再将线段 OM_1 分成 100 等份, 其分点由左向右依次为 $N_1, N_2, \dots, N_{99}$; 继续将线段 ON_1 分成 100 等份, 其分点由左向右依次为 $P_1, P_2, \dots, P_{99}$.



第022题图

则点 P_{37} 所表示的数用科学记数法表示为_____.

023. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 我们把横纵坐标都是整数点的叫做整点. 已知点 $A(0, 4)$, 点 B 是 x 轴正半轴上的整点, 记 $\triangle AOB$ 内部 (不包括边界) 的整数点个数为 m , 当 $m=3$ 时, 点 B 的横坐标的所有可能值是_____; 当点 B 的横坐标为 $4n$ (n 为正整数) 时, $m =$ _____ (用含 n 的代数式表示).



第023题图

024. 在计数制中, 通常我们使用的是“十进制制”, 即“逢十进一”. 而计数制方法很多, 如 60 进制制: 60 秒化为 1 分, 60 分化为 1 小时; 24 进制制: 24 小时化为 1 天; 7 进制制: 7 天化为 1 周等……而二进制制是计算机处理数据的依据. 已知二进制制与十进制制的比较如

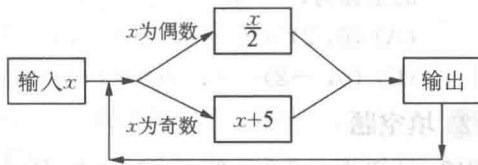
下表:

十进制制	0	1	2	3	4	5	6	...
二进制制	0	1	10	11	100	101	110	...

请将二进制数 10101010 写成十进制数为_____.

025. 某商品标价为 800 元, 现按九折销售, 仍可获利 20%, 则此商品的进价为_____元.

026. 某同学上学时步行, 回家时乘车. 路上共用 a 小时; 如果往返都乘车, 则共需 b 小时, 那么往返都步行需要_____小时.

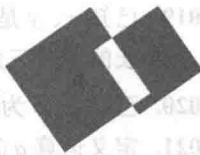


第 027 题图

027. 按如图所示的程序计算, 若开始输入的 x 的值为 48, 我们发现第一次得到的结果为 24, 第 2 次得到的结果为 12…… 请你探索第 2015 次得到的结果为_____.

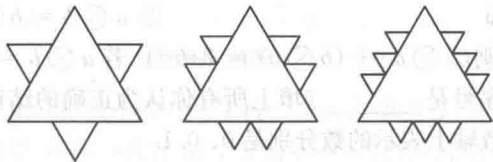
028. 数学游戏: 规定, 对任意实数对 (a, b) , 按规则会得到一个新的实数: $a^2 + b + 1$. 例如对 $(5, -1)$ 按规则会得到 $5^2 + (-1) + 1 = 25$. 如果实数对 $(-3, 2)$ 按规则得到实数 n , 那么实数对 $(n, -1)$ 按规则得到的实数是_____.

029. 如图, 两个正方形的面积分别为 16、9, 两阴影部分的面积分别为 a 、 b ($a > b$), 则 $(a - b)$ 等于_____.



第 029 题图

030. 如图, 已知一个面积为 S 的等边三角形, 现将其各边 n (n 为大于 2 的整数) 等分, 并以相邻等分点为顶点向外作小等边三角形如图所示.



第 030 题图

(1) 当 $n = 8$ 时, 共向外作出了_____个小等边三角形, 每个小等边三角形的面积为_____;

(2) 当 $n = k$ 时, 共向外作出了_____个小等边三角形, 这些小等边三角形的面积和为_____. (用含 k 的式子表示)

031. 在右表中, 我们把第 i 行第 j 列的数记为 a_{ij} (其中 i, j 都是不大于 5 的正整数), 对于表中的每个数 a_{ij} , 规定如下: 当 $i \geq j$ 时, $a_{ij} = 1$; 当 $i < j$ 时, $a_{ij} = 0$. 例如: 当 $i = 2, j = 1$ 时, $a_{ij} = a_{21} = 1$. 按此规定, $a_{13} =$ _____; 表中的 25 个数中, 共有_____个 1; 计算: $a_{11}a_{11} + a_{12}a_{22} + a_{13}a_{33} + a_{14}a_{44} + a_{15}a_{55}$ 的值为_____.

a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}
a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}
a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}
a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}
a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}	a_{55}

032. 一组数: 2, 1, 3, x , 7, y , 23, ..., 满足“从第三个数起, 前两个数依次为 a, b , 紧随其后的数就是 $2a - b$ ”, 例如这组数中的第三个数“3”是由“ $2 \times 2 - 1$ ”得到的, 那么这组数中 y 表示的数为_____.

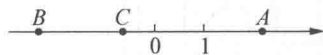
033. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 $P(x, y)$, 我们把点 $P(-y+1, x+1)$ 叫做点 P 的伴随点. 已知点 A_1 的伴随点为 A_2 , 点 A_2 的伴随点为 A_3 , 点 A_3 的伴随点为 A_4 , ..., 这样依

次得到点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$. 若点 A_1 的坐标为 $(3, 1)$, 则点 A_3 的坐标为 _____, 点 A_{2014} 的坐标为 _____; 若点 A_1 的坐标为 (a, b) , 对于任意的正整数 n , 点 A_n 均在 x 轴上方, 则 a, b 应满足的条件为 _____.

3 解答题

034. 实数 a, b, c 在数轴上对应的点分别是 A, B, C , 其位置如图所示.

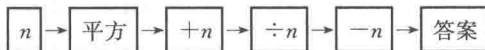
试化简: $|c| - |c + b| + |a - c| + |b + a|$.



第 034 题图

035. 给出三个多项式 $X = 2a^2 + 3ab + b^2$, $Y = 3a^2 + 3ab$, $Z = a^2 + ab$, 请你任选两个进行加(或减)法运算, 再将结果分解因式.

036. 按下列程序计算把答案写在表格内:



(1) 填写表格

输入 n	3	$\frac{1}{2}$	-2	-3	...
输出答案	1				...

(2) 请将题中计算程序用代数式表达出来, 并化简.

037. 已知 $a^2 - 3a + 1 = 0$, 求 $\frac{a^2}{a^4 + 1}$ 的值.

038. 已知 $a+b+c=0$, 求 $a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ 的值.

039. 某出租车沿一条笔直公路东、西行驶, 向东为正, 向西为负, 某天早上从 A 地出发, 到下午回家时所走的路程如下(单位: 千米):

$$+8, -9, +4, +7, -2, -10, +18, -3, +7, +5.$$

(1) 问下午回家时离出发点 A 有多少千米?

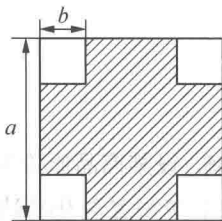
(2) 若该出租车每千米耗油 0.3 升, 问从 A 地出发到下午回家时, 共耗油多少升?

040. 为了求 $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{100}$ 的值, 可令 $S=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{100}$, 则 $2S=2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{101}$, 因此 $2S-S=2^{101}-1$, 所以 $S=2^{101}-1$, 即 $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{100}=2^{101}-1$. 仿照以上推理计算 $1+3+3^2+3^3+\cdots+3^{2014}$ 的值.

041. 如图,在一块边长为 a cm 的正方形纸板四角,各剪去一个边长为 b cm ($b < \frac{a}{2}$) 的正方形.

(1) 用代数式表示剩余面积;

(2) 利用因式分解计算,当 $a = 13.2$, $b = 3.4$ 时,剩余部分的面积.



第 041 题图

042. 观察下列等式:

$$\text{第一个等式: } a_1 = \frac{3}{1 \times 2 \times 2^2} = \frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 2^2};$$

$$\text{第二个等式: } a_2 = \frac{4}{2 \times 3 \times 2^3} = \frac{1}{2 \times 2^2} - \frac{1}{3 \times 2^3};$$

$$\text{第三个等式: } a_3 = \frac{5}{3 \times 4 \times 2^4} = \frac{1}{3 \times 2^3} - \frac{1}{4 \times 2^4};$$

$$\text{第四个等式: } a_4 = \frac{6}{4 \times 5 \times 2^5} = \frac{1}{4 \times 2^4} - \frac{1}{5 \times 2^5}.$$

按上述规律,回答下列问题:

(1) 用含 n 的代数式表示第 n 个等式: $a_n = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) 计算: $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{20}.$

043. 计算: $\left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) - \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right).$

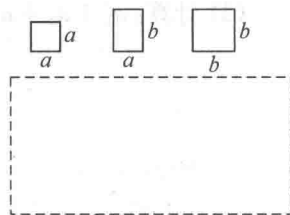
044. 已知 $a_1 = x$, $a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$).

(1) 求 a_2, a_3, a_4 ;

(2) 求 $a_{2012} \cdot a_{2013} \cdot a_{2014}$.

045. 设某商品原价为 a 元, 现先涨价 $p\%$, 再降价 $q\%$, (1) 求所得到的该商品的价格; (2) 若 $p = q > 0$, 则所得到的该商品的价格与原价相比有无变化? 若有变化, 是比原价贵还是比原价便宜?

046. 现有 $a \times a$, $b \times b$ 的正方形纸片和 $a \times b$ 的矩形纸片各若干块, 如图, 试选用这些纸片 (每种纸片至少用一次), 在下面的虚线方框中拼一个矩形 (每两块纸片之间既不重叠, 也无空隙, 拼出的图中必须保留拼图的痕迹), 使拼出的矩形面积为: $a^2 + 5ab + 4b^2$, 并标出此矩形的长和宽.



第 046 题图

047. 我国古代数学家秦九韶在《数书九章》中记述了“三斜求积术”，即已知三角形的三边长，求它的面积. 用现代式子表示即为：

$$S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[a^2 b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \right)^2 \right]} \quad ①$$

(其中 a 、 b 、 c 为三角形的三边长, S 为面积).

而另一个文明古国古希腊也有求三角形面积的海伦公式：

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad ②$$

(其中 $p = \frac{a+b+c}{2}$).

- (1) 若已知三角形的三边长分别为 5、7、8, 试分别运用公式①和公式②, 计算该三角形的面积 S ;
- (2) 你能否由公式①推导出公式②? 请试试.

048. 问题探索：

- (1) 已知一个正分数 $\frac{n}{m}$ ($m > n > 0$), 如果分子、分母同时增加 1, 分数的值是增大还是减小? 请证明你的结论;
- (2) 若正分数 $\frac{n}{m}$ ($m > n > 0$) 中分子和分母同时增加 2, 3, $\dots$, k (整数 $k > 0$), 情况如何?
- (3) 请你用上面的结论解释下面的问题:
建筑学规定: 民用住宅窗户面积必须小于地板面积, 但按采光标准, 窗户面积与地板面积的比应不小于 10%, 并且这个比值越大, 住宅的采光条件越好. 问同时增加相等的窗户面积和地板面积, 住宅的采光条件是变好还是不好? 请说明理由.