



工业和信息化部“十二五”规划教材

传热与流体 流动的数值计算

NUMERICAL HEAT
TRANSFER AND FLUID FLOW

主 编	田瑞峰	刘平安	
副主编	霍 岩	李树声	邹高万
主 审	王 革		

HEUP 哈尔滨工程大学出版社



工业和信息化部“十二五”规划教材

传热与流体 流动的数值计算

NUMERICAL HEAT
TRANSFER AND FLUID FLOW

主 编 田瑞峰 刘平安
副主编 霍 岩 李树声 邹高万
主 审 王 革

HEUP 哈尔滨工程大学出版社

内 容 简 介

本书介绍了传热和流体流动数值计算中最常用的有限体积法和有限差分法,具体内容包括描述传热和流体流动问题的基本控制方程组,控制方程的通用形式及其分类;有限体积法离散控制方程,压力修正算法对控制方程组求解顺序特殊的处理,离散后得到的代数方程组的求解;有限差分法的概念和一般差分格式,离散方程的数学特性;湍流模型概述;网格生成技术概述。本书是为学习数值求解传热与流体流动问题的初学者而编写的。书中强调物理概念、突出应用。

本书可作为工学类硕士研究生和高年级本科生学习数值求解传热与流体流动问题的入门教材,也可供对该领域感兴趣的相关人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

传热与流体流动的数值计算/田瑞峰,刘平安主编.
—哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2015.8
ISBN 978-7-5661-1104-3

I. ①传… II. ①田… ②刘… III. ①传热学-数值
计算 ②流体流动-数值计算 IV. ①TK124 ②O351.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 190712 号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传 真 0451-82519699
经 销 新华书店
印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司
开 本 787 mm × 1092 mm 1/16
印 张 28.75
字 数 756 千字
版 次 2015 年 8 月第 1 版
印 次 2015 年 8 月第 1 次印刷
定 价 65.00 元
<http://www.hrbeupress.com>
E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前言

描述传热与流体流动规律的一些基本方程通常都是非线性的偏微分方程,因而只能对较简单的问题求解析解。就目前的数学手段而言,采用经典的解析方法来求解工程实际中许多感兴趣的问题几乎是难以实现的。随着计算机技术的发展,应用计算机数值求解描述这类问题的复杂的偏微分方程取得了很大的进展和成就,这种方法被称为计算传热学或计算流体力学。计算传热学和计算流体力学不是去求解微分方程的解析解,而是去寻求流场中许多离散节点上物理量的具体的数值解,是进行偏微分方程的近似数值计算。当前数值求解已能计算大量理论流体力学所不能解决的实际问题。

在传热与流体流动问题的数值计算研究中,主要存在两种思路,一种是应用数学家针对空气动力学问题发展的可压缩流动的计算方法,以有限差分法为主,习惯上称其为计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD);另一种是物理学家针对传热问题发展的不可压缩流动的计算方法,以有限体积法为主,习惯上称为计算传热学(Numerical Heat Transfer, NHT)。通过某种特殊处理,两种思路都试图将自身的方法推广到另一种思路所侧重的问题上去,且目前已经实现。

流体流动和传热现象十分复杂,其中不少课题均可并且已经形成独立的学科;数学模型和数值计算方法也名目繁多。想要花费较少的时间去历数各类传热和流体流动现象、各类数学模型和数值方法,几乎是不可能的;而且对于初学者来说也没有这个必要。许多专门讲解计算流体力学的书籍,由于需要较多的数学知识,而显得晦涩难懂。当前各种计算流体力学和计算传热学商品软件在使用中也存在诸多问题,许多人在应用已有软件进行工程分析时常处于知其然而不知其所以然的尴尬境地。基于这些原因,非常需要一本书能够突出介绍传热与流体流动数值计算的核心算法,而又尽量避免深奥的数学知识,特别是为初学者克服最初的入门障碍,以便激发他们对计算传热学和计算流体力学学习的兴趣,建立信心,为愿意继续学习更深入的相关知识做好铺垫。为使初学者在阅读本书之后能够掌握数值求解传热和流体流动现象的一般方法,可针对千差万别的实际问题编写出计算程序,并得到合理的解答或更能顺畅地使用商品软件,书中内容的阐述力求做到:以较简单的数学方程来阐明计算传热学和计算流体力学的基础知识。

当前传热和流体流动问题的数值计算方法有多种,如有限体积法、有限差分法、有限元法、谱分析法、各类格子类方法等,每一种方法都有其特点和适用范围。在这些众多的方法中,有限体积法由于其物理意义明确、实施过程简便、数值特性优良而获得了特别广泛的应用,是当前主流通用计算流体力学和计算传热学商品软件(如 PHOENICS, FLUENT, STAR-CD, CFX)中最常用的核心算法,也是最为成熟的一种方法。特别是自 20 世纪 80 年代以来,由于非结构化网格和自适应网格技术的发展,使有限体积法更是得到了长足的进步;而且在有限体积法中引入非结构化网格后,使有限体积法与有限元法之间的差别缩小了。值得指出的是,虽然有限体积法表现出优异的程序通用性和对求解域的广泛适应性,但因为

这样的理由而只是去学习有限体积法的知识是不够的。原因主要有以下几个方面:

第一方面,有限差分法是有限体积法的基础,有限体积法是在有限差分法的基础上发展起来的。

第二方面,如何分析和判断一个离散格式的有效性和可靠性,即采用不同离散格式得到的离散方程的数学特性(相容性、收敛性、稳定性、数值耗散与色散)的分析,必须借助于有限差分法才能完成。有限体积法是从物理概念入手,容易理解和接受,但其缺点是难以透彻理解各物理量的内在联系,即无法直观反映出离散格式的内在微观特性。数学是我们深入理解各种物理现象的有效工具,对离散格式进一步地理解和精细分析需要采用有效的数学手段,从物理概念入手的有限体积法难以胜任这一工作。很多初学者学习完计算传热学(有限体积法)后,再去学习计算流体力学(有限差分法)时仍然感到有些吃力和困难。其主要的原因在于有限差分法以及其他的方法更多的是建立在数学概念上的,需要学习者有较为扎实的数学功底。

第三方面,有限差分法简便易行、格式和离散方案丰富多彩,求解变量设置随意,是初学者练习编写小程序,以便深刻理解数值计算精髓很好的锻炼方法。

第四方面,有限差分法在当前仍然被广泛使用,特别是在航空航天领域更是必不可少。

综上所述,对于学习传热与流体流动数值计算的初学者而言,在进行学习内容的安排时应当以涵盖有限体积法和有限差分法两方面的内容为优选。两种方法是否应有所侧重,得依据使用者将来所要从事的专业情况来具体取舍。同时,对于初学者要立足基础和突出物理概念,数学模型上最好循序渐进、由浅入深。一方面,学习中如果一味地强调物理而避开数学,这样的学习是不会深入的。其原因在于,精确科学的目标就是通过数学去简化自然界的问题,从而确定出描述物理问题的各参数之间的关系。另一方面,片面追求起点高、内容深,这会使初学者感到畏惧,敬而远之,从而失去继续深入学习的兴趣。

本书定位的阅读对象是初学者,书中试图将计算传热学(有限体积法)和计算流体力学(有限差分法)学习时必备的基础知识有机融合在一起,且偏重于有限体积法多些,期望能给初学者建立一个较为完整的传热与流体流动问题数值计算的知识构架。本书有两个特点:第一,由浅入深,循序渐进。没有流体力学和传热学的基本知识,用计算机来数值求解传热和流体流动问题就无从谈起。因此在学习计算方法的基本原理之前,先要熟悉流体力学和传热学的基本控制方程,然后才能讨论如何数值求解这些方程。学习数值方法又是从物理概念最清晰的有限体积法入手,从一维稳态导热问题开始,然后扩展到二维和三维稳态导热,再到对流-扩散方程,最后是非稳态问题,使得控制方程的离散化过程清楚、明了。这一过程中不需要复杂的数学知识,能够增强初学者的信心。通过前面的学习,已具备一定的基础后,然后再介绍有限差分的基本概念、古典的差分格式和离散方程的数学特性分析,数值求解方法中主要介绍了经典的易于理解的基于时间推进求解的 Lax - Wendroff 方法和 MacCormack 方法。再后面内容安排是湍流模型和网格生成技术。第二,重点突出,繁简得当。本书只对 CFD 和 NHT 中最基础的内容进行了详细介绍,并没有去介绍该领域当前研究的前沿方法。对前沿研究感兴趣的读者可以去阅读相关文献。

全书共 8 章。第 1 章绪论,介绍了传热和流体流动的基本概念及其发展简史,几个通用的商品软件和数值求解传热与流体流动问题的基本思路。第 2 章介绍了描述传热与流体流动问题的控制方程组、控制方程的分类及其模型化,这一章内容是进行数值求解的前提和基础。第 3 章阐述的是如何采用有限体积法去离散控制方程。第 4 章给出的是 N - S 方程



组求解顺序及求解方式特殊处理的压力修正算法。第5章是关于如何求解经离散化过程后得到的代数方程组。第3,4,5章构成了有限体积法数值求解 $N-S$ 方程组的完整理论体系。第6章介绍的是有限差分法,介绍了有限差分的概念及其古典差分格式构造,离散方程的数学特性分析,有限差分法求解控制方程的算法。第7章为湍流模型概述。黏性引起湍流,湍流给流体运动以很大的影响,湍流模型制约着数值计算的准确性。这一章先对湍流及其特征进行了介绍,然后主要介绍了 RANS 方法和 LES 方法。第8章为网格生成技术,首先讨论各类结构化网格生成方法,然后对非结构化网格生成方法进行了介绍。

2005年,作者开始为哈尔滨工程大学核科学与技术、热能工程专业的硕士研究生开设“数值传热学”课程,当时采用陶文铨院士的《数值传热学》作为教材,后来陆续又有供热/供燃气/通风及空调工程、防灾减灾工程及防护工程、航空宇航推进理论与工程、飞行器设计等专业的硕士研究生加入到该课程的选修中来。不同专业的学生具有不同的知识背景,他们将要从事的研究又属不同的学科,这就促使我们对教学内容进行调整。学生背景知识不一样,起点不一致,要求本门课程的主线要明确,知识脉络要清晰、完整;不同专业的学生将从事不同学科的研究,要求本门课程的内容要有广泛的适应性。基于这样的想法,在借鉴 H. K. Versteeg 和 W. Malalasekera 撰写的 *An Introduction to Computational Fluid Dynamics—the Finite Volume Method* 以及 J. D. Anderson 撰写的 *Computational Fluid Dynamics—the Basics with Applications* 这两本书中阐述数值求解内容思路的基础上,逐渐集成了课程讲义。本书是在课程讲义的基础上整理而成。

本书编写过程中参照了许多著作,已按参考的先后顺序在参考文献中详细列出,其中不乏优秀和经典之作,在此对这些著作的作者表示诚挚的谢意。

本书承蒙哈尔滨工程大学王革教授审阅,并提出了许多宝贵意见,使我们获益匪浅,特致谢意;感谢彭惠生同学阅读了本书初稿后提出的有益建议;感谢国家自然科学基金资助项目(51206030)在本书出版中所提供的资助;哈尔滨工程大学出版社为本书的出版给予很多的帮助,在此一并表示感谢。

由于作者学识有限,书中定有谬误和不妥之处,恳请读者给予批评和指正。

编 者

2015年1月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 数值求解传热与流体流动问题概述	1
1.2 常用的通用 CFD 和 NHT 商品软件简介	9
1.3 如何学好 CFD 和 NHT	19
参考文献	21
第 2 章 传热与流体流动问题的数学描述	23
2.1 描述流体运动的方法	23
2.2 质点导数	28
2.3 黏性流体运动的控制方程	31
2.4 直角坐标系下控制方程的表达	43
2.5 流体力学方程的计算形式	53
2.6 控制方程的简化与模型方程	65
2.7 控制方程的类型	71
参考文献	85
第 3 章 有限体积法控制方程的离散化	86
3.1 常用的微分方程离散化方法	86
3.2 直角坐标系中网格划分	103
3.3 稳态导热问题微分方程的离散化	105
3.4 稳态对流 - 扩散问题微分方程的离散化	125
3.5 非稳态问题控制方程的离散化	182
参考文献	195
第 4 章 N - S 方程组求解的压力修正算法	196
4.1 压力 - 速度耦合问题的计算难点	196
4.2 交错网格技术	201
4.3 稳态问题交错网格的 SIMPLE 算法	211
4.4 SIMPLE 算法的发展	217
4.5 稳态问题同位网格的 SIMPLE 算法	228
4.6 非稳态流场的计算	234
参考文献	236
第 5 章 离散方程的求解方法	237
5.1 流场的数值解法分类	237
5.2 代数方程组的求解简介	239
5.3 直接解法	242
5.4 迭代法	247

参考文献	261
第 6 章 有限差分法	262
6.1 导数的差商近似	262
6.2 有限差分法控制方程离散化	275
6.3 离散方程的数学特性	294
6.4 有限差分法求解控制方程的方法	315
参考文献	329
第 7 章 湍流模型	330
7.1 湍流运动概述	330
7.2 传统的模式理论方法	337
7.3 大涡模拟方法 (LES)	373
7.4 对湍流模型的总结	384
参考文献	386
第 8 章 网格生成技术	389
8.1 概述	389
8.2 曲线坐标系下的控制方程	400
8.3 结构化网格生成技术	414
8.4 非结构化网格生成技术	438
8.5 网格生成技术的发展	445
参考文献	451

第 1 章 绪 论

1.1 数值求解传热与流体流动问题概述

计算流体力学 (Computational Fluid Dynamics, CFD) 和计算传热学 (Numerical Heat Transfer, NHT) 是 20 世纪 60 年代起伴随计算机技术的发展而迅速崛起的学科, 其成熟的标志是各种通用的 CFD 和 NHT 商品软件的出现, 且为工业界广泛接受, 性能日趋完善, 应用范围也不断扩大。CFD 和 NHT 在 20 世纪 70 年代以来的成就, 显示出它在人类深入研究各种流动现象, 以及在工业和工程应用方面的强大生命力, 在航空、气象、海洋、流体机械、建筑和车辆设计等各个领域都显示出巨大作用。近年来, 由于计算机速度和信息存储能力的大幅度提高, 特别是计算机自动生成三维物体网格能力的迅速发展, 计算机软件水平突飞猛进, 给科学发展和工程应用设计带来了根本性的变化。

作为一门崭新的学科, CFD 和 NHT 主要研究描述各种流体传热与流体流动现象, 它的目标是在工程上尽可能用数值实验代替实物实验, 用计算机模拟自然环境、设计生物体和工程机械装置。计算机的大量使用, 大型通用 CFD 和 NHT 商品软件的成熟, 彻底改变了人们在工程和工业产品实验及设计中的传统观念。通过数值模拟对工作过程细节的了解, 工程装置的优化设计已经成为一种新的设计手段。数值模拟可以做到预报真实的流体机械、换热与燃烧装置、工业炉、大气污染等现象的全过程, 可以得到设计所需的各种定量数据, 又能把实验所需的人力、物力及财力减到最低限度, 实现了真正意义的设计革命。通用计算机软件的发展, 使数值仿真技术成为与实体实验同样有效的手段。在计算机程序中, 改变物理和化学因素, 以及改变环境条件都比在实验室中改变这些参数要容易得多。应用数值计算技术既可以加快研究速度, 又可以拓宽研究参数的变化范围, 从而增加科研的深度和广度。

至今, CFD 和 NHT 技术的应用早已超越传统的流体力学和传热学的范畴, 在工业和非工业领域显示出强大的功能, 主要领域包括: 各种飞行器和汽车空气动力学; 船舶水动力学; 环境工程中污染物的排放和流出; 水力和海洋学; 各种机车中的发动机和燃气轮机; 涡轮机械、泵和风机中旋转通道内部的流动、扩散等; 燃烧空气动力学、火灾和爆炸; 电气和电子工程设备的冷却; 化学工艺过程中的混合、分离和聚合; 建筑物内部和外部环境; 海上建筑物的负荷; 气象学中的天气预报; 核能的应用, 等等。

1.1.1 什么是 CFD 和 NHT

传热、流体流动和燃烧问题是热工、核类专业与动力机械专业所研究、解决的主要问题之一, 燃烧问题实际上有化学反应的传热与流体流动问题, 推而广之, 在所有热物理过程中, 几乎都涉及传热和流体流动问题。对于传热问题, 其核心是求解温度场, 对于流体流动问题其核心是求解速度场。

对流体流动和传热过程的分析有三种方法: 理论分析方法、实验方法和数值模拟。

(1) 理论方法。理论分析是以数学分析为基础,求解描述传热和流体流动物理过程的定解问题,获得函数形式的解,表示求解区域内物理量连续分布的场(速度场、温度场和浓度场等)。

(2) 实验方法。在原型和全比例模型中实地测量,可得到有关物理过程的最可靠、最准确的信息。但在大多数情况下,原型或全比例实验十分昂贵或难以实现,替代的办法则是在小比例模型上进行实验,再将小比例模型上的测量结果按一定的比例扩展到原型。

(3) 数值模拟方法。以数值计算为基础,借助电子计算机求解物理过程的方法。把数值模拟的方法应用于流体流动问题的求解则为计算流体力学(CFD),应用于传热问题的求解则为计算传热学(NHT)。

所谓 CFD 和 NHT 就是通过计算机数值计算和图像显示,对包含流体流动和热传递等相关物理现象的系统进行数值分析的一门学科。

用计算机求解各种各样的传热与流体流动问题时必须首先从给定的微分方程或基本定律出发,建立在物理上合理、数学上适定、适合于在计算机上进行计算的离散的有限数学模型,才能在计算机上求解。CFD 和 NHT 的基本思想可以归结为:把原来在时间域和空间域上连续的物理量的场,如速度场、温度场和压力场,用一系列有限个离散点上的变量值的集合来代替,通过一定的原则和方式建立起关于这些离散点上场变量之间关系的代数方程组,然后求解代数方程组获得场变量的近似值。

用电子计算机对热物理问题进行数值计算就像在实验室中对该现象进行实验测定一样,因此有时也称之为“数值实验”。随着高速、大容量电子计算机的发展,特别是微型计算机的普及和推广,这种数值实验的方法越来越被更多的科技人员掌握和应用,成为解决流体流动和传热问题物理过程的一种重要方法。

理论分析的优点在于所得结果具有普遍性,各种影响因素清晰可见,它也是指导实验研究和验证新的数值计算方法的理论基础。但是,理论分析的研究对象在物理性质上必须简化,在几何表现上必须规律,而且常常是针对线性的控制方程。即,只有高度简化或线性的某些理想化问题才能得到封闭解,得到流体运动的一般规律。对于非线性的情况,只有少数流动才能给出解析结果。

关于一个物理过程的最可靠的资料常常是由实验测量得到的,实验结果真实可信,它是理论分析和数值方法的基础,其重要性不容低估。然而,实验往往受到模型尺寸、流场扰动、人身安全、测量精度和测量技术的限制。此外,实验还会遇到经费投入、人力和物力的巨大耗费及周期长等许多困难。

数值模拟的突出长处是费用少,计算速度快,能给出详细和完备的资料,很容易模拟(特殊尺寸、高温、有毒、易燃等)真实条件和(实验中只能接近的)理想条件。但是,数值模拟的离散化处理不仅在数量上影响计算的精度,而且在性质上还会改变流动的特征。例如,产生数值黏性和色散等伪物理效应。此外,数值计算不仅要依赖于计算机能力、计算的可能性及其结果的准确性,而且还取决于合理的数学模型和有效的数值方法。

1.1.2 CFD 和 NHT 求解物理问题的一般过程

图 1.1.1 中给出了采用 CFD 和 NHT 方法求解一个物理问题的一般过程,概括起来为四个主要步骤:第一步,建立描述该物理问题的控制方程并给出对应的定解条件;第二步,网格划分,即将待计算的物理区域划分成一个个的小单元;第三步,方程离散化,将微分形

式或积分形式表达的控制方程及其定解条件化为代数方程组;第四步,求解离散化过程得到的代数方程组。

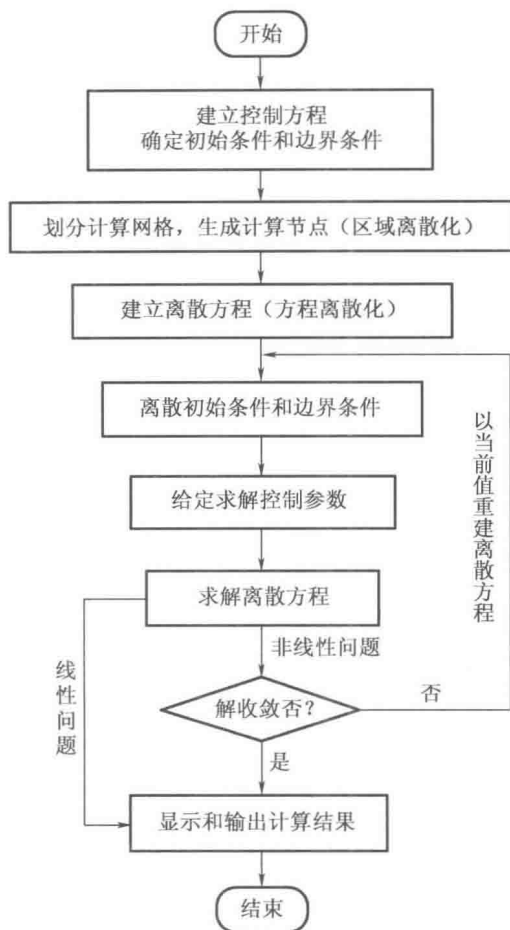


图 1.1.1 数值求解传热与流体流动问题的基本过程

由上面的四个主要步骤可以看出,数值求解传热和流体流动问题的前提是能够给出正确的控制方程及其定解条件,否则无法获得符合物理真实的解。建立控制方程就是要建立所要研究问题的物理模型和数学模型,即通常所说的数学物理模型。建立物理模型是指把实际的问题,通过相关的物理定律概括和抽象出来并满足实际情况的物理表征。比如,研究管道内的流体流动,抽象出来一个直管和黏性流体模型;或者认为管道内的液体是无黏的,使用一个直管和无黏流体模型;还有,根据热传导定律,认为固体的热流率是温度梯度的线性函数,相应的傅里叶定律就是导热问题的物理模型。因此,不难理解物理模型是对实际问题的抽象概念,对实际问题的一种描述方式,这种抽象包括了实际问题的几何模型、时间尺度以及相应的物理规律。数学模型就是对物理模型的数学描述,比如 $N-S$ 方程就是对黏性流体动力学的一种数学描述,值得注意的是,数学模型对物理模型的描述也是一个抽象和简化的过程。

1.1.3 数值求解传热与流体流动问题的两种思路

在流体传热与流体流动问题的数值计算研究中,主要存在两种典型思路(见图 1.1.2),一种是应用数学家针对空气动力学问题发展的可压缩流体流动的计算方法,通常称其为计算流体力学(CFD)或计算气体动力学;另一种是物理学家针对传热问题发展的不可压缩流体流动的计算方法,通常称其为计算传热学(NHT)。通过某种特殊处理,两种思路都试图将自身的方法推广到另一种思路所侧重的问题上。

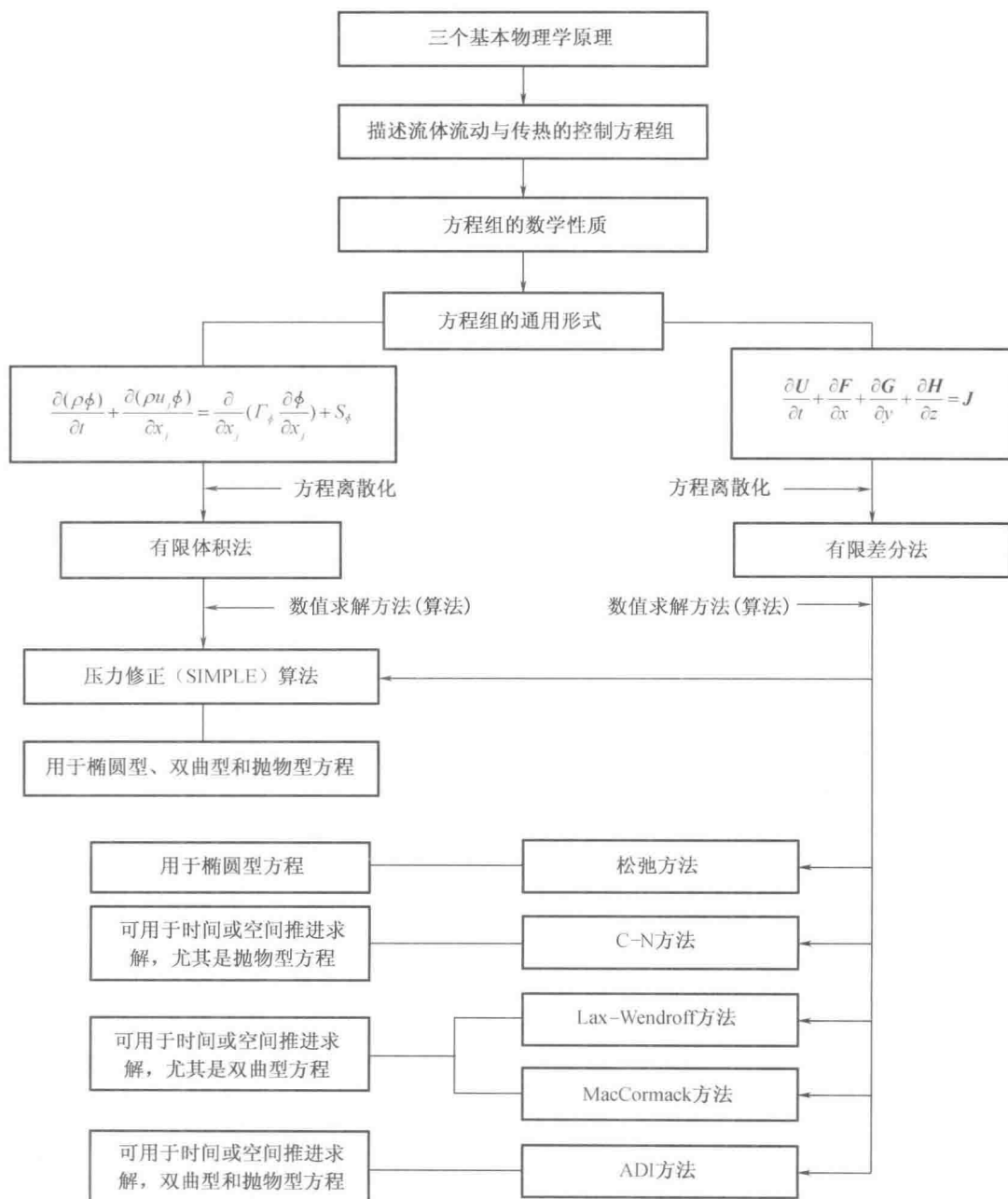


图 1.1.2 数值求解传热与流体流动问题的两种典型思路



1.1.4 CFD 和 NHT 的发展简史

1910~1917年,英国气象学家 L. F. Richardson 通过用有限差分法迭代求解 Laplace 方程的方法来计算圆柱绕流和大气流动,试图以此来预报天气。尽管他的方法失败了,但现在国际上一般认为, Richardson 的工作标志着计算流体力学的诞生。1965年, Harlow 和 Formm 在 *Scientific American* 杂志上发表了“流体动力学的计算机实验”一文;几乎是同时, Macagno 在法国 *La Houille Blanche* 杂志上发表了“水力学模拟的某些新方面”的论文。两篇文章第一次明确提出计算机实验和数值模拟的新概念,人们认为,这标志着计算流体力学作为一门独立学科正式形成。

CFD 和 NHT 方法用于求解流体流动及传热问题在全世界范围内逐渐形成规模而且得出有益的结果大致始于 20 世纪 60 年代。陶文铨院士在其撰写的《计算传热学的近代进展》一书中把 CFD 和 NHT 的发展分为三个阶段:第一阶段,萌芽初创时期(1965—1974);第二阶段,开始走向工业应用阶段(1975—1984);第三阶段,蓬勃发展与大量工业运用阶段(1985—)。其中 20 世纪 70 年代后期至 90 年代初期,是 CFD 发展最为迅速的黄金时期,在不到 20 年的时间里, CFD 无论在计算方法、网格生成方法等方面的理论研究,还是在飞机、导弹等领域的应用研究,都取得了突飞猛进的进步。较为详细的关于 CFD 和 NHT 发展简史的归纳可参见文献[1]和文献[2]。

1. 20 世纪 60 年代以前

自从 1687 年牛顿定律公布以来,直到 20 世纪 50 年代初,研究流体运动规律的主要方法有两种:一是实验研究,它以地面实验为研究手段;另一种是理论分析方法,它利用简单流动模型假设给出所研究问题的解析解。理论工作者在研究流体运动规律的基础上建立了各类型主控方程,提出了各种简化流动模型,给出了一系列解析解和计算方法。这些研究成果推动了流体力学的发展,奠定了今天 CFD 的基础,很多方法仍是目前解决实际问题时常采用的方法。然而仅采用这些方法研究较复杂的非线性流动现象是不够的,特别是不能满足 20 世纪 50 年代已开始高速发展起来的宇航飞行器绕流流场特性研究的需要。CFD 首先是随着计算技术和宇航飞行器的发展而发展且逐步形成的一门独立学科。

早在 20 世纪初, Runge (1908), Richardson (1910) 和 Liebmann 就提出了求解调和方程的五点差分离散格式和迭代解法。

1928 年, R. Courant, K. O. Friedrichs 和 H. Lewy 第一次提出了差分方法的收敛性问题,并证明了对双曲型方程收敛的 CFL 条件,使得对差分方法的认识上升到了新的高度。1933 年, Thom 应用手摇计算机完成了对一个外掠圆柱流动的数值计算。计算机问世以前,研究工作的重点是椭圆型方程的数值解。20 世纪 30 年代所研究的绕流流场是假设气体的黏性和旋度效应可忽略不计,故流动的控制方程为 Laplace 方程,求解的方法是基本解的叠加,也就是目前飞机工业中广泛应用的面元法 (Panel Method) 的前身。以后,为了考虑黏性效应,有了边界层方程的数值计算方法,并发展为以位势流方程为外流方程,与内流边界层方程相结合,通过迭代求解黏性干扰流场的计算方法。

1946 年,第一台电子计算机 ENIAC 问世,同时 von Neumann 在其报告中预言:数值方法将可以取代解析方法去解决流体的非线性问题。在此后的十余年中,数值方法及相关理论研究蓬勃发展。

在数值方法方面, Crank - Nicolson (1947) 提出算术平均隐格式; von Neumann 和

Richtmyer(1950)提出计算激波管问题的人工黏性法以便捕获激波,该方法的人工黏性思想至今仍然是 CFD 的核心内容之一;R. Courant(1952)首先开展了 Euler 方程的数值计算研究,提出了一阶显式上风格式;Lax(1954)提出守恒格式;Peaceman 和 Rachford(1955),Douglas(1956)提出交替方向法(ADI);Godunov(1957)提出激波捕捉法;Жуков(1957)提出特征线装配法等;Godunov(1959)发表了以其名字命名的著名的 Godunov 一阶上风格式,由此开辟了一条新路,通过 Riemann 间断分解的计算构造 CFD 格式,直到今天这个方法仍然是 CFD 研究的重点,并且还在不断发展之中。

在理论研究方面,差分格式的相容性、收敛性和稳定性方面取得了卓有成效的进展。例如,Lax 等价性定理,von Neumann 提出了以其名字命名的著名的稳定性分析方法(或称 Fourier 分析方法)。von Neumann 方法至今仍然是 CFD 使用最多的稳定性分析方法,所以 von Neumann 被尊称为“CFD 之父”。

2. 20 世纪 60 年代

20 世纪 60 年代,高速度、大容量、多功能计算机的制成和广泛应用,尤其是计算机科学的发展,为计算流体力学的形成创造了条件。这期间,利用计算机和数值方法求解传热与流体流动问题在全世界范围内逐渐形成规模而且得出了有益的结果;各种流体动力学的数值方法被纷纷发展,如格子类方法(MAC,FLIC,CEL 等)、激波捕捉法和装配法、分步法和算子分裂法、谱方法、有限元法和边界元法等。这些方法更为精细、灵活、适用,已能够适应多种实际问题的需要,可以解决可压缩流动和不可压缩流动,稳态流动与非稳态流动,理想流体与黏性流体的流动,单介质与多介质流动,化学反应流等许多复杂的流体动力学问题。与此同时,在数学模型研究和离散化方法的理论分析方面也有了深入的发展,建立了多种解析的、离散的和统计的流体动力学模型;差分方法的定性分析理论,从已有的相容性、收敛性和稳定性分析,进而到耗散性、色散性、输运性、单调性和守恒性等多方面的理论分析。这些理论研究的深入,为数值方法的设计、选择和应用提供了科学的依据。这一时期的两个重大历史事件是交错网格的提出和对流差分上风格式的确认。

20 世纪 60 年代中期,基于双曲型方程数学理论基础的时间相关方法(Time-dependent Method)开始应用于求解宇航飞行器的气体稳态绕流流场问题。这种方法的基本思想是从非稳态 Euler 方程或非稳态 $N-S$ 方程出发,利用双曲型方程或双曲-抛物型方程的数学特性,沿时间方向推进求解,由此而得到对于时间 t 趋近于无穷大的渐近解为所要求的稳态解。该方法虽然要求花费更多的计算机时间,但因数学提法适定,又有较好的理论基础,且能模拟流体运动的非稳态过程,故这是应用范围较广的一般方法。以后由 Lax, Kreiss 和其他学者给出的非稳态偏微分方程差分逼近的稳定性理论,进一步促进了时间相关方法的发展。

1965 年美国科学家 Harlow-Welch 提出了交错网格的思想,即把速度分量与压力存放在相差半个步长的网格上,使每个速度分量的离散方程中同时出现相邻两点间的压力差,这样有效地解决了速度与压力存放在同一套网格上时会出现棋盘式不合理压力场的问题,促使了求解 $N-S$ 方程的原始变量法(即以速度、压力为求解变量的方法)的发展。

早在 1952 年,Courant,Issacson 和 Rees 三人已经在数值求双曲型微分方程中引入了上风差分的思想,但该格式对克服振荡解的应用并未得到重视。1966 年,Gentry, Martin 和 Daly 三人,以及 Barakat 和 Clark 等,各自撰文介绍了上风格式在求解可压缩流及非稳态层流流动中的应用。交错网格的提出和对流项上风差分的采用,使流动与对流换热的求解建



立在了一个比较健壮的数值方法的基础上。

1966 年世界上第一本介绍 CFD 和 NHT 的学术期刊——*Journal of Computational Physics* 创刊。Gentry 等关于确认上风差分的论文发表在该刊的第 1 卷第 1 期上。

1967 年 Patankar 和 Spalding 发表了求解抛物型流动的 P-S 方法。在 CFD 和 NHT 发展早期,受当时计算机资源的限制,计算网格数量较少,人们对边界层类型流动的计算关注较多,如何充分利用有限的节点数是当时一个重要的问题。P-S 方法把 $x-y$ 平面上的计算区域(边界层)转换到 $x-\omega$ 平面上(ω 为流函数),从而无论在边界层的起始段还是在其后的发展段,所设置的计算节点均可落在边界层范围内。

Lax(1957), Lax 和 Wendroff(1960)开拓了时间推进 Euler 方程的数值方法,后来, Richtmyer 和 Morton 等丰富了其内涵,这样,二阶精度、中心差分的显式 Lax-Wendroff 格式形成雏形,该格式后来发展成为现在 CFD 的基石,其中最著名的就是 MacCormack 格式(1969),这是一个中心差分的两步二阶精度格式。后来, Lerat(1979)将原始的 Lax 和 Wendroff 格式发展为隐式格式。Lax-Wendroff 格式影响深远,至今仍是构造其他格式的重要参考。MacCormack 格式成为 20 世纪 70 年代二维稳态流动计算的主角。但这些二阶格式在间断附近有可能出现非物理解,如在激波附近产生的非物理波动,数值振荡可能使压力和密度变负,从而导致计算失败,这使得它们的应用受到很大限制,通常采用人工黏性方法予以消除。

1969 年 MacCormack 提出用二步显式格式求解可压流 N-S 方程组。

1969 年 D. B. Spalding 在英国帝国理工学院(Imperial College)创建了 CHAM (Concentration Heat and Momentum Limited)公司,提出把 CFD 和 NHT 研究成果向工业应用转化。

3.20 世纪 70 年代

1971 年, Murman 和 Cole 提出的计算方法,解决了跨声速绕流中的混合型问题,他们采用松弛方法求解位势流小扰动方程,数值模拟带激波的跨声速绕流流场。在他们的工作中第一次将上风格式应用于空气动力学问题的数值模拟。不久以后 Jameson 提出了旋转格式,将 Murman-Cole 方法推广于求解三维跨音速绕流的全位势流方程,获得了成功。目前这些方法已直接应用于飞机工业的气动设计中。

1972 年 SIMPLE 算法问世。它的一个基本思想是,在流场迭代求解的任何一个层次上,速度场都必须满足质量守恒方程,这一思想被以后的大量数值计算实例证明是保证流场迭代计算收敛的一个十分重要的原则。

1974 年美国学者 Thompson, Thames 和 Martin 提出了采用微分方程来生成贴体坐标的方法(TTM 方法)。这一方法的提出为有限差分法和有限体积法处理不规则边界问题提供了一条崭新的道路:通过变换把物理平面上的不规则区域(二维问题)变换到计算平面上的规则区域,从而在计算平面上完成计算,再将结果传递到物理平面上。由于不规则计算区域的处理将 CFD 技术应用到实际工程问题具有重要意义,也为以后在 CFD 领域形成网格生成技术这一分支奠定了基础。

1975 年 Beam 和 Warming 用隐式近似因子分解法求解 Euler 方程,随后又推广到广泛求解 N-S 方程。在相当一段时间内都是采用此类差分方法求解 Euler 和 N-S 方程来解决跨声速和超声速的复杂流场问题的。这些经典差分格式对激波模拟的分辨率不高,且在激波处易产生伪振荡。

1977 年 Spalding 及其合作者开发的 GENMIX 程序公开发行。这是一个应用 P-S 方法对二维边界层型的迁移现象进行数值求解的程序,其结构及设计思想对以后其他通用 CFD 和 NHT 软件的开发具有积极的影响。

1979 年 Leonard 发表了著名的 QUICK 格式,它是一个具有三阶精度的(从界面函数插值而言)对流项离散格式,其稳定性优于中心差分,目前 QUICK 已在 CFD 和 NHT 中被广泛应用。

1979 年美国 Illinois 大学 Minkowycz 教授主编的学术期刊 *Numerical Heat Transfer* 创刊。同年,Spalding 教授主持编写的通用 CFD 和 NHT 商品软件 PHOENICS 1.0 问世。

1979 年, van Leer 创造性地提出了 MUSCL (Monotone Upstream-centred Schemes for Conservation Laws) 方法,将 Godunov 格式等一阶格式通过单调插值推广到二阶精度,这种后来被称为限制器的插值方法几乎是目前高分辨率格式的通用方法。Steger, Warming 和 van Leer 分别提出了以他们名字命名的一类新的上风格式,统称为“矢量通量分裂格式 (Fux Vector Splitting, FVS)” 。几乎是同时, Roe 和 Osher 等分别提出了以他们名字命名的另一类上风格式,统称为“通量差分分裂格式 (Flux Difference Splitting, FDS)” 。时至今日, FVS 格式和 FDS 格式已经成为 CFD 的主要计算方法。在上风格式日新月异的同时,中心差分格式也取得了重大突破。1981 年, Jameson, Schmidt 和 Turkel 提出了二阶精度的显式有限体积中心差分格式,该格式结合多步 Runge-Kutta 法,获得了高效、可靠的计算性能。

4. 20 世纪 80 年代及其以后

1980 年 Patankar 教授的名著 *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow* (《传热与流体流动的数值计算》) 出版,该书是 NHT 领域介绍有限体积法的一本经典著作。

1981 年 CHAM 公司把 PHOENICS 软件投放市场,开创了通用 CFD 和 NHT 商品软件市场的先河。

1982 年 Rhie 和 Chou 提出同位网格方法。这种方法吸取了交错网格成功的经验而又把所有的求解变量布置在同一套网格上,目前均广泛使用该方法。

1983 年 Harten, Hyman 和 Lax 等为了解决激波附近产生非物理振荡的问题,提出了保单调格式的概念。1983 年, Harten 在分析传统差分格式在激波附近产生非物理振荡的原因之后,提出了总变差减小的差分格式,即 TVD (Total Variation Diminishing) 格式的概念,并具体构造了具有二阶精度的高分辨率的 TVD 格式。由于这种格式本身具有精度高、捕捉激波无波动且分辨率高等优点,随后被广泛用来构造各种形式的无波动捕捉激波的二阶高精度格式。著名的有: Osher-Chakravarthy TVD, Harten-Yee TVD, Roe-Sweby, van Leer TVD 等 TVD 格式。

TVD 格式在工程应用中虽取得了很大的成功,但存在局部极值点降阶等缺陷。为了改进 TVD 格式,1987 年, Harten 又提出了一致高阶精度的 ENO (Essentially Non-Oscillatory) 格式,但 ENO 格式在向多维推广的过程中遇到了很大的困难,后来 Liu, Osher 和 Chan 提出了有显著改进的 WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) 格式,并获得了迅速的发展。

中心型紧致格式出现于 20 世纪 70 年代,1992 年, Lele 将 Fourier 分析引入紧致格式,证明了它的高阶精度和高分辨率。之后,紧致格式得到了系统的发展,被广泛应用于湍流的直接数值模拟、大涡模拟和计算声学等领域。

计算流体力学在 20 世纪 80 年代左右取得了不少重大进展,这些进展为通用软件的发展奠定了良好的理论基础,20 世纪 80 年代及以后是 CFD 和 NHT 大量走向工业应用阶段。



第一方面,计算格式的进一步发展。在高速可压缩流动方面,基于总变差减小(TVD)与矢通量分裂(FVS)、通量差分分裂(FDS)等方法的高分辨率格式(High Resolution Scheme)终于较好地解决了可压缩流动中的一大难题——亚、跨、超音速计算的激波精确捕获。而采用传统的人工黏性方法的Jameson格式等在这方面也取得很大的成功。多层网格与残差光滑(Residual Smoothing)等加速收敛技术有效地减少了三维流动模拟的巨大计算工作量。而在低速不可压流动方面,利用人工可压缩性方法与压力校正法等对 $N-S$ 方程组的直接求解取代了局限性很大的涡量-流函数法等传统解法,从而也促进CFD技术向流体传热、多相流、燃烧与化学反应流等NHT领域迅速扩展与深入。

第二方面,网格生成技术取得进步。直到20世纪80年代中期,对比计算格式和方法的飞跃发展,网格生成技术未能与之保持同步地发展。因而自20世纪80年代开始,各国计算流体和工业界都十分重视网格生成技术的研究。发展了如多块对接网格技术和多域重叠网格技术等,并在此基础上产生了20世纪90年代的以ICEM-CFD软件为代表的新一代分块结构网格方法。该类软件具有与CAD接口的功能,因而较容易生成非常复杂外形的CFD和NHT计算网格。20世纪90年代以来迅速发展的非结构网格和自适应笛卡尔网格等方法,使复杂外形的网格生成技术呈现出了更加繁荣发展的局面。网格生成技术已成为当今计算流体力学的一个重要分支,体现在CFD和NHT软件的前处理。现已培养出了一大批专职研究队伍,产生了一大批实用网格生成软件。正是网格生成技术的迅速发展,才实现了流场解的高质量,使工业界能将CFD和NHT的研究成果——求解Euler方程方法应用于型号设计中。

第三方面,计算结果的后处理增强。体现在CFD和NHT软件的后处理,即图形工作平台的日益盛行。

第四方面是对大涡模拟(Large Eddy Simulation, LES)和直接数值模拟的研究(Direct Numerical Simulation, DNS),以及采用并行算法。

1.2 常用的通用CFD和NHT商品软件简介

通用CFD和NHT软件包的出现与商品化,对CFD和NHT技术在工程应用中的推广起了巨大的促进作用。一般认为,英国帝国理工学院的Spalding教授主持的CHAM公司跨出了CFD和NHT软件商品化的第一步。Spalding与Patankar提出的SIMPLE算法在20世纪70年代已被广泛用于热流问题的求解,CHAM公司在20世纪80年代初以该方法为基础推出了CFD和NHT的商品软件PHOENICS的早期版本。这是CFD和NHT软件包的雏形,具有一定通用性,尽管功能还很不完备,但问世后很受欢迎。于是,在其版本不断更新的同时,新的通用软件,如FLUENT,STAR-CD与CFX等也相继问世。这些软件十分重视商业化的要求,致力于工程实际应用,并在前、后处理,人机对话等方面下大工夫,从而被工业界所认识和接受,为CFD和NHT技术打开了广阔的应用前景。20世纪90年代,更多的通用CFD和NHT商品软件如雨后春笋般出现,涉及范围越来越广。通用CFD和NHT软件以其模拟复杂流动现象的强大功能、人机对话式的界面操作以及直观清晰的流场显示引起了人们的广泛关注,其发展在西方国家得到工业界和政府部门的有力支持。20世纪90年代后期,在工程技术界还曾出现推广学习CFD和NHT技术的热潮。这标志着CFD和NHT技术