能力培养与标准化命题

初中代数 第二册

编写组顾问 崔孟明

梁子木 赵兴业 李坚毅 编

中国环境科学出版社

能力培养与标准化命题

初中代数　第二册

编写组顾问　崔孟明

梁子木　赵兴业　李坚毅　编

中国环境科学出版社

1988

内 容 简 介

本书根据教学大纲要求和教学改革的精神编写，与目前的初中代数第二册配套使用。内容包括二元一次方程组、整式的乘除、因式分解及分式。每章有知识脉络、能力要求、能力训练及分析、自我检查测试题等栏目。可配合教学，加强基本知识和基本技能的训练。

本书可供初中师生在数学教学中参考，亦可作为自学青年的参考读物。

能力培养与标准化命题

初中代数　第二册

编写组顾问　崔孟明

梁子木　赵兴业　李坚毅　编

中国环境科学出版社出版

北京崇文区东兴隆街69号

北京市门头沟区印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

*

1988年11月第 一 版　　开本 787×1092 1/32

1988年11月第一次印刷　　印张 7 1/2

印数 86 150　　字数 145千字

ISBN 7-80010-307-2/G·092

定价：2.40元

前　言

《标准化训练与教学》丛书问世以后，受到广大读者的欢迎。该丛书之所以受到欢迎，是因为突出了"双基"训练和依据课本内容，介绍了标准化题型，因而有利于教学改革，有利于教学质量的提高。

今天再向广大读者奉献出一套《能力培养与标准化命题》丛书，使这两套丛书构成为姐妹篇，前者重在基础，介绍题型；后者重在提高，培养能力。

在教学过程中，培养能力的问题，是广大教育工作者努力探讨的新课题。培养什么能力，怎样培养，由于教学科目的不同，各有不同的要求和培养途径，但其中必有一些共性的东西。总结我们多年的教学经验，试着回答这一问题，作为抛砖引玉，这就是编写这套丛书的目的。

这套丛书是依据中、外学者的研究成果，如美国心理学家布鲁姆的认识理论，苏联教育家巴班斯基的最佳教学过程理论，并结合我国教学中的具体情况，把能力要求分为记忆理解、应用、分析综合与创见四部分。

这里说的"创见"是学生在掌握基础知识的基础上，灵活运用所学知识的创见，借以提高学生的思维水平。我们认为，学生今天微小的创见，对社会主义建设将是一种无穷的创造力，因而不可忽视。

这套丛书各科均按单元编写，各单元含有"知识脉络"，

讲明本单元知识的来龙去脉；“能力要求”，指明通过学习应当培养哪些能力；“能力训练”，给出适量的，按要求分类的训练题；“能力训练分析”，对能力训练题给出解答或分析，并在适当的章节之后设有“自我反馈”和“能力测试评价表”，以使读者通过自我测试得到反馈，找到自己在学习中的优胜之处和不足之处，以发扬优胜，弥补不足，促进学习上的良性循环。

在这套丛书构思和编写过程中，特聘请特级教师崔孟明同志，作丛书编写组顾问予以指导。但由于编写这套丛书还是一种尝试，肯定有不足之处，恳请广大读者批评指正。

编　者

1988年5月

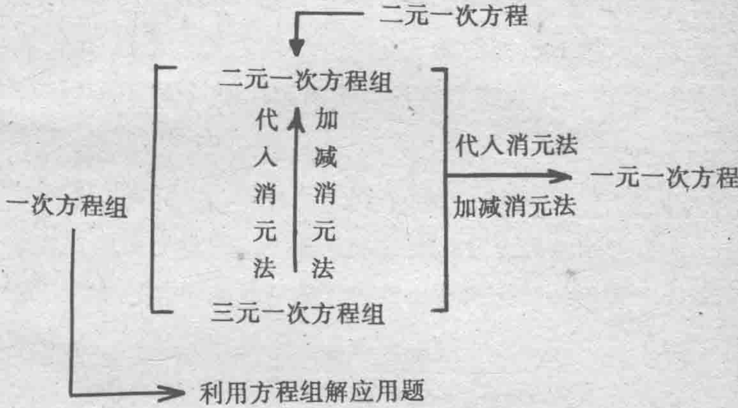
目　录

第五章　二元一次方程组 …………………………（1）
[知识脉络] …………………………（1）
[能力要求] …………………………（4）
[能力训练] …………………………（19）
[能力训练分析] …………………………（45）
[自我反馈] …………………………（63）
第六章　整式的乘除 …………………………（70）
[知识脉络] …………………………（70）
[能力要求] …………………………（73）
[能力训练] …………………………（87）
[能力训练分析] …………………………（108）
[自我反馈] …………………………（118）
第七章　因式分解 …………………………（125）
[知识脉络] …………………………（125）
[能力要求] …………………………（128）
[能力训练] …………………………（144）
[能力训练分析] …………………………（158）
[自我反馈] …………………………（166）
第八章　分式 …………………………（174）
[知识脉络] …………………………（174）
[能力要求] …………………………（177）

[能力训练] …………………………………………… (190)
[能力训练分析] ……………………………………… (220)
[自我反馈] …………………………………………… (225)

第五章　二元一次方程组

[知识脉络]



第五章“二元一次方程组”是承接《代数》第一册第三章“一元一次方程”的。学习这一章，一方面是为了巩固学过的整式加减的知识，并用它们来解决实际问题，提高分析问题和解决问题的能力；另一方面是运用方程组的有关知识来解决一些只用一元一次方程较难解决的问题。

$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ 是二元一次方程组的一般形式。其中 a_1、a_2、b_1、b_2、c_1、c_2 都是常数。x、y 是未知数，它们的次数都是 1，并且在 $a_1b_2-a_2b_1\neq0$ 时，方程组有唯一的解。

本章重点是利用消元法解二元一次方程组，消元法是解多元方程组的一种基本思想，结合二元一次方程组的特点，产生了代入消元法和加减消元法。除此之外，还有“比较消元法”。解题时，究竟用哪种方法消元，要具体问题具体分析。

学习了二元一次方程组的概念及解法，也就容易理解三元一次方程组的概念及解法。由此推广，用多个未知数组成的一次方程组的解法的主导思想就是消减未知数的个数。最后通过求解一元一次方程来求得全部未知数的值。

用二元一次方程组解应用题是本章最后一段内容，是代数学的重要内容之一。从思维能力上讲，这也是在理解二元一次方程组的定义的基础上，联系实际解决问题的应用。用二元一次方程组解应用题的一般步骤是：

1.分别用 x、y 表示题中的两个未知数；

2.找出题里所给出的两个等量关系，列出两个方程，组成一个方程组；

3.解这个方程组，根据题意确定答案。

二元一次方程组是学习线性方程组和二元二次方程组的基础，今后在进一步学习一次函数和平面解析几何等内容

时，经常要用到解二元一次方程组的知识，有很多实际问题也需要用二元一次方程组来解决。

本章的基本技能的要求是，能够熟练地求解二元一次方程组。

[能力要求]

记忆理解	1.二元一次方程的概念。 2.二元一次方程的解集。 3.二元一次方程组的概念。 4.二元一次方程组的解的概念。 5.代入消元法和加减消元法的步骤。 6.列出用一次方程组解应用题的步骤。
应　　用	1.熟练地用代入法及加减法解二元一次方程组。 2.掌握一些形式较为简单的三元一次方程组的解法。 3.运用集合思想，用图表示两个方程的解集。
分析综合	会列出二元一次方程组来解应用题。
创　　见	1.讨论一些简单的含有字母系数的二元一次方程组。 2.了解同解方程组和方程组的同解原理。 3.了解一些含有不定方程思想的智力题。 4.阅读短文，理解“比较消元法”。 5.解应用题时，结合图形分析等方法，找出一些隐含条件。

能力要求举例

一、记忆理解

1.理解二元一次方程的概念

例1.下列方程中，是二元一次方程的有（　　）

（A）$x-7y=3x-2$;

（B）$xy-7x+6y=0$;

（C）$4x-2y=4x+6y-3$;

（D）$2x^2-3x+4y-5=0$.

解: 方程里含有两个未知数，并且含有未知数的项的次数都是1，这样的方程叫做二元一次方程。

从形式上看，（A）与（C）都符合要求，然而经过移项，可将（C）整理成为$8y-3=0$的形式，这是一元一次方程，而不是二元一次方程。

故正确答案应选择（A）。

从本例不难看出，不能死记二元一次方程的定义，而要深入理解其含义。二元一次方程的一般形式为$ax+by+c=0$. a、b、c为常数，且a、b全不为零，x、y为未知数，一般情况下，对于任何一个方程要经过化简整理后，才能判断其方程的归属。

2.正确理解方程组的解的表示方法

例2. 二元一次方程组$\begin{cases}x+y=5\\x-y=1\end{cases}$的解的正确表示方法是（　　）

$(A)x=3, y=2$;

$(B)\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$;

$(C)x=3$ 或 $y=2$;

$(D)x=3$ 并且 $y=2$.

解: 正确答案应选择 (B)

二元一次方程组的解的表示，有确切的规定。方程组的解的表示形式为什么要这样规定，（1）形如$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$，是表示该方程组的一个解，是一个整体概念；（2）形如$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$，是指适合于方程组中的每一个方程，它们彼此相依，不可分离。故用“{”号括起来表示，否则说明不了其意义，而不正确。

3.理解方程组解的概念

例3.方程组$\begin{cases}2x-3y=8\\7x+2y=13\end{cases}$的解为（　　）.

$(A)\begin{cases}x=4\\y=0\end{cases}$　$(B)\begin{cases}x=1\\y=\frac{3}{2}\end{cases}$

$(C)\begin{cases}x=\frac{11}{5}\\y=-\frac{6}{5}\end{cases}$　$(D)\begin{cases}x=\frac{21}{8}\\y=\frac{11}{6}\end{cases}$

解：本例有两种解法。

(1) 直接求解法，直接用代入法或加减法求得该方程组的解，然后对照选择。

(2) 逐一淘汰法，根据方程组解的定义"方程组里各个方程组的公共解，叫做这个方程组的解"。因而可以将各备选答案，分别代入原方程组进行淘汰选择。

将 (*A*) 代入方程组，适合第一个方程，而不适合第二个方程，而被淘汰；

将 (*B*) 代入方程组，适合第二个方程，而不适合第一个方程，而被淘汰；

将 (*C*) 代入方程组，能够同时适合方程组的两个方程，故应选择 (*C*)。

将 (*D*) 代入方程组，不适合第一个方程，也不适合第二个方程，故不正确。正确答案只有 (*C*)。

如果题目中一开始就指出为"单一选择"，即选择支中只有一个是正确的，那么找到 (*C*) 以后，其它也就不必再代入验证了。如果一开始就用(C)代入验证适合,其他也就不必验证了。但是，题目中没有指出"只有一个是正确的"，那就要对四个选择支逐一进行判断了。

求解本例，中心是理解方程组"解"的概念。

小结：在本章的知识中，应着重理解二元一次方程和二元一次方程组解的概念。

(1)"任何二元一次方程都有无数个解"。但在某些条件的限定下，它又可能有有限个解。

如：方程 $x+y=5$ 有无数个解。但若要求 $x+y=5$ 的正整数解，则只有 4 个。

(2) 我们研究的二元一次方程组一般是由两个一次方程组成，并且含有两个未知数的方程组，倘若这两个方程有公共解时，方程组则有解，且是唯一的一个解，解方程组的目的，就是寻找它们的公共解。

通过求解下述各题的过程，进一步加深对方程组的解的理解。

二、应用

1.熟悉应用解方程组的各种解法

例 4. 用不同的消元法解方程组：$\begin{cases} 5x+2y=1 & (1) \\ 2x-y=4 & (2) \end{cases}$

解法一：（代入消元法）

由 (2) 得 $y=2x-4$ (3)

把 (3) 代入 (1) 得：$5x+2(2x-4)=1$

$\therefore x=1$

把 $x=1$ 代入 (3) 得 $y=-2$

$\therefore$ 方程组的解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$

解法二：（加减消元法）

由 (1) $+2\times$ (2) 得 $x=1$

把 $x=1$ 代入 (2) 得 $y=-2$

$\therefore$ 方程组的解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$

解法三：（比较消元法）

由（1）得$y=\dfrac{1-5x}{2}$　　（3）

由（2）得$y=2x-4$　　（4）

比较(3)、(4)这两个方程，得

$$\frac{1-5x}{2}=2x-4$$

解得　$x=1$

将$x=1$代入（4）得$y=-2$

$\therefore$方程组的解是$\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$

解法一是通过“代入”变换达到消元的目的；解法二是通过两个方程的“加减”变换达到消元的目的；解法三是通过两个方程的变换比较，达到消元的目的，也就是说把方程组的一个未知数 x（或 y）看作已知数，从（1）和（2）中求出 y（或 x）来，通过比较解出 x、y 的值。

代入消元法与加减消元法在课本中已经讲到，比较消元法虽然没有正式提出，但是在练习中也用到了，这也是学习过程中应用与分析综合能力的培养，以达到创见。

本例实际上是解方程组的基本技能的训练。但对一个方程组如何选择恰当的方法求解，却是一种能力。它需要准确的观察能力和灵活运用已有知识的能力。

本例最简捷的解法是用代入法，因为方程（2）含未知数 y 的项的系数的绝对值是 1；故可将（2）变形成 $2x-4$

$=y$.后代入（1）。

在变形$2x-y=4$时，可以避免用

$-y=4-2x \to y=-4+2x \to y=2x-4$ 的方法，这样麻烦

由 $2x-y=4 \to 2x-4=y$，虽不习惯，但很简捷。这就是灵活运用知识的能力。要培养这种能力，要勤于思考，经常对比在多种解法中选最优的解法。

2.方程组解的概念的应用

例 5. 方程组$\begin{cases} mx+2y=n \\ 4x-ny=2m-1 \end{cases}$的解为$\begin{cases} x=1 \\ y=-1, \end{cases}$

则 m、n 的值为（　）

(A) $\begin{cases} m=2 \\ n=1 \end{cases}$；(B) $\begin{cases} m=1 \\ n=2 \end{cases}$；(C) $\begin{cases} m=3 \\ n=1 \end{cases}$；(D) $\begin{cases} m=1 \\ n=3. \end{cases}$

解：因为$\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$是方程组$\begin{cases} mx+2y=n \\ 4x-ny=2m-1 \end{cases}$的解，所以将$\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$代入方程组，可得

$$\begin{cases} m-2=n \\ 4+n=2m-1, \end{cases} \text{即} \begin{cases} m-n=2 \\ 2m-n=5 \end{cases}$$

利用加减消元法可得此方程组的解$\begin{cases} m=3 \\ n=1, \end{cases}$故正确答案应选（$C$）。