

[中年级]

小学生数学能力的 测查与评价

小学生数学能力研究协作组 编

赵裕春 主编

小学生数学能力的 测查与评价

【中 年 级】

小学生数学能力研究协作组 著
赵裕春 主编

教育科学出版社

- 编 者: 赵裕春 主编
- 责任编辑: 金宏瑛
- 封面设计: 张玉梅
- 版式设计: 黄 星
- 出 版: 教育科学出版社(北京·北三环中路 46 号)
- 发 行: 新华书店北京发行所
- 印 刷: 中国科学院印刷厂

小学生数学能力测查与评价(中年级)

开本: 787毫米×1092毫米 1/32 印张: 10.75 字数: 240,000

1989年11月第1版 1989年11月第1次印刷

印数: 00,001—3,000册

ISBN 7-5041-0171-0

G·148/定价: 5.10 元

前 言

1980年初,中央教育科学研究所教育心理研究室数学能力研究组曾就小学生数学能力的测查与评价问题作了研究,在做了一些理论与测查方法的准备基础上,编制了小学生数学能力测验。经过两年的初试与预试,于1981年底联合国内九个地区成立了小学生数学能力研究协作组,并于1982年——1985年共同对这几个地区的小学一、二、三、四年级的学生进行了跟踪测查和研究。根据本项研究的总体计划,在四年级小学生接受第四套数学能力测验的同时,开展了小学中年级学生学习数学的兴趣、态度和抱负水平等非智力因素与学生数学能力发展关系的调查研究。小学高年级时还准备利用同一问卷做第二次调查。此外,随同第五、六套数学能力测验的实施,将对高年级小学生进行有关学生性格以及家庭背景条件、学校条件等与学生数学能力发展关系的调查研究。

《小学生数学能力的测查与评价》(低年级)一书,已由教育科学出版社(1986年)正式出版。

本书是协作组全体成员共同对小学中年级学生数学能力及学生学习数学的兴趣、态度、抱负水平等与数学能力发展关

系的测查研究成果。

协作组是由下列单位的部分同志组成的：

中央教育科学研究所：赵裕春 孟鸿伟 赵尚武
富安利；

北京市海淀区教师进修学校：胡光锦 晋泉增 肖玉珍；

河北师范大学：苗学宜 曹启刚 聂淑君 高玄珠；

哈尔滨师范大学：吴万森 姚清如 陈建芷；

广西师范学院：徐德强 赖国强 李庭柏 滕立藩
谭汝灼；

临桂师范：徐进一；

桂林地区教师进修学院：李世霞；

桂林民族师范：王敏惠；

桂林市教育局：唐树楷；

广西师范大学：白先同；

厦门集美师专：曹素梅 周洵 傅传南；

厦门市教师进修学校：龚涤新 黄惠玲；

苏州大学：赵兴中 葛文玉 樊琪；

杭州市上城区文教局：张天孝 楼凤香；

湖南师范大学：郑和钧 阎平；

本书的执笔和有关方面的工作是由下列同志完成的：

绪言和第一部分中的 I—V，由张天孝、赵裕春、富安利执笔，其中个别地区测验结果的分析，由苗学宜、曹启刚、聂淑君、高玄珠、郑和钧和刘育民执笔；第二部分是由湖南师大郑和钧、王群建、阎平，河北师大苗学宜、曹启刚、聂淑君、高玄珠和杭州市小营小学吴锡武等同志所做的个别测查实验报告，最后一篇是杭州市饮马井巷小学冯根弟、叶培青、吴令仪、叶莎、查建平等同志利用第一套测验所做的比较研究；第三部

分,学生问卷(一)——兴趣问卷的结果报告由富安利、赵裕春执笔,问卷是由徐德强、赵裕春和富安利编制的;附录 I、II、III 分别由赵尚武、孟鸿伟、富安利和赵裕春编写;富安利负责数据处理;计算机程序是化工部计算中心杨晋庆同志编制的。张锦帆同志对有关数据进行了审核。

本项研究得到中央教育科学研究所和各协作单位领导的热情支持和关怀;得到了各协作地区教育局及有关学校*的领导、数学教师和班主任老师的大力协助;中央教育科学研究所学术委员孙运仁同志审阅了全书,提出了不少宝贵意见,并作了重要修改;北京师范学院的林传鼎教授和郝德元教授对本书第四部分中的有关问题提出了宝贵意见。在此我们致以衷心的感谢。

希望读者,特别是承担小学中年级数学教学的老师和教研人员以及从事这方面研究的同志多多提出宝贵意见。

小学生数学能力研究协作组

-
- * 哈尔滨——复华小学、延兴小学、师范附小;
石家庄——师大附小、四中路小学、实验小学;
北京市——兵马司小学、黑芝麻胡同小学、中关村一小、黄城根小学、清华附小、实验一小、远大小学、史家胡同小学、前进小学、府学胡同小学、宏庙小学;
苏州——沧浪实验小学、燕家巷小学、娄葑中心小学;
厦门——开元小学、大同小学、民立小学、霞溪小学;
杭州——饮马井巷小学、胜利小学、建国一小;
南宁——秀田小学、天桃小学;
桂林——榕湖小学、兴安师范附小、临桂县城小学;
长沙——荣湾小学、育才小学、湖大子校。

目 录

(1)	第一部分	绪论：小学生数学能力测查方法的构成和测验的编制
(13)	第二部分	小学中年级数学能力测验及测验的结果和应用
(13)	I.	第三套测验及测验的结果和应用
(45)	II.	第四套测验及测验的结果和应用
(66)	III.	中年级测验结果的分析和对教学的建议
(95)	IV.	国内几个地区测验的结果
(95)		一、第三、四套测验的结果
(114)		二、按样本总体五级分配标准各地区的测验成绩
(118)		三、个别地区测验结果的分析和对教学的建议
(152)	V.	连续四年跟踪测验结果的综述
(168)	附：	第三套数学能力测验实施及说明书
(197)	第三部分	小学中年级学生数学能力的个别测查及数学能力发展的比较研究

目 录

- (197) I. 小学三年级学生数学能力的个别调查报告
- (211) II. 小学三、四年级学生数学能力的个别调查报告
- (222) III. 小学四年级学生数学能力的个别调查报告
- (243) IV. 小学一年级学生数学能力发展的比较研究
- (261) 第四部分 学习数学的兴趣、态度和抱负与学生数学能力发展的关系
 - (261) I. 测查和评价小学生学习数学的兴趣、态度和抱负水平的意义和目的
 - (263) II. 小学生数学兴趣问卷的编制与实施
 - (263) 一、数学兴趣问卷的编制
 - (267) 二、数学兴趣问卷的实施
 - (268) 三、信度和效度
 - (273) III. 结果与分析
 - (291) IV. 总结与建议
 - (296) 附: 兴趣问卷和说明书
- (305) 附录:
 - (305) I. 编制和使用问卷的有关问题

- (315) | II. 多元回归在教育研究中的作用
- (327) | III. 若干统计方法的注释与说明

第一部分 绪论 小学生数学能力测查方法的构成和测验的编制

教育作为一个完整的过程,测量和评价是其重要的组成部分。有责任感的教师,必然会采取有效的方法去测量每个学生的学习成果,并评价这些成果在多大程度上完成或达到了教学目标。通过客观的评价既可以对学生起信息反馈和引起动机的作用,又可以作为教师修订教学计划,检查教学程序,改进教学方法,从而促使教学目标更好实现的依据。教育测量,是以测验为手段对学生的学习成绩、学习能力或个性特征进行定量的描述,它提供的仅仅是客观的数量资料(如分数)。教育评价则是对这种数量资料的价值判断,说明学生知识、技能的掌握程度,学习能力的发展水平,学习态度与兴趣有什么变化,身体素质是否有提高,等等。同时还要诊断学生在学习上存在的困难,和他们学习新知识时原有知识,经验与能力方面的准备状态。另外,评价还意味着要作出教育上的决策。

在各种教育测量和评价中,对小学生的数学能力进行测量和评价是十分重要的。在科学技术高度发展的今天,数学除了作为探索 and 了解自然规律的重要工具外,对培养一个人的科学头脑和才能,也是十分必要的。因此,并不是只有以后准备从事数学方面工作的人,才需要数学,一切从事“四化”建

设的人们都需要有一定的数学教养。小学教育作为基础教育,如能在这一阶段为学生打好数学基础,将会对他们今后的学习和工作产生重要的影响。在影响学生学习数学的各种因素中,学生数学能力上的差异是一个极为重要的因素。实际上,刚入小学的儿童,数学的认知能力就已不同,随着年级的升高,他们对数学概念的掌握水平和认知能力可能更不相同,教师不了解这种差异,就不能因材施教。如果教学内容和教学方法超过了一部分数学能力低的学生们的接受程度,他们只能在记忆水平上形式主义地掌握所学的知识,当转入新的学习阶段时,由于知识的缺漏和能力发展上的不足,必然会遇到很大的困难。如果教学内容和教学方法低于那些数学能力较高的学生的需要,则难以引起他们的学习兴趣和激发他们的学习动机,更谈不上发展他们的数学能力。所以,为了实现一定的教学目标,就不仅要长期地测量和评价学生的学业成就,还要结合教学实际定期地测量和评价学生的能力。这样才能及时诊断,及时补救,使每个学生的数学能力都能在原有的基础上得到应有的发展,从而使学生能更为有效地掌握和应用数学知识。为此,我们从1980年开始,就如何结合教学实际测量和评价小学生的数学能力问题进行了研究。

这项研究的目的是为教师提供一整套用于测量小学生数学能力的量表,它可以在几个主要教学阶段结合教学实际测量学生的数学能力。我们希望,通过这套测验的使用:(1)有助于教师理解编制小学生数学能力测验所依据的原则,取得相应的经验,并能结合自己的教学实际编制出更切合自己教学对象情况的数学能力测验,更好地评价学生的数学能力。这对改革小学数学的考试方法和促进学生数学能力的发展会产生积极的作用。(2)按教学阶段连续测查小学生的数学能

力,可能从中找出一些有规律性的东西,它将为今后教改实验提供一些客观依据。(3)这套测验作为一个客观的尺度,可用作比较研究的一个工具。(4)以本测验为中心,再配合使用其它研究非智力因素的方法了解学生,可以为综合评价小学生的数学能力取得经验,也可以为阐明非智力因素与我国小学生数学能力发展的关系提供实际的可靠资料。

为了编制小学生的数学能力测验,首先必须明确什么是学生的数学能力和编制测验所依据的原则和方法。

我们认为,所谓学生的数学能力就是指学习数学的能力,即主要是形成和运用抽象的数学概念的能力。这种能力,作为一个整体结构,包括获取、加工和运用信息,以及储存信息。也就是说,它不仅和一个人的思维能力有关,也和感知、记忆能力有关,缺乏后两个环节中的任何一个,都不能很好地进行数学思维。但是,就其结构的主要成份来说,应该是思维方面的能力。对数量关系和其他数学材料的概括,以及同这种概括能力有直接关系的可逆思考和函数思考的能力,是学生数学能力结构中起主导作用的因素。

学生的这种能力,是在掌握和运用数学知识的过程中形成和发展起来的,也是在掌握和运用知识的过程中表现出来的。我们认为可以透过知识考查能力并把它作为编制小学生数学能力测验的基本原则。也就是说,我们是以学生掌握数学概念的概化程度和迁移的可能性为指标,编制测验,考查学生数学能力的。

这样做之所以可能,是因为概念、知识的掌握和运用,要求掌握者进行智力活动。学生所要掌握的数学概念的抽象水平越高,它要求学生的数学抽象思维能力也越高,掌握同级水平的数学概念需要至少有同等水平的数学抽象思维能力。学

生对同一数学概念的不同掌握水平，可以反映出导致这种不同掌握水平的智力活动的水平。

具体地说，作为人类经验总结的知识，它的每一概念都是抽象的。概念代表的是一类事物而不是指这类事物的任何一个特定的对象。比如，树这个概念，它指的不是某棵具体的树，而是对所有的树所必需具备的那些共同的，本质特征的一种概括。因此，概念尽管可以用语言、文字或其他符号等物质形式作为信息传递的信号，但决不能象一件具体东西那样，可以直接从传递者（教师）的手中以现成的方式使学生接受下来。它必须通过自己的头脑活动，对概念所代表的这类事物的种种属性和联系进行复杂的分解、组合，求同、辨异，抽象、概括，以及译码和编码等心理操作，才能区分出这类事物的有关属性和无关属性，和发现有关属性的结合原则，并把它们有机地联系起来；或者把新接受的概念与自己认知结构中原有的有关概念联系起来，并进一步的分化和融会贯通，才能获得概念。这种心理操作的功能就是作为个性心理特征之一的能力。学生能力的高低，会使他们在其他条件大致相同的情况下，掌握同一概念时的效率和质量有所不同。

概念掌握的质量，我们是以学生掌握的概念的概括化水平来衡量的。所谓达到概括地掌握水平，是指学生所掌握的概念反映了事物的本质属性，并能把它纳入到原有的认知结构中去，既能和原有认知结构中的有关概念精确分化，又能理解它们之间的关系，使新概念成为原有概念体系中的一个有机组成部分。也就是能在一般化的意义上理解这一概念和有关的原理。因而他不仅能把它用到新的事例上去，也能把它作为理解新知识或解决新问题的基础，即能较为广泛地迁移。

学生如果在此基础上能进一步融会贯通，那么当他面对

复杂的新课题时，就不仅能利用有关概念选择与当前问题的解决有用的信息，而且能分析出对解决下一步的问题会发生作用的信息，使他对问题的解决更有预见性。或者，他能从看来与当前问题无关的知识改组成新的、更加概括化的联系系统；或能按问题的条件，不断改变对课题的看法，重新组织自己的知识、经验，从而能超越他学习时的条件，创造性地解决问题。

相反，如果“抓不住”概念的本质属性，不能使原有的知识、经验得到充实或精确化，他所掌握的概念就不能发挥概念在认知功能中的作用——不能把它作为理解新知识，解决新问题的基础。他只能机械地背诵或应用所学过的东西，不能在变化了的条件下处理新的或特殊的问题，即不能进行有效的迁移。

总之，学生能力上的差异，是导致他们在知识、概念的掌握上出现差异的最直接的因素。学生能否清晰地掌握所学的概念和形成良好的认知结构，是知识得以迁移的基础。知识的迁移，除了知识的概化程度和良好的认知结构外，还需要善于对新的课题情境进行分析，和概括出新、旧课题情境之间本质上一致的东西以及它们之间的联系，才能实现。所以迁移不单纯是知识本身的问题，还有赖于对应当迁移于其上的课题情境的分析和对其间关系的概括；而思维的这种分析、概括活动又离不开一定的知识、经验，已有的知识经验必然参加到人的智力活动过程中去，才能实现对外界事物的分析和概括。这就是说，知识是思维的结果，而过去思维的结果又制约着当前思维过程和效率，直接关系到新知识的掌握和问题的解决。

从这个意义上讲，知识本身又是能力得以实现的重要因素之一。事实上也正是这样，一个人的知识越丰富，概念越清

晰、稳定,知识结构越完善,就越容易对所学的有关事项的特性以及事物情境之间的关系进行有效的分析,从而体现了他的能力。我们正是从知识与能力交互作用的这种辩证关系上认识人的能力,编制测验和考查学生数学能力的。传统的智力测验要尽量排除知识、经验的影响,这实际上是不可能的。我们所以把两者结合起来作为测验编制的基本原则,其理论依据就在于此。苏联心理学家把有效知识的总和作为诊断学生智力发展的一个重要指标,以及美国心理学家关于专家、能手与新手在知识结构上的差异研究,都说明了这样一个问题。

为了弥补团体测验不能充分从过程上了解学生能力的不足,我们以个别询问的方式配合团体测验,或以测验中的某些题目作为实验材料进行个别测查实验,以了解学生解答这些题目时的思维活动过程和特点。同时,在实验中通过学生解答问题遇到困难时给予帮助的情况,还可以揭示学生的最近发展区,即从学生获得知识的潜在可能性上了解他们的能力。这种教学性实验可以作为教师重点了解某些学生数学能力的一个补充办法。小学生处于发育生长时期,他们的能力,在教学条件的影响下常会发生变化。同时,这种测验,特别是团体进行的测验,有时受偶然因素(主观的和客观的)影响,不能很好地反映学生能力的真实水平。所以,一次测验不能充分说明问题。为此,我们采取追踪连续测验,即按小学数学教学阶段,大致每年在同一学生团体中测试一次的方式,考查学生的数学能力。这样,不仅可以从教学与学生能力发展的相互关系上看学生能力的发展,而且可以从学生能力发展的恒常水平和发展趋势来说明学生的数学能力。从测验本身看,由于它是在各教学阶段上,主要是透过学生掌握概念的水平考查能力,所以各阶段的测验题目所反映的数学内容必然符合数

学的系统性，它的深度和学生在相应教学条件下发展起来的数学能力也是大体相当的。就这个意义来说，分阶段地透过学生掌握概念的水平考查能力体现了从发展中考查学生数学能力的精神。

如前所述，透过学生掌握数学概念的不同水平考查学生数学能力是我们设计和制定小学生数学能力测验方法的基本原则。为了保证根据这一原则编制的测验能测出学生的能力，而不只是知识和技能，我们的测验是这样编制的：

一、尽量保证测验题目对学生是构成问题的新课题。因为，思维是从问题开始的，没有问题，就不会去思考，就不能保证学生得出的答案是他思维活动过程的结果。对能力测验来说，如果测验的结果不是作为思维过程的结果而是单纯记忆的结果，对判断能力就失去了意义。所以，在编选测验题目时，就要很好地研究教材，使题目的内容既能体现教材的基本内容，又要避开教科书和教师常用的例题或练习题的习惯方式，使学生面对的是新的，有待他通过思考才能解决的问题。

二、利用各种形式的问题，通过学生掌握数学概念的程度，考查学生的数学能力。

1. 利用表征数学概念的多种变式，看学生能否从变化的形式中看出它的不变性；

2. 概念的的内涵与外延的一致性（第三套数学能力测验中的第 12 题即属于此类形式的试题，请参阅）；

3. 利用抽象符号表明一般的数量关系；

4. 对计算问题中的数与数量关系的理解；

5. 对先期学过的数学概念的理解（第三套数学能力测验中的第 13、14 题即属于此类形式的试题，请参阅）；

6. 利用旧知识理解新概念，或利用已有的预备性知识解

决尚未学到的，但它和将要学到的东西有直接联系的新课题（第三套数学能力测验中的第 31—34 题即属于此类形式的试题，请参阅）；

7. 在新的具体情境下或各种不同的抽象水平上，灵活地运用数学概念解决新问题（或逆向问题）；

8. 根据问题条件重新组织自己的知识、经验、创造性地解决新课题（第三套测验中的 15、16 题即属于此类形式的试题，请参阅）；

9. 不同年龄或年级的学生，对各种数量观念的守恒、部分与整体的关系、分类操作及对有关概念（如平行、垂直、坐标、集合或概率等）的认知发展水平。

另外，在题目的编排上，有时还可采用一类题目两式（在难度或情境上不同）连排（例如，第三套测验中的第 27 题—30 题）。这样也可以从中看出学生的迁移能力。我们利用这类题目所做的个别调查实验证明：能力强的学生容易表现出较大的迁移的效果；能力差的学生表现出的这种迁移效果则极小。因此可以把它作为衡量学生数学能力的一种标志。

在一个测验中，究竟采用哪几种题目形式，则要依具体情况而定。

以上述形式编选的题目构成测验的主体部分，第 (I) 类——数的概念。测验的第 (II)、(III) 类，是数学能力测验中常用的测验项目——数的概括与推理和空间关系，但比重不大。这三类题目的总数约 65—70 题左右。它们的分配比例是，(I) 类题约占总题数的 $\frac{2}{3}$ ，(II)、(III) 类题约占总题数的 $\frac{1}{3}$ ；其中 (III) 类题约占 (II)、(III) 类题总数的 $\frac{1}{3}$ 。

这种测验基本上是常模参照测验，在一定程度上实行标