高等学校“十三五”规划教材

现代光学实验教程

丁春颖　李德昌　武颖丽　编著
李平舟　主审

西安电子科技大学出版社
http://www.xduph.com

高等学校"十三五"规划教材

现代光学实验教程

丁春颖　李德昌　武颖丽　编著
李平舟　主审

西安电子科技大学出版社

内容简介

本书是西安电子科技大学校级规划教材。本书内容旨在培养学生的科学实验素质、实验技能及创新意识。

全书共五章，包括绪论、常用光学元器件及实验技术，以及教学实验中的验证性实验、设计性实验和创意性实验，涵盖光速测定、固体介质折射率的测定、氢原子光谱、偏振光的研究、衍射光强自动记录系统、普朗克常数的测定、塞曼效应、迈克尔逊干涉仪等。

本书从基础光学实验出发到创意性光学实验，由浅入深地介绍了一系列实验内容，目的是使学生深入了解光学实验的构造、原理、意义，并通过引入一些创新性实验激发学生的创新意识。

本书可作为高等院校物理类专业光学课程的实验教材，也可供与光学相关领域的技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

现代光学实验教程/丁春颖等编著. —西安：西安电子科技大学出版社，2015.9
高等学校"十三五"规划教材
ISBN 978-7-5606-3734-1

Ⅰ. ① 现… Ⅱ. ① 丁… Ⅲ. ① 光学—实验—高等学校—教材 Ⅳ. ① 043-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 173461 号

策划编辑 李惠萍
责任编辑 李惠萍
出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)
电　　话 (029)88242885 88201467 邮　　编 710071
网　　址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com
经　　销 新华书店
印刷单位 陕西天意印务有限责任公司
版　　次 2015 年 9 月第 1 版 2015 年 9 月第 1 次印刷
开　　本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 10.5
字　　数 245 千字
印　　数 1～2000 册
定　　价 18.00 元
ISBN 978-7-5606-3734-1
XDUP 4026001-1

前 言

应用光学实验是大学本科物理学专业理论教学的一门重要课程，具有直观性、实践性、综合性、设计性与创新性等特点。它对后续专业课程的学习具有重要的启发性，是培养学生实验素质、动手能力及创新意识的重要基础课程之一。作者在编写过程中注意到了以下几个方面：

(1) 创新意识。应用光学实验教学内容贯穿着整体强化实验基本技能、基本方法和实验思想的训练。实验设计注意培养和提高学生的科学实验素质，重点突出能力培养，特别是思维能力、研究能力和创新意识的培养和提高。

(2) 灵活性。为了照顾到不同程度的学生，按照由浅入深、循序渐进的原则，分别编写了验证性、设计性、创意性等不同层次的实验。除了教学要求必须做的实验内容外，学生可以根据自己的需要和兴趣，自主地选择合适的实验，在教师的指导下完成。

(3) 实用性。为了使本书更具有实用性及参考价值，全书共分五章，包括三个部分。第一部分为绪论，主要介绍实验教学的任务和基本要求，以及实验数据处理方法中的误差与不确定度，并简要介绍了一些实验中的光学测量方法。第二部分介绍常用光学元器件及实验技术，内容涵盖常用光学元件、调节机械部件、常用光源、光电转换器以及光路调试技术。第三部分是实验部分，包含验证性实验 11 个、设计性实验 7 个、创意性实验 4 个。为帮助学生训练思维能力、研究能力和创新能力，有些实验还给出了一些思考题目。

全书的体系框架、编写和定稿由丁春颖、李德昌、武颖丽老师完成，李平舟老师担任本书主审。在教材编写过程中，李平舟、武颖丽、李仁先等老师对实验选题、内容和部分实验器材等提供了不少的信息和帮助，此外书中还吸收了物理实验中心其他教师的意见和经验，特在此一并致谢。

本书编写过程中参考了很多光学实验工作者编写的教材以及研究成果，有些已在本书末的参考文献中列出，有些未能列出，在此一并表示感谢。

由于时间仓促，编者经验不足，水平有限，书中的疏漏、不足之处在所难免，恳请各位读者批评、指正。

编者　丁春颖

2015 年 8 月

目 录

第 1 章　绪　论

1.1　实验教学的基本任务和基本要求

专业光学实验具有自主性、兴趣性和创新性。通过一系列实验，可使学生牢固树立主体意识，并从中进一步学习和掌握基本的实验技能、实验原理和实验方法，训练自己综合运用知识、独立思考、独立分析和解决问题的能力，同时培养自身知识创新和拓展的能力，提高自主动手设计的能力。

1. 实验的准备阶段

实验的成功或失败，很大程度上取决于实验的准备阶段。在这一阶段，实验者需要进行 4 项工作，每项工作都不能离开理论的应用，不能离开逻辑思维活动。

① 明确实验目的，明白为什么进行实验。

② 明确指导实验设计的理论，即明确以什么理论来指导实验设计，启发实验者应采用什么方法并从什么方向上去实现已确立的实验目的。没有这一步骤，就不能从实验目的过渡到具体的实验设计上去。

③ 着手实验设计。在采取具体的实验行动之前，先在思维中以观念形态大致完成这个实验的行动过程，哪些干扰因素应设法排除，哪些次要因素要暂时撇开，这些都应该在实验设计中予以考虑。实验设计的任务，实际上就是在实验之前，先把这个实验在自己的思维中完成。

④ 准备实验仪器、设备、材料。明确每一种仪器都是以某种或某些理论为依据而设计和制造的，每采用一种仪器，实际上就意味着引进一些理论。材料的选用也是根据一定的理论进行的。离开了一定的理论和逻辑思维，实验仪器、设备和材料的准备工作就无法进行。

2. 实验的实施阶段

实验的实施阶段就是实验操作者操作一定的仪器设备使其作用于实验对象，以取得某种实验效应和数据。具体包括实验方案的选取、仪器设备的安装与调试、实验对象的观察和数据的记录。实验过程中要及时发现问题，解决问题。这个阶段的活动是对人们已有认识的检验，也给人们提供认识的新事实。

3. 实验结果的处理阶段

实验结束后，要对实验中获得的数据做进一步的加工、整理，从中提取出科学事实或某种规律性结论。在分析过程中，要利用统计分析的方法，借助于计算机等手段从数据之间的因果关系、起源关系、功能关系、结构关系等方面多角度、多层次地进行处理。实验最后要形成一份详实完整的实验报告。实验报告内容包括：

① 实验名称：所做实验的名称。

② 实验时间：做实验的具体时间。

③ 实验学生：做实验者本人的姓名。

④ 指导老师：指导实验的教师姓名。

⑤ 实验目的：完成本实验应达到的基本要求。

⑥ 实验仪器：所用仪器的名称和型号。

⑦ 实验原理：简述原理，包括简单的公式推导、原理图和光路图。

⑧ 实验内容和步骤。

⑨ 数据处理：有数据表格、必要的计算过程、实验曲线（必须用铅笔在坐标纸上作图），并写出结果的标准形式和不确定度。

⑩ 问题讨论：分析总结实验得失，完成讨论题。

完成这样完整而又规范的实验报告形式的目的是培养学生规范的实验能力和科学总结能力。

4. 实验室注意事项

（1）光学仪器大多是精密贵重仪器，必须在清楚了解仪器的使用方法之后才能动手使用仪器。取放仪器时，思想要集中，动作要轻慢，暂时不用的仪器要放回原处，不要随意乱放，以免损坏。

（2）光学元件大多数用玻璃制成，光学表面经过精细抛光，因此在任何时候不能用手触摸光学表面，只能拿光学元件的磨砂面。

（3）不要对着光学元件讲话、打喷嚏和咳嗽，以免对镜面造成污痕。

（4）光学元件与光学仪器表面的清洁应在擦拭之前了解清楚其具体情况，采用适当的方法进行处理。如光学仪器表面落有灰尘，可以用干净柔软的脱脂毛刷轻轻掸除，或用洗耳球吹除，严禁用嘴直接去吹；如表面有污渍，可用脱脂棉球蘸酒精乙醚混合液轻轻擦拭，切忌用布直接擦拭；镀膜的光学仪器表面更要小心处理，避免损坏薄膜表面。

（5）光学仪器的调节比较精密，动作要稳、慢，切勿调整过头。

（6）实验中使用的激光源是强光光源，要注意激光的防护。

（7）实验室内要讲究清洁卫生、文明礼貌，不得大声喧哗，不能嬉笑打闹。

（8）实验完毕，要向实验指导老师或实验室工作人员报告实验结果和仪器使用情况，整理好仪器设备，经允许后方可离开实验室。

按照上述实验过程完成实验就要求学生具备以下基本能力：

（1）掌握测量误差的基本知识，具有正确处理实验数据的基本能力。具体应掌握的内容如下：

① 了解测量误差的基本概念，采用不确定度方法对直接测量和间接测量的误差进行评估。

② 学习处理实验数据的一些常用方法，包括列表法、作图法和最小二乘法等。随着计算和应用技术的不断普及，应具有用计算机通用软件处理实验数据的基本能力等。

（2）掌握常用的光学实验方法，例如比较法、转换法、放大法、模拟法、补偿法、平衡法和干涉、衍射法及在近代科学研究和工程技术中广泛应用的其他方法。

（3）了解实验室常用仪器的性能，并会使用，例如长度测量仪器、计时仪器、测温仪器、干涉仪、折射率测量仪、通用示波器、光速测量仪、分光仪、光谱仪、激光器、常用电

源和光源等常用传统仪器。随着现代技术的发展，应根据条件，在光学实验课中逐步了解和学习在近代科学研究与工程技术中广泛应用的现代光学技术，例如激光技术、传感器技术、微弱信号检测技术、光电子技术、结构分析波谱技术等。

(4) 掌握常用的实验操作技术，例如零位调整，水平、铅直调整，光路的共轴调整，消视差调整，逐次逼近调整，根据给定的光路图正确连接仪器，简单的光路故障检查与排除，以及在近代科学研究与工程技术中广泛应用的仪器的正确调节方法。

(5) 掌握基本光学量的测量方法，例如长度、时间、光强度、折射率、光速等常用光学量及光学参数的测量，注意加强数字化测量技术和计算技术在光学实验教学中的应用。

(6) 适当了解一些光学实验史料和光学实验在工程技术及现代科学技术中的应用知识。

此外学生还应具备以下提高性能力：

① 独立实验的能力。能够通过阅读实验教材、查询有关资料，掌握实验原理及方法，做好实验前的准备；正确使用仪器及辅助设备，独立完成实验内容，撰写合格的实验报告；培养独立实验的能力，逐步形成自主实验的能力。

② 分析与研究的能力。能够融合实验原理、设计思想、实验方法及相关的理论知识对实验结果进行判断、归纳与分析。掌握通过实验进行光学现象和光学规律研究的基本方法，具有初步的分析与研究能力。

③ 理论联系实际的能力。能够在实验中发现问题、分析问题并学习解决问题；能够根据光学理论与教师的要求建立合理的模型并完成简单的设计性实验，初步形成综合运用所学知识和技能解决实际问题的能力。

1.2 误差与不确定度

测量值与真实值之间的差异称为误差。物理实验离不开对物理量的测量，测量有直接的，也有间接的。由于仪器、实验条件、环境等因素的限制，测量不可能无限精确，物理量的测量值与客观存在的真实值之间总会存在着一定的差异，这种差异就是测量误差。误差与错误不同，错误是应该而且可以避免的，而误差是不可能避免的。不确定度表征被测量的真值所处量值范围的评定，它按某一置信概率给出真值可能落入的区间，可以是标准差或其倍数。不确定度不是具体的真误差，它只是以参数形式定量表示了无法修正的那部分误差范围，其来源于偶然效应和系统效应的不完善修正，是用于表征合理赋予的被测量值的分散性参数。

1.2.1 误差及其处理方法

1. 误差的定义

误差定义为测量值和真值之差。按表达方式分为绝对误差和相对误差。

(1) 绝对误差：测量值与真值之差，即

$$\delta_x = x - x_0 \tag{1-1}$$

式中 δ_x 表示绝对误差，x 表示测量值，x_0 表示真值。

该误差反映了测量的准确度。由于误差存在于一切测量过程中，真值虽然是客观存在

的实际值，但无法得到。因此等精度测量中常用测量值和平均值之差估算绝对误差。其表达式为

$$\delta_x = x - \overline{x} \tag{1-2}$$

在估算绝对误差时，有时用被测量的公认值、理论值或更高精度的测量值来代替真值 x_0，这些值叫做“约定真值”。

(2) 相对误差：用绝对误差和真值比的绝对值（百分数）表示，也称百分误差。计算公式为

$$E = \left|\frac{\delta_x}{x_0}\right| \times 100\% \tag{1-3}$$

2. 误差的类型及处理方法

测量中误差按其产生的条件可归纳为系统误差、随机误差和粗大误差三类。

1) 系统误差

在对同一物理量进行多次等精度测量时，误差为常数或以一定规律变化的误差称为系统误差。系统误差分为可定系统误差和未定系统误差。

① 可定系统误差。在测量中大小、正负可确定的误差称为可定系统误差。测量中应消除掉该误差。例如米尺零刻线被磨损或弯曲，若不注意，会产生零点不为零的可定系统误差。因此测量时应该避开零刻度线，用中间的某整刻度线作为测量的起始点，再读出被测物的终止点，两点相减就避开了零点不准的可定系统误差。再如千分尺(亦称螺旋测微器)零点不为零，测量时应先记下零点值 d_0，再测量被测量值的大小 d_1，两者相减($d_1 - d_0$)的结果就消除了千分尺 d_0的可定系统误差。

② 未定系统误差。测量中只能确定大小，不能确定正负的误差(如仪器不确定度产生的测量误差)称为未定系统误差，应将其合成到测量结果的不确定度中。例如千分尺的示值误差、数字毫秒计的不确定度、分光计的不确定度、电表的精度(即准确度等级)等产生的测量误差都是未定系统误差。

(1) 系统误差产生的原因。

由仪器不确定度产生的系统误差，即因仪器本身缺陷、校正不完善或没有按规定条件使用而产生的误差。例如，仪器刻度不准、刻度盘和指针安装偏心、米尺弯曲、天平两臂不等长等。

由测量公式产生的系统误差，即因测量公式本身的近似性或没有满足理论公式所规定的实际条件而产生的误差。例如，单摆周期公式 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ 的成立条件是摆角小于 5°，用这个近似公式计算 T 时，计算本身就带来了误差；又如用伏安法测量电阻时，忽略了电表内阻的影响等。

由测量环境产生的系统误差，即在测量过程中，因周围温度、湿度、气压、振动、电磁场等环境条件发生有规律的变化而引起的误差。如在 25℃时标定的标准电阻在 30℃环境下使用产生的误差等。

由操作人员产生的系统误差，即因操作者的坏习惯或生理、心理等因素造成的误差。例如用米尺测长，读数时斜视读出；用秒表计时，掐表速度较慢等。

(2) 发现系统误差的方法。

理论分析法：从原理和测量公式上找原因，看是否满足测量条件。例如用伏安法测量电阻时实际中电压表内阻不等于无穷大、电流表内阻不等于零，会产生系统误差。

实验对比法：改变测量方法和条件，比较差异，从而发现系统误差。例如调换测量仪器或操作人员，进行对比，观察测量结果是否相同而进行判断确认。

数据分析法：分析数据的规律性，以便发现误差。例如残差法，对一组等精度测量数据，通过计算偏差、观察其大小和比较正、负号的数目，可以寻找系统误差。

2）随机误差

多次等精度测量中，误差变化是随机的，忽大忽小，忽正忽负，没有规律；当测量次数比较多时就满足一种规律——统计规律。最常见的就是正态分布（也称高斯分布），如图1.1所示，其满足高斯方程：

$$f(\delta_x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_x}{\sigma}\right)^2} \tag{1-4}$$

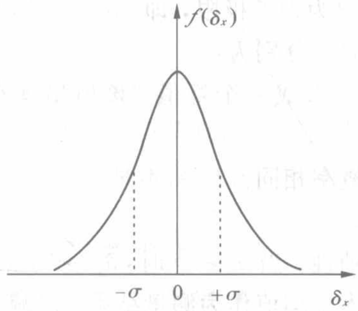

图 1.1 正态分布曲线图

(1) 正态分布的特性。

高斯方程中 σ 称为标准差，是随机误差 δ_x 的分布函数 $f(\delta_x)$ 的特征量，其表达式为

$$\sigma = \lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_0)^2} \tag{1-5}$$

σ 确定，$f(\delta_x)$ 就唯一确定；反之 $f(\delta_x)$ 确定，σ 的大小也就唯一确定了。σ 越小，测量精度越高。曲线越陡，峰值越高，随机误差越集中，测量重复性越好；σ 越大则反之。σ 对 $f(\delta_x)$ 的影响示意图如图 1.2 所示。

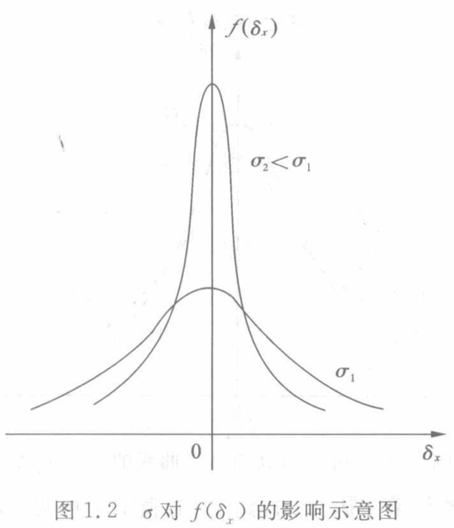

图 1.2 σ 对 $f(\delta_x)$ 的影响示意图

为了统计随机误差的概率分布，将概率密度函数在以下区间积分，得到随机误差在相应区间的概率值分别如下：

$$P(-\infty, +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\delta_x)\mathrm{d}(\delta_x) = 1$$

$$P(-\sigma, +\sigma) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\delta_x)\mathrm{d}(\delta_x) = 68.3\%$$

$$P(-2\sigma, +2\sigma) = \int_{-2\sigma}^{+2\sigma} f(\delta_x)\mathrm{d}(\delta_x) = 95.4\%$$

$$P(-3\sigma, +3\sigma) = \int_{-3\sigma}^{+3\sigma} f(\delta_x)\mathrm{d}(\delta_x) = 99.7\%$$

由上式可以看出，随机误差落在 $\pm 3\sigma$ 之外的概率仅为 0.3%，是正常情况下不应该出现的小概率事件，因此将 $\pm 3\sigma$ 定为误差极限，即 $|\delta_{x_i}| \geqslant 3\sigma$ 时的 x_i 为坏值。

正态分布具有 4 个重要特性，分别为：

单峰性：小误差多而集中，形成一个峰值。该值出现在 $\delta_x \doteq 0$ 处，即真值出现的概率最大。

对称性：正负误差出现的概率相同。

有界性：$|3\sigma|$ 为误差界限。

抵偿性：正负误差具有抵消性。当 $n \to \infty$ 时，$\overline{\delta_x} \to 0$，$\overline{x} \to x_0$。因此，对随机误差的处理方法是采取多次测量，取算术平均值作为测量结果，以减小随机误差，提高测量精度。

(2) 测量列的标准差。

如图 1.3 所示，高斯方程中的标准差 σ 是理论值，当 $n \to \infty$ 时，才趋于高斯分布。在实际测量中，只能进行有限次测量，而有限次测量的随机误差实际遵从 t 分布。t 分布曲线较高斯分布曲线稍低而宽，两边较高，两者形状非常相近。实验中，先用贝赛尔(Bessle)公式计算测量列的标准偏差

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} \tag{1-6}$$

然后用 t 分布因子对标准偏差进行修正，估算出测量列的标准差

$$\sigma = S \times t_{0.683} \tag{1-7}$$

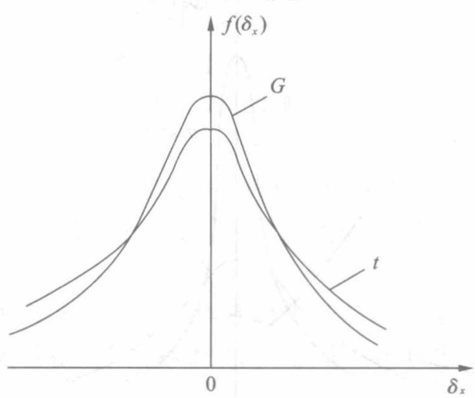

图 1.3　t 分布与高斯分布曲线的比较示意图

在测量次数选择时，要注意 t 因子的修正。由表 1.1 可见，$n=6$ 是拐点，当 $n>6$ 时，t

的变化小而缓慢，可取：

$$\sigma \approx S(n \geqslant 6) \tag{1-8}$$

表 1.1 实验中常用的 t 因子

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	20	40	∞
$t_{0.683}$	1.84	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.03	1.01	1

(3) 平均值的标准差。

平均值也是个随机变量，服从正态分布。如果对某被测量 x 进行多组多次等精度测量，每组测量列的平均值为 $\bar{x}_1$、$\bar{x}_2$…等不尽相同，只是随机误差已很小。由最小二乘法可证明，平均值是真值的最佳估计值，因此实验中只需对被测量进行 1 组等精度测量。其平均值的标准差：

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = t\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{1-9}$$

下面用最小二乘法证明测量列的平均值是真值的最佳估计值。

求一组等精度测量列的最佳值，就是求能使它与各次测量值之差的平方和为最小的 $x_{佳}$ 值。用 $x_{佳}$ 表示真值的最佳估计值，即求式 $\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - x_{佳})^2$ 取最小值时的 $x_{佳}$，对上式求一阶导数(令其等于零)和二阶导数(大于零)分别为

$$f'\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{佳})^2\right] = 0；\ f''\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{佳})^2\right] = 2n > 0，\text{满足极小值条件}$$

解一阶导数等于零的等式：

$$-2\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{佳}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_i = nx_{准}$$

则

$$x_{准} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

由以上证明可以看出，真值的最佳估计值是平均值。

3) 粗大误差

粗大误差又简称粗差，是实验者粗心大意或由于环境突发性干扰而造成的，为坏值。在处理数据时不能计算在内，应予以剔除，具体做法是求出 $\bar{x}$ 和 σ，作区间 $x = (\bar{x} \pm 3\sigma)$，则测量列中数据不在此区间内的值都是坏值，应剔除掉，这种方法称为 3σ 法则。在测量中，若一组等精度测量值中的某值与其它值相差很大，应先查找一下原因，判断是否是粗差引起的，若是，则将其剔除。若找不出原因，或无法肯定，就先求出所有测量值(包括可疑坏值)的标准差，然后用 3σ 法则判断并剔除。之后，再用剩余的数据重新计算 σ，并进行检验，直到没有坏值，才能计算、分析测量结果。

例 1 对液体温度作多次等精度测量，测量值分别为 20.42、20.43、20.40、20.43、20.42、20.43、20.39、20.30、20.40、20.43、20.42、20.41、20.39、20.39、20.40。试用 3σ 准则检验该测量列中是否有坏值，并计算检验后的平均值及标准差。

解：实验数据和处理过程如表 1.2 所示。

表 1.2　实验数据

i	t/℃	$\lvert\delta_x\rvert$/℃
1	20.42	0.016
2	20.43	0.026
3	20.40	0.004
4	20.43	0.026
5	20.42	0.016
6	20.43	0.026
7	20.39	0.014
8	20.30	0.104
9	20.40	0.004
10	20.43	0.026
11	20.42	0.016
12	20.41	0.006
13	20.39	0.014
14	20.39	0.014
15	20.40	0.004
平均值	20.404	

在表中计算的中间过程数据可以多取一位。

计算测量列的标准差：

$$\sigma = 0.03\ ℃,\ 3\sigma = 0.09\ ℃$$

判断和剔除：$i = 8$ 时的 $\lvert\delta_x\rvert = 0.104 \geqslant 3\sigma$，故 $t = 20.30$ ℃是坏值，予以剔除。

剔除后 $\bar{t} = 20.411$℃，$\sigma = 0.016$℃，经检验已再无坏值。

1.2.2　不确定度

1. 不确定度的定义

1) 不确定的概念

不确定度是由于测量误差的存在而造成对被测量值不能确定的程度。若被测量用 X 表示，则不确定度用符号 ΔX 表示。它由两部分组成：A 类分量 ΔX_A 和 B 类分量 ΔX_B。

ΔX 表达式：

$$\Delta X = \sqrt{\Delta X_A^2 + \Delta X_B^2} \tag{1-10}$$

相对不确定度：

$$E = \frac{\Delta X}{X} \times 100\% \tag{1-11}$$

A 类分量：ΔX_A是对随机误差的统计处理，常用平均值的一倍标准差估算；

B 类分量：ΔX_B是对未定系统误差大多按均匀分布进行的非统计处理，换算成与一倍标准差有相同置信概率的分量。

ΔX_A、ΔX_B 应具有同等的置信概率(物理实验中一般取 $P = 0.683$)。

2) 仪器的不确定度 $\Delta X_{仪器}$

仪器是一种产品，作为一个结果，它的不可靠量值应该是不确定度 $\Delta X_{仪器}$(以前称其为仪器误差)。它在测量中产生未定系统误差，该误差大多服从均匀分布，如图 1.4 所示，即误差大小和符号的概率均相等。

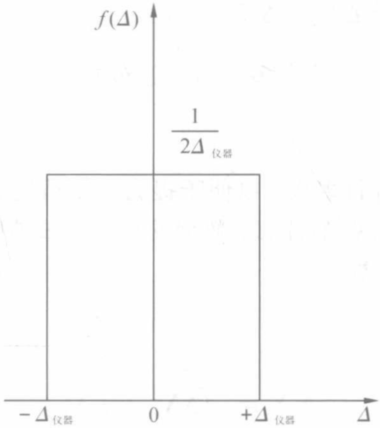

图 1.4　均匀分布示意图

将仪器不确定度 $\Delta X_{仪器}$ 合成到测量结果的不确定度中为 B 类分量：

$$\Delta X_B = \frac{\Delta X_{仪器}}{\sqrt{3}} (P = 0.683) \tag{1-12}$$

3) 仪器不确定度的获得

获得不确定度的方法如下：

(1) 由仪器或说明书中给出。有的仪器在说明书或者铭牌上已经标明了仪器的不确定度。

(2) 由仪器的准确度等级获得，即

$$\Delta X_{仪器} = 准确度等级 \times \frac{量程}{100} \tag{1-13}$$

仪器的准确度等级由高到低排列为 0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5、5.0 级，共七个等级(0.1、0.2 属正态分布，$\Delta X_B = \Delta X_{仪器}/3$；其余均为均匀分布，$\Delta X_B = \Delta X_{仪器}/\sqrt{3}$)。

(3) 估计：对于连续读数的仪器，取 $\Delta X_{仪器} = 1/2$ 分度值；对于非连续读数的仪器，取 $\Delta X_{仪器} =$ 分度值。

在实验室中，最常见的非连续读数仪器有：游标卡尺、分光计、电阻箱、机械秒表、数字式欧姆表、数字式频率计等数字式仪表。非连续读数仪器对数字式仪表 $\Delta X_{仪器}$ 取末位 ± 1 或 ± 2 。(注：分度值就是仪器最小测量单位的量值。如米尺的分度值是 1 mm，JJY 分光计的分度值是 $1'$。)

2. 测量结果和不确定度的确定

1）单次直接测量

在某些精度要求不高或条件不许可的情况下，只需要进行单次测量。在实验中，先重复性测量 3 次，如果测量值相等，说明测一次就行了。此时的不确定度的两个分量表示为：

$$\Delta X_A = 0，\Delta X_B = \frac{\Delta X_{仪器}}{\sqrt{3}}$$

因此，测量结果和不确定度如下：

测量结果：x_1。

不确定度：$\Delta X = \sqrt{\Delta X_A^2 + \Delta X_B^2} = \Delta X_B$

$\frac{\Delta X_{仪器}}{\sqrt{3}}$(物理实验中的系统误差大多是均匀分布的)

2）多次直接测量

通常对于测量都要重复进行多次，以便于提高测量精度。一般选取测量次数 $n \geqslant 6$，以便于满足 $\sigma \approx S(t \approx 1)$，简化 ΔX_A 的计算。数据处理前应该消除掉可定系统误差和剔除掉粗大误差，再进行下面的分析计算。

测量结果：$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$。

不确定度：

$$\begin{aligned}\Delta X &= \sqrt{\Delta X_A^2 + \Delta X_B^2} \\ &= \sqrt{(\sigma_{\bar{x}})^2 + \left(\frac{\Delta X_{仪器}}{\sqrt{3}}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{t^2}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 + \frac{\Delta X_{仪器}^2}{3}}\end{aligned} \qquad (1-14)$$

3）间接测量

间接测量值是把直接测量的结果带入函数关系式(即测量公式)计算而得到的。由于直接测量有误差，导致间接测量也有误差。间接测量结果的不确定度取决于直接测量结果的不确定度和测量公式的具体形式，分析如下：

被测量的函数关系式：$y = f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$，$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为各自独立的直接测量量。

测量结果：$\bar{y} = f(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \cdots, \overline{x_n})$。

间接测量不确定度：对被测量的函数关系式进行全微分，求出结果的不确定度。为使微分简化，具体分为如下两种形式表示：

(1) 当测量公式为和差形式时，对 $y = f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$，直接用微分求不确定度 ΔY，如下：

$$\mathrm{d}y = \frac{\partial f}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_n}\mathrm{d}x_n$$

$$\Delta Y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\Delta x_n\right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\Delta x_i\right)^2} \qquad (1-15)$$

例 2 求 $Y=3C-D$ 的不确定度。

微分：
$$dY = 3dC - dD$$

用不确定度符号代替微分符号，得

$$\Delta Y = \sqrt{9(\Delta C)^2 + (\Delta D)^2}$$

式中直接测量量的不确定度 ΔC、ΔD 用式(1-14)计算。

(2) 当测量公式为乘除、指数等形式时，对 $y=f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$，先取对数，再微分求相对不确定度 $\Delta Y/Y$ 。

$$\ln y = \ln f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

$$\frac{dY}{Y} = \frac{\partial \ln f}{\partial x_1}dx_1 \pm \frac{\partial \ln f}{\partial x_2}dx_2 \pm \cdots \pm \frac{\partial \ln f}{\partial x_n}dx_n$$

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\Delta x_2\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_n}\Delta x_n\right)^2}$$

$$= \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_i}\Delta x_i\right)^2} \tag{1-16}$$

例 3 求 $Y=3C/D^5$ 的不确定度。

取对数：
$$\ln Y = \ln 3 + \ln C - 5\ln D$$

微分：
$$\frac{dY}{Y} = \frac{dC}{C} - 5\frac{dD}{D}$$

用不确定度号代替微分号：

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sqrt{\left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 + 25\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2}$$

式中直接测量量 A、B 的不确定度 ΔC 和 ΔD 应用式(1-14)计算。

4) 测量结果的表示

测量结果用下式表示：

$$Y = \overline{Y} \pm \Delta Y = \qquad\qquad \frac{\Delta Y}{Y} =$$

表 1.3 常用函数的不确定度传递公式

函数	不确定度关系式
$Y=A\pm B$	$\Delta Y = \sqrt{(\Delta A)^2 + (\Delta B)^2}$
$Y=AB$ 或 $Y=A/B$	$\frac{\Delta Y}{Y} = \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2}$
$Y=kA$	$\Delta Y = k\cdot\Delta A$
$Y=kA\cdot\frac{mB}{nC}$	$\frac{\Delta Y}{Y} = \sqrt{\left(k\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(m\frac{\Delta B}{B}\right)^2 + \left(n\frac{\Delta C}{C}\right)^2}$
$Y=\sqrt[n]{A}$	$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{1}{n}\frac{\Delta A}{A}$
$Y=\ln A$	$\Delta Y = \frac{\Delta A}{A}$
$Y=\sin A$	$\Delta Y = \lvert\cos A\rvert\Delta A$