

国防科学技术大学惯性技术实验室优秀博士学位论文丛书

# 面向地磁导航的位场延拓 空间域算法研究

Research on  
Spatial Domain Numerical Methods for Potential Field  
Continuation in Geomagnetic Navigation

陈龙伟 曹聚亮 吴美平 吕云霄 著



国防工业出版社  
National Defense Industry Press

国防科学技术大学惯性技术实验室优秀博士学位论文丛书

# 面向地磁导航的位场延拓 空间域算法研究

Research on Spatial Domain Numerical Methods for  
Potential Field Continuation in Geomagnetic Navigation

陈龙伟 曹聚亮 吴美平 吕云霄 著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

面向地磁导航的位场延拓空间域算法研究/陈龙伟等著.—北京:国防工业出版社,2015.10

ISBN 978-7-118-10271-0

I. ①面... II. ①陈... III. ①地磁导航—算法—研究 IV. ①TN96

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 231046 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

三河市众誉天成印务有限公司印刷

新华书店经售

\*

开本 710×1000 1/16 印张 9 1/4 字数 155 千字

2015 年 10 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—1500 册 定价 50.00 元

---

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)88540777

发行传真: (010)88540755

发行邮购: (010)88540776

发行业务: (010)88540717

# 国防科学技术大学惯性技术实验室 优秀博士学位论文丛书 编 委 会 名 单

主任委员 胡小平 吴美平

委 员 杨功流（北京航空航天大学）  
陈家斌（北京理工大学）  
李四海（西北工业大学）  
徐晓苏（东南大学）  
蔡体菁（东南大学）  
刘建业（南京航空航天大学）  
赵 琳（哈尔滨工程大学）  
胡柏青（海军工程大学）  
王跃钢（第二炮兵工程大学）  
吴文启（国防科学技术大学）

秘 书 练军想

# 序

大学之道，在明明德，在亲民，在止于至善。

——《大学》

国防科学技术大学惯性技术实验室，长期从事惯性导航系统、卫星导航技术、重力仪技术及相关领域的人才培养和科学的研究工作。实验室在惯性导航系统技术与应用研究上取得显著成绩，先后研制我国第一套激光陀螺定位定向系统、第一台激光陀螺罗经系统、第一套捷联式航空重力仪，在国内率先将激光陀螺定位定向系统用于现役装备改造、首次验证了水下地磁导航技术的可行性，服务于空中、地面、水面和水下等各种平台，有力地支撑了我军装备现代化建设。在持续的技术创新中，实验室一直致力于教育教学和人才培养工作，注重培养从事导航系统分析、设计、研制、测试、维护及综合应用等工作的工程技术人才，毕业的研究生绝大多数战斗于国防科技事业第一线，为“强军兴国”贡献着一己之力。尤其是，培养的一批高水平博士研究生有力地支持了我军信息化装备建设对高层次人才的需求。

博士，是大学教育中的最高层次。而高水平博士学位论文，不仅是全面展现博士研究生创新研究工作最翔实、最直接的资料，也代表着国内相关研究领域的最新水平。近年来，国防科学技术大学研究生院为了确保博士学位论文的质量，采取了一系列措施，对学位论文评审、答辩的各个环节进行严格把关，有力地保证了博士学位论文的质量。为了展现惯性导航技术实验室博士研究生的创新研究成果，实验室在已授予学位的数十本博士学位论文中，遴选出 23 本具代表性的优秀博士学位论文，分成五个专题，结集出版，以飨读者。这五个专题分别是：(1) 激光陀螺惯导系统技术；(2) 地磁导航技术；(3) 嵌入式组合导航技术；(4)

航空重力测量技术；(5)自主导航理论与方法。

结集出版的目的有三：其一，不揣浅陋。此次以专著形式出版，是为了尽可能扩大实验室的学术影响，增加学术成果的交流范围，将国防科学技术大学惯性导航技术实验室的研究成果，以一种“新”的面貌展现在同行面前，希望更多的同仁们和后来者，能够从这套丛书中获得一些启发和借鉴，那将是作者和编辑都倍感欣慰的事。其二，不宁为是。以此次出版为契机，作者们也对原来的学位论文内容进行诸多修订和补充，特别是针对一些早期不太确定的研究成果，结合近几年的最新研究进展，又进行了必要的修改，使著作更加严谨、客观。其三，不关毁誉，唯求科学与真实。出版之后，诚挚欢迎业内外专家指正、赐教，以便于我们在后续的研究工作中，能够做得更好。

在此，一并感谢各位编委以及国防工业出版社的大力支持！

吴美平

2015年10月09日于长沙

## 前　　言

近年来,水下自主航行器(Autonomous Underwater Vehicle,AUV)得到迅速发展,在科学考察、国民经济以及军事应用等领域展现出广阔的应用前景。长航时、高精度、自主性、隐蔽性等是军用AUV对导航系统提出的特殊要求,就目前导航技术发展水平而言,这些要求还未能得到很好的满足,特别是长航时自主导航精度,远不能满足要求,甚至成为了制约AUV发展的瓶颈之一,因此,迫切需要探索和研究解决这一瓶颈问题的新的技术途径。

惯性导航系统具有自主性好、隐蔽性强、全天候工作、能为载体提供连续实时的导航参数以及短时间内导航精度高等优点,然而,惯性导航系统存在导航误差随时间累积的固有弱点。地磁匹配导航系统突出的优点则是定位误差不随时间积累。将这两者组合,构成惯性/地磁匹配组合导航系统,不失为提高AUV长航时导航精度的有效途径。

实现水下惯性/地磁匹配组合导航,有许多关键问题需要解决,其中关键问题之一是水下地磁基准图的获取。地磁基准图是实现地磁匹配定位的数据基础。目前,空间高分辨率地磁数据一般是通过海面或航空磁测得到的,由于地磁场是随空间位置变化的,所以航测磁数据和海测磁数据不能直接作为地磁基准图用于水下地磁匹配定位。如何获得水下地磁基准图,成为水下惯性/地磁匹配组合导航技术重点研究内容。

经典场论中的位场延拓理论,为解决水下地磁数据获取问题提出了一条途径:根据已有的航测磁数据或者海测磁数据,采用位场延拓算法,可以计算得到水下地磁数据。本书以水下惯性/地磁匹配组合导航为研究背景,对平面位场延拓问题(包括平面位场向上延拓和平面位场向下延拓)和曲面位场延拓问题(包括平化曲和曲化平)进行了深入分析,提出了一套系统的空间域解决拉普拉斯方程边值问题的新方法,研发了快速、稳定的实用位场延拓算法,较好地解决了

平面位场向下延拓和曲化平不稳定问题和算法时间效率问题。本书分为 7 章，各章节内容如下。

第 1 章绪论。简介水下地磁导航技术,总结位场延拓问题国内外研究现状。

第 2 章位场延拓问题的基础理论。将位场向上延拓问题表示成偏微分方程边值问题,利用格林公式和拉普拉斯方程基本解,较详细推导了位场向上延拓积分表达式,给出了相应的频率域表达式,介绍了位场向上延拓频率域 FT 算法;对向下延拓问题进行了定性分析,给出了求解思路。

第 3 章平面位场延拓频率域算法及改进。主要内容包括:从数学上证明了位场向下延拓积分迭代法是收敛的,分析了该方法的频域滤波特性;分析了对任意采样点数位场数据进行离散傅里叶变换时,离散频率的计算问题;提出了基于 L 曲线法的快速正则化参数确定算法,完善了位场向下延拓 Tikhonov 正则化方法,利用仿真数据和实测数据,分析了空间域算法性能。

第 4 章平面位场向上延拓空间域 BCE 算法。首先给出了向上延拓空间域方法的理论基础,提出了新的向上延拓积分离散化方法,从数学上证明离散化后的系数矩阵是对称、分块 Toeplitz 矩阵 (BTTB);然后引入了一种 BTTB 矩阵与向量相乘的快速算法,实现了空间域向上延拓,利用仿真数据和实测数据,分析了空间域算法性能;最后分析了向上延拓空间域方法和频域方法之间的关系。

第 5 章平面位场向下延拓空间域 CGLS – BCE 算法。本章首先引入 Lanczos 算法对系数矩阵的病态性进行分析;然后给出了空间域求解平面向下延拓问题的研究思路,包括优化泛函的构造方法和优化问题迭代解法,对逐次逼近迭代法和最速下降迭代法求解各类优化泛函进行了详细分析;最后给出了向下延拓空间域 CGLS – BCE 算法,利用仿真数据和实测数据对算法性能进行分析。

第 6 章曲化平空间域 CGLS – SI – BCE 算法。本章对平面位场向下延拓问题和曲化平问题在数学上的相似性进行了分析,引入并分析了分层插值法和泰勒级数展开法两种快速平化曲方法,在此基础上,提出了实现曲化平的快速稳定 CGLS – SI – BCE 算法。利用仿真数据和实测数据对平化曲算法和曲化平算法的性能进行了分析。

第7章总结及展望。本章对研究成果进行了总结,结合应用背景需求,给出下一步研究工作需要解决的问题。

本书的研究工作得到国家自然科学基金面上项目(61174206)、国家自然科学基金青年基金项目(41404106)和中南大学博士后基金项目资助,在此表示衷心感谢。

求解位场延拓问题归根到底是求解拉普拉斯方程边值问题,书中给出的求解拉普拉斯方程边值问题的研究思路和解决方法,可为解决其他类型偏微分方程边值问题提供参考。书中给出了详细的各类位场延拓算法流程,提供了程序代码,希望能为导航、地球物理等专业相关研究人员提供帮助。鉴于著者学术水平有限,疏漏之处在所难免,敬请读者批评指正。

陈龙伟

2014年12月

# 目 录

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 水下地磁导航技术概述 .....	1
1.2 位场延拓方法研究现状 .....	3
1.2.1 平面位场延拓 .....	3
1.2.2 曲面位场延拓 .....	5
第 2 章 位场延拓问题的基础理论 .....	7
2.1 位场向上延拓问题的数学描述 .....	7
2.2 位场向上延拓边界积分 .....	8
2.3 位场向下延拓问题分析 .....	13
2.4 本章小结 .....	16
第 3 章 平面位场延拓频率域算法及改进 .....	17
3.1 向下延拓积分迭代法分析 .....	17
3.1.1 收敛性分析 .....	17
3.1.2 频率域特性分析 .....	21
3.2 任意采样点数二维 FFT 算法 .....	23
3.2.1 离散频率计算 .....	24
3.2.2 GFT 算法性能分析 .....	31
3.3 频率域向下延拓 Tikhonov – Lcurve 算法 .....	35
3.3.1 Tikhonov – Lcurve 算法原理 .....	35
3.3.2 Tikhonov – Lcurve 算法的性能分析 .....	39
3.4 本章小结 .....	45

<b>第4章 平面位场向上延拓空间域算法</b>	46
4.1 向上延拓空间域方法理论基础	46
4.1.1 向上延拓积分方程的离散化	47
4.1.2 离散问题规范表示	49
4.1.3 系数矩阵结构特征分析	51
4.2 空间域向上延拓 BCE 算法	60
4.3 BCE 算法的性能分析	61
4.3.1 球体组合模型检验	62
4.3.2 实测数据检验	64
4.3.3 两种 BCE 算法对比分析	64
4.4 频率域方法与空间域方法之间联系	69
4.5 本章小结	71
<b>第5章 平面位场向下延拓空间域算法</b>	72
5.1 系数矩阵病态性分析	72
5.2 空间域内求解向下延拓问题的研究思路	76
5.2.1 优化泛函的构造	76
5.2.2 迭代方法的选择	78
5.3 向下延拓 CGLS - BCE 算法原理	82
5.4 CGLS - BCE 算法的性能分析	84
5.4.1 球体组合模型检验	84
5.4.2 实测数据检验	88
5.5 本章小结	91
<b>第6章 曲面位场延拓空间域算法</b>	92
6.1 曲化平问题分析	92
6.2 平化曲快速算法	93
6.2.1 SI - BCE 算法	93
6.2.2 FDTE 算法	95

6.2.3 平化曲算法性能分析 .....	100
6.3 曲化平 CGLS – SI – BCE 算法原理 .....	102
6.4 CGLS – SI – BCE 算法的性能分析 .....	104
6.4.1 球体组合模型检验 .....	104
6.4.2 实测数据检验 .....	107
6.5 本章小结 .....	110
<b>第 7 章 总结及展望 .....</b>	<b>112</b>
7.1 总结 .....	112
7.2 展望 .....	113
<b>附录 A 延拓算法性能测试数据 .....</b>	<b>114</b>
A.1 位场仿真数据 .....	115
A.2 随机噪声数据 .....	116
A.3 起伏面高程仿真数据 .....	116
A.4 实测磁异常数据 .....	116
A.4.1 实测磁异常数据一 .....	116
A.4.2 实测磁异常数据二 .....	118
<b>附录 B 格林公式 .....</b>	<b>119</b>
<b>附录 C 频率域正则延拓算子的推导 .....</b>	<b>120</b>
<b>附录 D 加权积分解析表达式的推导 .....</b>	<b>123</b>
<b>附录 E 频率域向上延拓程序 Matlab 代码 .....</b>	<b>126</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>129</b>

# 第1章 绪论

近年来,水下自主航行器(Autonomous Underwater Vehicle,AUV)得到迅速发展,在科学考察、国民经济以及军事应用领域展现出广阔的应用前景。长航时、高精度、自主性、隐蔽性等是AUV对导航系统提出的基本要求,就目前导航技术发展水平而言,这些要求还未能得到很好的满足,特别是长航时自主导航精度,远不能满足要求,甚至成为了制约AUV发展的瓶颈之一。因此,迫切需要探索和研究解决这一瓶颈问题的新的技术途径。

惯性导航系统具有自主性好、隐蔽性强、全天候工作、能为载体提供连续实时的导航参数以及短时间内导航精度高等优点,但是,惯性导航系统存在导航误差随时间累积的固有弱点。地磁匹配导航系统突出的优点则是定位误差不随时间积累。将这两者组合,构成惯性/地磁匹配组合导航系统,不失为一种理想的选择。地磁基准图是实现地磁导航的前提,如何获取水下地磁基准图是本书的主要研究内容。

## 1.1 水下地磁导航技术概述

惯性/地磁匹配组合导航原理可以简单概括为:将选定区域的地磁场的某种特征值(如地磁异常值),制成参考图预先存储在AUV上的计算机中。当AUV经过该区域时,磁力仪对地磁场进行实时测量,由实测值构成实时图。将实时图与预存的地磁基准图进行相关匹配,确定实时图在基准图中的最相似点,即匹配点,从而确定出AUV的精确实时位置,该位置信息与惯导系统的导航信息进行组合滤波,为AUV提供高精度导航服务,该原理如图1.1所示。

基于上述对惯性/地磁匹配组合导航的认识,一般认为实现惯性/地磁匹配组合导航,需要着重解决三个关键问题<sup>[1-8]</sup>:

- (1) 载体干扰磁场补偿;
- (2) 地磁基准图的获取;
- (3) 匹配定位和组合导航方法。

地磁基准图是实现地磁匹配定位的数据基础。为完成地磁匹配定位,需要AUV获得航行深度面上的地磁基准图。目前通过航空地磁测量或海

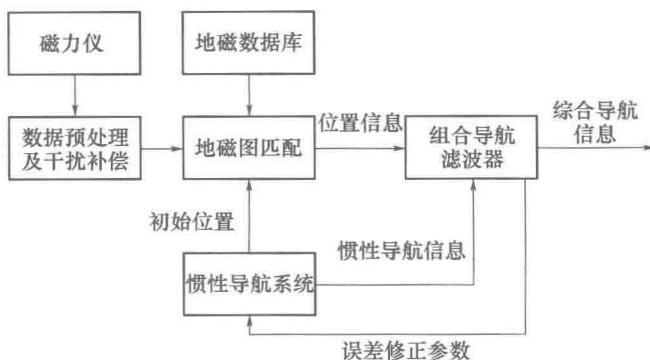


图 1.1 惯性/地磁匹配组合导航原理图

面地磁测量方式得到的地磁数据,只是水面或其上方空间内某一平面或曲面上的地磁数据。由于地磁场在空间垂直方向上幅值是变化的,所以航测磁数据或海测磁数据不能直接作为 AUV 航行面上的地磁基准图。显然,通过直接测量的方式得到水下地磁数据是不现实的。由经典场论中的位场延拓理论可知,根据已有的航测磁数据或者海测磁数据,采用延拓算法,可以计算得到水下地磁数据,这样的过程称为位场向下延拓,如图 1.2 所示。研究位场延拓问题,为获取水下地磁数据提供理论和方法支撑,是本书的主要内容,对实现水下惯性/地磁匹配组合导航具有重要意义。

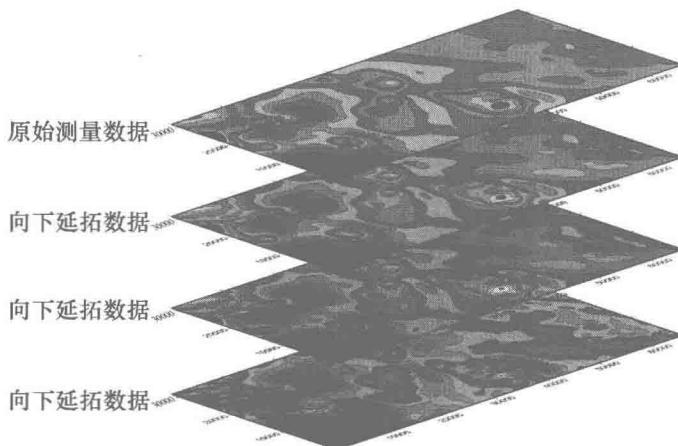


图 1.2 位场向下延拓示意图

## 1.2 位场延拓方法研究现状

在地球物理领域,位场延拓是一种重要的数据处理方法,具有广泛的应用。位场延拓分为向上延拓和向下延拓。向上延拓的用途包括:融合不同高度的航测数据,使之归化到同一高度面<sup>[9]</sup>,通过压制浅源异常来突出深源异常<sup>[9,10]</sup>,用于不同尺度位场的分离<sup>[11]</sup>。向下延拓可以增强异常的细节信息,有助于数据解释<sup>[9,12]</sup>。从数学上讲,位场向上延拓属于适定问题,目前已得到较好解决,而向下延拓属于不适定问题,还没有得到很好解决。所以,深入研究位场延拓问题,尤其是向下延拓问题,具有重要的理论价值和应用价值。

### ► 1.2.1 平面位场延拓

平面位场向上延拓问题从理论上已得到解决,在空间域,向上延拓问题解析解是一个二维卷积积分,一般称为向上延拓积分(Upward Continuation Integral)。Dean<sup>[13]</sup>推导出了向上延拓积分核函数的频域表达式,得到了位场向上延拓频域表达式。这样平面位场向上延拓就可以从空间域和频域两个角度着手求解。在 Cooley 和 Turkey<sup>[14]</sup>发现了快速傅里叶变换算法(FFT)后,采用频率域方法解决平面位场向上延拓问题成为主流,通常称为傅里叶变换法(FT 算法),该算法效率高且稳定,能够处理大数据量情况下的观测数据。

实际观测得到的位场数据,是有限区域上的离散数据,若将位场视为空间坐标的连续函数,实测数据相当于对连续函数进行截断、离散采样,由谱分析理论可知<sup>[15]</sup>,实测数据计算得到的位场频谱与理论频谱间是有差异的,因为离散采样会导致频谱的周期延拓,截断会导致频谱的混淆,观测数据在截断边界处会产生吉布斯现象,出现所谓的“假频”,一般称为边界效应(Edge Effect),三种因素综合作用,会使得计算得到的位场频谱变得复杂。文献[16]对由于有限截断、离散采样产生的上述问题从理论上进行了详细分析。文献[17]指出因有限截断和离散采样,非周期函数的连续傅里叶变换由离散傅里叶变换来实现,会导致频谱的“零频(dc)”过小而高频过高,为解决该问题,作者提出了先将观测数据拓展成周期函数再进行离散傅里叶变换的思路,在拓展前采用等效源方法先对观测数据进行扩边。文献[18]对边界影响进行了较深入分析,提出了一种经验的方法来提高频谱的计算精度。为减小边界效应的影响,一般采用数据扩边的策略,常用的扩边方法有余弦扩边、对折扩边、线性扩边等,文献[19]给出了一种区域场扩边方法。扩边方法没有很好的理论支撑,只能在一定程度上减小边

界效应对位场数据变换结果的影响。从数学上讲,解决有限截断、离散采样产生的问题,目的是要提高傅里叶变换的数值计算精度,使得计算得到的频谱更接近于真实频谱。文献[20]发展了傅里叶变换数值计算理论(作者称新理论为偏移抽样理论,Shifted Sampling Theory),提出了提高傅里叶变换数值计算精度的新算法。由于有限截断、离散采样引起的各种误差,对位场向上延拓频域算法影响不大,但对向下延拓频域算法则影响甚大。因此,上述提到的减小误差的方法途径在位场向下延拓问题研究中将发挥重要作用。

平面位场向下延拓问题属于不适应问题,它的不适应性主要体现在向下延拓过程的不稳定性上,即解是不稳定的。从信号处理的角度讲,向下延拓相当于高通滤波,对高频信号具有指数放大作用。观测数据中的噪声往往体现为高频成分,这样向下延拓使得噪声信号得到指数放大,甚至淹没有用信号,延拓结果失去意义。引起向下延拓不稳定的因素还包括上文所述的边界效应、高频混淆引起的误差。如何使得向下延拓过程稳定成为位场向下延拓问题研究的核心内容。解决向下延拓问题的方法大致可分为以下三类。

第一类方法主要是将位场数据视为一种二维“信号”,借鉴信号处理理论和方法,通过设计“低通滤波器”(或称低通滤波算子),来压制向下延拓对高频的过度放大作用,使得向下延拓过程稳定。基于信号滤波理论,文献[21,22]提出了补偿圆滑滤波法;文献[23]提出补偿圆滑滤波和逐次下延相结合的向下延拓方法;文献[24]提出组合滤波方法进行向下延拓;文献[25]提出串联匹配滤波器的方法进行向下延拓;文献[26]提出了补偿圆滑滤波和迭代法相结合的稳定向下延拓方法。

第二类方法主要是依据正则化理论来解决位场向下延拓问题。正则化理论是解决不适应问题的有力工具,由 Tikhonov 和 Philips 于 20 世纪 60 年代初分别独立提出的<sup>[27]</sup>。Tikhonov 推导出了平面位场向下延拓频域正则算子,给出了正则化参数确定的拟最优准则法<sup>[28]</sup>。文献[29]对正则化理论解决位场延拓问题进行了深入的理论分析,并给出了稳定算法;文献[30]对正则化方法向下延拓的四个频域响应公式进行了分析,并对正则化参数确定方法进行了探讨;文献[31]提出了位场向下延拓波数域广义逆算法,在本质上也是一种正则化方法;文献[32]给出了向下延拓 Tikhonov 正则化方法中正则化参数选择的 C 范数方法。

文献[33]提出了平面位场向下延拓积分迭代法,该方法稳定、向下延拓深度大,引起广泛关注。文献[34]和文献[35]采用不同数学方法对积分迭代法的收敛性进行了分析。文献[36]分析了噪声对积分迭代法计算误差的影响。文献[37]对积分迭代法的正则性进行了分析。文献[38]对迭代法的特性进行了

较深入的理论分析。由于积分迭代法的成功,多种其他形式的迭代方法被应用于向下延拓问题求解。文献[39]对积分迭代法、Landweber 迭代法和迭代 Tikhonov 正则化法解决向下延拓问题的效果进行了对比分析;文献[26]将补偿圆滑滤波思想与迭代法相结合的位场向下延拓方法。文献[40]提出了一种向下延拓自适应迭代 Tikhonov 正则化方法。

把有别于上述两类方法的其他方法归为第三类。文献[41,42]将 BG 反演理论用于向下延拓问题求解;文献[43]从反问题入手,提出了位场向下延拓最小二乘反演(Least Square Inversion)方法;文献[44]提出了 ISVD 法,在本质上它是一种基于泰勒级数展开的方法;文献[45]和文献[46]分别提出了基于多尺度约束的重力场和磁场向下延拓方法。

## ► 1.2.2 曲面位场延拓

本书研究两类曲面位场延拓问题,即平化曲和曲化平,它们构成一对正反问题。在空间域,平化曲可以用二维积分表示,该积分与平面位场向上延拓积分很相似,但前者不是卷积积分,没有对应的频域计算式,导致平化曲的计算量特别大。曲化平问题与平面位场向下延拓问题一样,属于不适定问题,再加上计算量问题,这使得曲化平比平面位场向下延拓更难解决。

目前解决平化曲问题较实用的方法是 Cordell<sup>[47]</sup>提出的“Chessboard Method”(中文文献译为“棋盘法”),该方法通过平面位场向上延拓算法得到包围延拓曲)面的多个平面位场数据,采用插值方法计算得到曲面上的位场值,算法速度快。另一种逼近方法是泰勒级数展开法,Cordell<sup>[48]</sup>使用了二阶泰勒级数展开式进行平化曲,其中一阶和二阶导数都在频域计算,算法速度快,但是只能用于曲面起伏度较小的情况。

解决曲化平问题的方法主要是等效源方法(equivalent source method)和泰勒级数展开方法(Taylor – series expand method)。文献[9]对这两种方法原理进行了较详细阐述,指出等效源方法的关键在于如何确定等效源位置、形状和物性参数。文献[49 – 58],围绕上述三个关键问题,对等效源方法进行了研究,提出了不同形式的等效源方法。等效源方法在具体数值实现时,面临大型矩阵方程求解问题。为了解决该问题,文献[59]根据场源随距离衰减特性,将矩阵方程系数矩阵转化为稀疏矩阵,减小了方程求解时的计算量以及算法对计算机内存的要求;文献[60]采用小波余弦非线性阈值压缩算法,实现了大型 Fredholm 积分方程的降阶,提高了曲化平的效率;文献[61]采用正交紧支撑小波,对系数矩阵进行稀疏表示,然后采用共轭梯度最小二乘法求解变换后的稀疏矩阵方程,