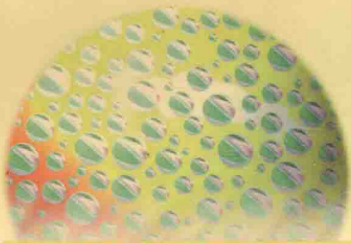


知识表解与能力训练

初中数学

高效复习图表



名校名师编

SHUXUE

中国连环画出版社

初中数学

知识表解与能力训练

何其峰 李戩洋 编

中国连环画出版社

初中数学知识表解与能力训练

编著 何其峰 李骞洋

中国连环画出版社出版发行

(北京安定门外安华里 504 号)

责编 于瀛波 刘延江

河北衡水冀峰印刷有限公司印刷

新华书店总店北京发行所经销

1997 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

开本: 787×1092 毫米 1/32 印张 6.25

ISBN 7-5061-0794-5/G·213

定价: 7.20 元

(如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与印刷厂联系)

前 言

《初中数学知识表解与能力训练》一书，是根据国家教委最新颁布的全日制中学数学教学大纲和新编人教版初中《数学》课本，紧密结合当前教学实际编写而成。

本书把初中数学中的基础知识和基本概念作了比较系统的整理、归纳，列成表格，力求做到概念准确，表述清楚，简明扼要。便于学生在学习过程中查找有关概念、规律、公式，比较相关知识的联系与区别，以提高学习效率。本书还设计了形式多样的练习，书末附有参考答案，使学习与训练有机地结合起来。

希望本书能成为学生的“好伙伴”，教师的好“助手”，家长的好“帮手”。

由于时间仓促，如有不当之处，祈求广大读者不吝赐教，不胜感激。

编 者

1997年2月

目 录

第一部分 代 数

第一章 实数	(1)
表 1. 有理数、无理数、实数的分类	(1)
表 2. 实数的有关概念	(2)
表 3. 实数的代数运算	(4)
表 4. 典型问题举例	(4)
能力训练一	(7)
第二章 整式	(10)
表 1. 整式的有关概念	(10)
表 2. 整式的运算	(12)
能力训练二	(16)
第三章 因式分解	(19)
表 1. 因式分解的有关概念	(19)
表 2. 乘法公式与分解公式	(19)
表 3. 因式分解的方法举例	(20)
能力训练三	(24)
第四章 分式	(26)
表 1. 分式的有关概念	(26)

表 2. 分式的运算	(28)
能力训练四	(30)
第五章 根式	(34)
表 1. 根式的基本概念	(34)
表 2. 根式的运算	(37)
能力训练五	(40)
第六章 方程和方程组	(42)
表 1. 方程的有关概念及分类	(42)
表 2. 几类方程的解法	(43)
表 3. 一元二次方程根的判别式和 根与系数的关系	(48)
表 4. 方程组的分类和解法	(50)
能力训练六	(54)
第七章 列方程(组)解应用题	(58)
表 1. 列方程(组)解应用题的基本步骤及 基本类型问题的关系式	(58)
表 2. 列方程组解应用题举例	(59)
能力训练七	(61)
第八章 不等式	(62)
表 1. 不等式的有关概念	(62)
表 2. 不等式的分类及解法	(64)
能力训练八	(65)
第九章 指数	(68)
表 1. 指数的有关概念	(68)
表 2. 指数的运算举例	(69)
能力训练九	(70)

第十章 函数及其图象	(73)
表 1. 平面直角坐标系的有关概念	(73)
表 2. 函数的有关概念	(75)
表 3. 函数的分类及图象	(77)
表 4. 函数及其图象举例	(83)
能力训练十	(85)

第二部分 平面几何

第十一章 平面几何基础知识	(89)
表 1. 直线、射线、线段	(89)
表 2. 角	(90)
表 3. 相交线、垂线	(92)
表 4. 平行线	(94)
表 5. 逻辑知识初步	(95)
能力训练十一	(96)
第十二章 三角形	(100)
表 1. 三角形的概念、性质及边角关系	(100)
表 2. 全等三角形的判定	(102)
表 3. 特殊三角形的判定与性质	(104)
表 4. 基本作图	(106)
表 5. 线段的垂直平分线定理、角平分线定理、 勾股定理	(108)
表 6. 锐角三角函数	(110)
表 7. 解直角三角形	(111)
能力训练十二	(112)
第十三章. 四边形	(118)

表 1. 多边形及四边形的性质	(118)
表 2. 特殊四边形的性质和判定	(120)
表 3. 平行线等分线段定理、中位线定理	(123)
表 4. 轴对称, 中心对称.	(125)
能力训练十三	(127)
第十四章 相似形	(133)
表 1. 比例知识	(133)
表 2. 比例线段	(134)
表 3. 相似三角形的判定	(136)
表 4. 相似三角形的性质	(138)
能力训练十四	(139)
第十五章 圆	(147)
表 1. 圆的基本性质	(147)
表 2. 和圆有关的角	(149)
表 3. 直线和圆的位置关系	(151)
表 4. 圆和圆的位置关系	(152)
表 5. 圆中的比例线段	(154)
表 6. 圆和多边形	(156)
表 7. 与圆有关的计算	(158)
表 8. 轨迹与反证法	(159)
能力训练十五	(160)
附表 补充知识	(167)
答案	(170)

第一章 实数

表 1. 有理数、无理数、实数的分类

有理数的分类	按数的整与不整的标准分类	有理数	$\left\{ \begin{array}{l} \text{整数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正整数 (自然数)} \\ \text{零} \\ \text{负整数} \end{array} \right. \\ \text{分数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正分数} \\ \text{负分数} \end{array} \right. \end{array} \right.$
	按数与零的大小关系分类	有理数	$\left\{ \begin{array}{l} \text{正有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正整数 (自然数)} \\ \text{正分数} \end{array} \right. \\ \text{零} \\ \text{负有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{负整数} \\ \text{负分数} \end{array} \right. \end{array} \right.$
无理数的分类		无理数	$\left\{ \begin{array}{l} \text{正无理数} \\ \text{负无理数} \end{array} \right.$
实数的分类		实数	$\left\{ \begin{array}{l} \text{有理数} \text{—— 循环小数 (包括整数、有限小数)} \\ \text{无理数} \text{—— 无限不循环小数} \end{array} \right\} \text{小数}$

表 2. 实数的有关概念

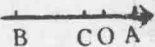
概念	定义与性质	应用	
		问题	解答
数轴	一条规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。其中数轴的原点、正方向和单位长度构成数轴的三要素。数轴上所有的点和全体实数可构成一一对应关系。	1. 填空题: (1) 数轴上离开原点 8 个单位的数是 _____ (2) 数轴上原点及原点左边的点所表示的数是 _____ (3) 一个数和它的相反数相等, 这个数是 _____ (4) 当 $\frac{ x }{x}=1$ 时, 则 x _____; 当 $\frac{ x }{x}=-1$ 时, 则 x _____ (5) 绝对值小于 π 的所有整数是 _____ (6) 若 $ a =4$, $ b =6$ 且 $ab < 0$, 则 $ a-b =$ _____, $ a+b =$ _____ (7) 若 a, b 为实数, 且 $ 3-a + (b+4)^2 = 0$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____ (8) 36 的平方根等于 _____, $\sqrt{9}$ 的平方根等于 _____ (9) 已知: $\sqrt{2.35} = 1.533$ 则 $\sqrt{235} =$ _____	1 (1) ± 8 (2) 非正数 (3) 0 (4) $x > 0, x < 0$ (5) $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ (6) 10, 2 (7) 3, -4 (8) ± 6 ; $\pm \sqrt{3}$ (9) 15.33
相反数	只有符号不同的两个数叫做互为相反数, 零的相反数是零。在数轴上, 表示相反数的两个点到原点的距离相等。相反数一般是成对出现的, 不能单独存在。		
绝对值	正数的绝对值是它本身, 负数的绝对值是它的相反数, 零的绝对值是零。 $ a = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$ 在数轴上, 一个数的绝对值表示这个数所对应的点离开原点的距离。绝对值有如下的性质。 (1) $ a \geq 0$; $ a \geq a$; $ a = -a $; $ a ^2 = a^2$ (2) $ a + b \geq a+b $ $ a-b \geq a - b $ (3) $ ab = a \cdot b $ $\left \frac{a}{b} \right = \frac{ a }{ b } \quad (b \neq 0)$		

概念	定义与性质	应用	
		问题	解答
倒数	1 除以一个不等于零的数所得的商叫做这个数的倒数，零没有倒数。 a 和 b 互为倒数 $\Leftrightarrow ab=1$	2. 判断题： (1) 任何实数都可以写出它的倒数 () (2) 不论 a 是什么实数， a^2 永远大于零 () (3) 正数中既没有最大的数，也没有最小的数 () (4) 任何小于 1 的数都大于它的平方 () (5) 两个数的和是正数，则这两个数都是正数 (6) 两个连续自然数的积一定能被 2 整除	2. (1) \times (2) \times (3) \checkmark (4) \times (5) \times (6) \checkmark
	如果 $x^2=a$ ，则 x 叫做 a 的平方根，记作 $\pm\sqrt{a}$ ($a\geq 0$)。正数 a 的正的平方根，叫做 a 的算术平方根，记作 \sqrt{a} 。 在实数范围内，负数没有平方根		
n 次方根	若 $x^n=a$ ，则 x 叫做 a 的 n 次方根。当 n 为奇数时，记作 $\sqrt[n]{a}$ ，当 n 为偶数时，记作 $\pm\sqrt[n]{a}$ ($a\geq 0$)。正数 a 的正的方根，叫做 a 的 n 次算术根。记作 $\sqrt[n]{a}$ ($a\geq 0$)。在实数范围内，负数没有偶次方根。		

表 3. 实数的代数运算

定义	加、减、乘、除、乘方（指数为自然数）、开方（根指数为自然数）六种运算叫做代数运算。		
运算级	I 级运算	II 级运算	III 级运算
	加法、减法	乘法、除法	乘方、开方
运算律	交换律	结合律	分配律
	$a+b=b+a$ $a \cdot b=b \cdot a$	$(a+b)+c=a+(b+c)$ $(ab)c=a(bc)$	$a(b+c)=ab+ac$ $(a+b)c=ac+bc$
运算顺序	先算高级运算后算低级运算，即先算三级运算，再算二级运算，最后算一级运算。同级运算从左到右依次进行。有括号时，先括号内，后括号外；先小括号（圆括号），再中括号（方括号），最后大括号（花括号）。		

表 4. 典型问题举例

问 题	解 答	说 明
1. 若 a, b, c 三实数的数轴上对应点为 A, B, C 其位置如图所示：  化简： $a - a+b + c-a + c-b $	$\because b < c < 0 < a$ $ b > c , b > a , c < a $ $\therefore a+b < 0, c-a < 0, c-b > 0$ \therefore 原式 $= a - [-(a+b)] + [-(c-a)] + (c-b)$ $= a + a + b - c + a + c - b$ $= 3a$	此题是应用数形结合，从图中可知 a, b, c 的大小关系，再去掉式中的绝对值符号，从而得出结果。

问 题	解 答	说 明
<p>2. 已知下列各数: $-\left(-\frac{2}{3}\right)^2, -\frac{2^2}{3},$ $0^{100}, (-1)^{1995}, \frac{22}{7},$ $3.14, \pi, \sqrt{(-2)^2},$ $-\sqrt{3}, -4$</p> <p>(1) 上面各数, 哪些属于整数集合, 正数集合、负数集合与无理数集合? (2) 用“<”号把它们从小到大连接起来。</p>	<p>(1) 属于整数集合的数有: $0^{100},$ $(-1)^{1995}, \sqrt{(-2)^2}, -4$ 属于正数集合的数有: $\frac{22}{7},$ $3.14, \pi, \sqrt{(-2)^2}, -4$ 属于负数集合的数有: $-\left(-\frac{2}{3}\right)^2, -\frac{2^2}{3}, (-1)^{1995},$ $-\sqrt{3}$ 属于无理数集合的数有: $-\sqrt{3}, \pi$</p> <p>(2) $-\sqrt{3} < -\frac{2^2}{3} < (-1)^{1995}$ $< -\left(-\frac{2}{3}\right)^2 < 0^{100} < \sqrt{(-2)^2}$ $< 3.14 < \pi < \frac{22}{7} < -4$</p>	
<p>3. 已知 $x =4, y$ 的平方等于 9, 求 $x+y$</p>	<p>$\because x =4 \therefore x=\pm 4$ $y^2=9 \therefore y=\pm 3$ \therefore 当 $x=4, y=3$ 时, $x+y=7$ 当 $x=-4, y=3$ 时, $x+y=-1$ 当 $x=4, y=-3$ 时, $x+y=1$ 当 $x=-4, y=-3$ 时, $x+y=-7$</p>	<p>对不同的情况应作分类讨论。分类思想是重要的数学思想之一。</p>
<p>4. 证明: $\sqrt{2}$ 是无理数</p>	<p>利用反证法证明: 假设 $\sqrt{2}$ 是有理数, 则 $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ (其中 p, q 为互质的正整数) 上式两边平方得 $p^2 = 2q^2$, 则 p 为偶数。设 $p = 2m$ (m 为整数) 代入得 $4m^2 = 2q^2 \therefore q^2 = 2m^2$, 故 q 也是偶数, 这与题设中 p, q 互质相矛盾, $\therefore \sqrt{2}$ 是无理数</p>	<p>反证法是数学常用方法之一。</p>

问 题	解 答	说 明
5. 计算: $\sqrt{5} + \frac{1}{7}$ $-(4.375 - \frac{4}{3})$ (精确到 0.01)	原式 $\approx 2.236 + 0.143 -$ $(4.375 - 1.333)$ $= 2.236 + 0.143 -$ 3.042 $= -0.663$ ≈ -0.66	在进行近似运算中, 中间过程的运算应比所要求的精确度取一位小数进行计算
6. 计算: $3\frac{1}{3} - \{8 - 2^2 \div$ $[(\frac{1}{2})^2 - 2\frac{1}{4}]\} \times$ $\frac{1}{2}$	原式 $= 3\frac{1}{3} - \{8 - 4 \div [\frac{1}{4} -$ $\frac{9}{4}]\} \times \frac{1}{2}$ $= 3\frac{1}{3} - \{8 - 4 \times (-\frac{4}{8}) \times$ $\frac{1}{2}\}$ $= 3\frac{1}{3} - 9$ $= -5\frac{2}{3}$	在进行代数的多级运算时应按照运算顺序进行
7. 已知: $\frac{(a-5b)^2 + a^2-9 }{\sqrt{a+3}}$ $= 0$ 求实数 a 与 b 的值	$\because (a-5b)^2 \geq 0, a^2-9 \geq 0$ $a+3 > 0$ $\therefore \begin{cases} a-5b=0 \\ a^2-9=0 \end{cases}$ $\therefore \begin{cases} a=3 \\ b=\frac{3}{5} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=-3 \\ b=-\frac{3}{5} \end{cases}$ 又 $\because a+3 > 0$ 即 $a > -3$ 故 $a \neq -3, \therefore a=3, b=\frac{3}{5}$	若干个非负数之和为零, 则每个非负数为零, 分母不能为零。

能力训练一

一、选择题：

1. 已知 a, b 是实数，下式命题中正确的是 ()

(A) 如果 $a \neq b$ ，那么 $a^2 \neq b^2$

(B) 如果 $|a| > |b|$ ，那么 $a > b$

(C) 如果 $a > |b|$ ，那么 $a^2 > b^2$

(D) 如果 $ab = 0$ ，那么 $a = 0$ 且 $b = 0$

2. a 是实数，下式中一定是正数的是 ()

(A) a^2 (B) $a^2 + 1$ (C) $(a+1)^2$ (D) $a+1$

3. 一个数的倒数的相反数是 $3\frac{2}{3}$ ，则这个数是 ()

(A) $-4\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{11}{3}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{3}{11}$

4. 实数 0.009150 的有效数字有 ()

(A) 3 个 (B) 4 个 (C) 5 个 (D) 6 个

5. 如果 $|a|=5$ ， $|b|=3$ ，且 $|a-b|=b-a$ ，那么 $a+b$ 的值是 ()

(A) -2 (B) 2 (C) -2 或 -8 (D) 2 或 -8

6. 下列结论正确的是 ()

(A) 无限小数都是无理数 (B) 无理数都是无限小数

(C) 带根号的数都是无理数 (D) 不带根号的数是有理数

7. 下列等式 ()

① $(\sqrt{5})^2 = 5$ ② $(-\sqrt{5})^2 = -5$

③ $\sqrt{8^2} = 8$ ④ $\sqrt{(-8)^2} = -8$

中，成立的个数是 ()

(A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

8. 当 $\sqrt{-a} + \frac{1}{a+1}$ 有意义时, a 的值是 ()

(A) $a \leq 0$

(B) $a \neq -1$

(C) $a \leq 0$ 且 $a \neq -1$

(D) $a < 0$ 且 $a \neq -1$

9. 下列结论正确的是 ()

(A) 如果一个数有平方根, 则这个数的平方根一定有两个

(B) 可以平方的数一定可以开平方

(C) 平方根有负的, 负数无平方根

(D) 算术平方根是正数

10. 如果 n 是自然数, 则 $D = \frac{(n^2-1)[1-(-1)^n]}{4}$ 的值是

()

(A) 零

(B) 偶数

(C) 整数

(D) 都不是

二、填空题

1. 当 $\frac{|x|}{x} = 1$ 时, x _____; 当 $\frac{|x|}{x} = -1$ 时, x _____;

2. 当 a _____ 时 $|a^3| = a^3$; 当 a _____ 时, $|a^4| = -a^4$;

3. $\sqrt{81}$ 的平方根是 _____

4. $2 + \sqrt{3}$ 的倒数是 _____, $1 - \sqrt{3}$ 的相反数是 _____

5. 如果 $|a| = -a$, 那么 $\sqrt{9(a-2)^2} =$ _____

6. 已知 $(a+1)^2 + |b-2| = 0$, 那么 $a^{2n+1}b^4 =$ _____ (n 是整数)

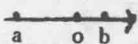
三、在下列各数中哪些是有理数? 哪些是无理数?

1. 414, $\sqrt{2}$, π , $3.\dot{3}$, 2.3, 4.i02, $\frac{22}{7}$, $\frac{113}{355}$, $\sqrt{16}$,

$\sqrt[3]{16}$, 1010010001...

四、 a , b 在数轴上的位置如图所示, 且有 $|a| > |b|$

化简: $|a| - |a+b| - |b-a|$



五、比较下列两数的大小

(1) $\frac{7}{12}$ 和 $\frac{35}{66}$ (2) $-\sqrt{2}$ 和 -1.414

(3) 当 $b > a > 0$ 时, $-a$ 和 $-b$

(4) $\frac{1}{2}a$ 和 a (5) $2 - |a - 3|$ 和 2

六、计算:

(1) $2.85 + \frac{1}{7} - \sqrt{3} + \pi$ (精确到 0.01)

(2) $\sqrt{2} \div (0.25) \times 1.34$ (结果保留两个有效数字)

七、计算:

(1) $(-81) \div 2 \frac{1}{4} \times \frac{4}{9} \div (-16)$

(2) $(2.5 - 1 \frac{1}{2})^2 - \sqrt[3]{-8} \times (5 - 1 \div 5) \times (-\frac{5}{8})$

(3) $[-3 \times (-\frac{3}{2})^2 - 2^2 \times 0.125 - (-1)^9 + \frac{3}{4}] \div [2 \times (-\frac{1}{2})^2 - 1]$

(4) $|-5| - |-7^2| + |\frac{1}{3}| - |5 \div (-6)| - \sqrt{(-3)^2}$