



新世纪高等学校教材



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

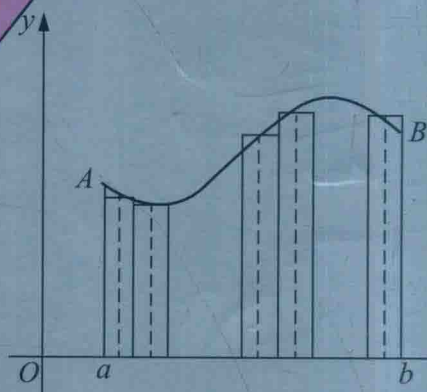
大学公共课系列教材

李仲来 王存喜 宣体佐 编著
北京师范大学数学科学学院 主编

高等数学C

(上册)
(第3版)

GAODENG SHUXUE C



$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社



教材



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

大学公共课系列教材

北京师范大学数学科学学院 主编

高等数学C

(上册)
(第3版)

GAODENG SHUXUE C

李仲来 王存喜 宣体佐 编著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学 C. 上册/李仲来, 王存喜, 宣体佐编著. —3 版. —北京: 北京师范大学出版社, 2015. 7

(新世纪高等学校教材 数学公共课系列教材)

ISBN 978-7-303-18706-5

I. ①高… II. ①李… ②王… ③宣… III. ①高等数学-高等学校-教材 IV. ①O. 13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 047066 号

营销中心电话 010-58802181 58805532

北师大出版社高等教育分社网 <http://gaojiao.bnup.com>

电子信箱 gaojiao@bnupg.com

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com

北京新街口外大街 19 号

邮政编码: 100875

印刷: 大厂回族自治县正兴印务有限公司

经销: 全国新华书店

开本: 170 mm×230 mm

印张: 20

字数: 350 千字

版次: 2015 年 7 月第 3 版

印次: 2015 年 7 月第 6 次印刷

定 价: 32.00 元

策划编辑: 岳昌庆

责任编辑: 岳昌庆

美术编辑: 焦 丽

装帧设计: 焦 丽

责任校对: 陈 民

责任印制: 陈 涛

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58800825

内容提要

本书分上、下两册。上册内容主要包括极限与一元函数微积分学；下册内容主要包括级数、常微分方程、向量代数、空间解析几何、多元函数微积分学以及行列式与矩阵简介。本书基本概念清楚，应用性强，各章均配备了一定数量的练习题，以利于教师教学及读者掌握书中的基本原理和方法。本书是作者多年教学和实践的总结，可作为高等学校生物学、地理学、心理学和化学等本科生和专科生的教材，也可供有关生物学和化学工作者参考。

北京师范大学数学科学学院简介

北京师范大学数学系成立于1922年,其前身为1915年创建的北京高等师范学校数理部,1983年成立数学与数学教育研究所,2004年成立数学科学学院。学院现有教师78人,其中教授35人,副教授26人;有博士学位的教师占96%。特别地,有中国科学院院士2人,第三世界科学院院士1人,国家千人计划2人,全国高校教学名师奖1人,教育部长江学者奖励计划特聘教授4人和讲座教授1人,国家杰出青年基金获得者4人,入选新世纪百千万人才工程国家级人选2人。现有全日制在校生914人,其中本科生636人,硕士研究生206人,博士研究生72人。

数学科学学院1981年获基础数学、概率论与数理统计学博士学位授予权,1986年获应用数学博士学位授予权。1988年,基础数学、概率论与数理统计被评为国家级重点学科。1990年建立了北京师范大学第一个博士后流动站。1996年,数学学科成为国家211工程重点建设的学科。1997年成为国家基础科学人才培养基金基地。1998年获数学一级学科博士学位授予权。2001年概率论方向被评为国家自然科学基金创新群体。2005年进入“985工程”科技创新基础建设平台。2007年数学被评为一级学科国家重点学科。2008年数学与应用数学专业师范教育方向获第一批高等学校特色专业建设点。2009年教育部数学与复杂系统重点实验室挂牌,分析类课程教学团队被评为国家级优秀教学团队,调和分析与流形的几何方向被评为教育部创新团队。2011年获统计学一级学科博士学位授予权。2012年在高校第3轮数学一级学科评估中排名第5。学院还有8个硕士点、9个教研室和《数学通报》杂志编辑部。

一百年来,数学科学学院已毕业全日制本科生7860人(不含辅仁大学数学系毕业生)。30多年来,已授予博士学位387人,硕士学位1608人,研究生班毕业209人。据不完全统计,在博士毕业生中:当选为中国科学院院士2人和第三世界科学院院士1人,获全国高校教学名师奖2人,入选万人计划教学名师1人,任教育部长江学者特聘教授3人,中国科学院百人计划1人,获国家杰出青年基金6人,获国家自然科学基金4人,获国家科技进步奖3人,获国家级有突出贡献的中青年专家称号2人,入选新世纪百千万人才工程国家级人选2人,入选全国百篇优秀博士学位论文2篇,获全国百篇优秀博士学位论文提名奖5篇。(李仲来执笔)

2015-07-06

第3版前言

1915年北京高等师范学校成立数理部,1922年成立数学系,2004年成立北京师范大学数学科学学院,经过百年的风风雨雨,数学科学学院在学科建设、人才培养和教学实践中积累了丰富的经验,将这些经验落实并贯彻到教材编著中去是大有益处的.

1980年,北京师范大学出版社成立,给教材的出版提供了一个很好的契机.北京师范大学数学科学学院教师编著的多数教材已先后在这里出版.除《北京师范大学现代数学丛书》外,就大学教材而言,共有5种版本.第1种是列出编委会的《高等学校教学用书》,这是在1985年,由我校出版社编写出版了1套(17部)数学系本科生教材和非数学专业高等数学教材.在出版社的大力支持下,这一计划完全实现,满足了当时教学的需要.第2种是未列编委会的《高等学校教学用书》,第3种是《面向21世纪课程教材》,第4种是《北京师范大学现代数学课程教材》,第5种是未标注“高等学校教学用书”,但实际上是高等学校教学用书.在这些教材中,除再次印刷外,已经有多部教材进行了修订或出版了第2版.

2005年5月,李仲来教授汇总了北京师范大学数学科学学院教师在北京师范大学出版社出版的全部著作,由李仲来教授与北京师范大学出版社理科编辑部岳昌庆、王松浦进行了沟通和协商,由北京师范大学数学科学学院主编(李仲来教授负责),准备对学院教师目前使用的,或北京师范大学出版社已经没有存书的部分教材进行修订后再版,

另有一些教材需要重新编写. 计划用几年时间, 出版数学与应用数学系列教材、数学教育主干课程系列教材、大学公共课数学系列教材、数学学科硕士研究生系列教材, 共4个系列的主要课程教材.

由学院组织和动员全院在职和退休教师之力量, 主编出版数学一级学科4个系列的60余部主要课程教材. 教材编写涉及面如此之广和数量之大, 持续时间之长, 这在一所高校数学院系内是为数不多的, 其数量在中国数学界列全国第一. 经过10年的编写, 至今已经出版了63部教材, 原计划的大多数教材已经出版, 对于学院来讲, 这是一件值得庆贺的大事. 现在可以说, 数学科学学院和北京师范大学出版社基本上是干成了一件大事. 这是很难办成圆满的一件大事. 剩下的一些教材在两三年内多数可以出版. 若留下缺憾, 则需要后人去补充.

从数量上看, 按教材系列, 出版数学与应用数学系列教材31部、数学教育主干课程系列教材11部、大学公共课数学系列教材10部、数学学科硕士研究生系列教材11部. 按出版教材版次, 第1版24部、第2版22部、第3版16部、第4版1部. 还出版了3部教辅教材.

从质量上看, 7部教材被评为普通高等教育“十一五”国家级规划教材; 8部教材被评为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材; 9部教材被评为北京高等教育精品教材; 《师范院校数学学科4个系列教材建设》项目获2012年北京师范大学教育教学成果一等奖.

本套教材可供高等师范院校数学教育本科生和研究生、教育学院数学系、函授(数学专业)、网络大学和在职中学教师等使用和参考. 希望使用这些教材的校内外专家学者和广大读者, 提出宝贵的修改意见, 使其不断改进和完善.
(李仲来执笔)

北京师范大学数学科学学院
2015-02-12

第3版作者的话

高等数学是最有用、最实用的数学。一个人从小学到中学要学习12年的数学，到大学还要学习3~4学期的高等数学(含生物统计或概率统计)。以后你们会发现，在从事科学研究或工作中碰到的最多问题可能还是数学。大学数学里的概念，比中学里不知多多少倍，大学数学的计算量，一般也比中学里大很多。希望你们在大学期间，掌握自学数学的能力，掌握较为完备的基础知识，比较深刻地认识到数学与其他学科的不同点。要刻苦学习高等数学，努力掌握它的基本概念、基本定理和基本方法。

根据第2版的使用情况，第3版除了对上一版发现的不足进行修改外，还作了如下增删：删去单元小结和综合例题；删去第1章(函数)中常量、变量、区间、实数的绝对值、函数记号与求函数值；删去第11章中对弧长的曲线积分、对坐标的曲线积分、格林公式及其应用、曲线积分与路径无关的条件。增加函数的最大值和最小值的定义；增加用定义求指数函数的导数；删去用定义求两函数之商的导数，改为利用两函数之积的导数公式来求；考虑到高中新课程将极坐标仅作为选修4-4的内容，增加§6.6极坐标；增加无穷限广义积分的审敛法和无界函数的广义积分的审敛法；增加索引。

本书第1版上册由宣体佐编写，下册由王存喜编写。第2版和第3版由李仲来修订。

李仲来

2014-09-08

第 2 版作者的话

自北京师范大学生命科学学院的大学数学课程压缩学时第 2 年(2000 年),除了继续讲授《生物统计》外,我已经连续给生命科学学院本科生讲授了 7 轮大学数学.所使用的同济大学应用数学系主编的《高等数学》教材虽然不错,但由于该教材的适用对象为工科类学生,因此不可能照顾到理科类学生,更不可能考虑与生物学发生联系.目前国内见到的理科高等数学教材有 4 套与生物学与化学有联系:其中为化、生、地专业编写的有两套,为生、化专业编写的有两套.教材中涉及几何、物理和化学的例子较多,而生物学的实例很少.我从 1986 年开始从事预防医学课题的研究,1988 年开始在医学杂志上发表论文,1991 年从生态学角度进行研究,1993 年开始在生物学杂志上发表论文.已在医学杂志上发表论文 64 篇(独立和第 1 作者 46 篇),生物学杂志 34 篇(独立和第 1 作者 30 篇);已培养了 20 名生物数学研究生,对数学在生物学中的应用有一定深度的了解和理解.我试图将其贯彻落实在教材的写作中,为此作了一些努力.

从 2000 级开始至今,生命科学学院的高等数学和生物统计均由我开设.在对数学课程内容和体系统一考虑的前提下,对高等数学的内容做了以下处理:

(1)对基本概念和理论,力争从生物背景出发,引出实际模型及概念,并进行一定的理论探讨.当然,也引入一些其他学科的例子来阐明基本概念和理论.教导学生从日常见到的生物现象中提出有意义的理论和实际问题,将其

转化为数学问题后加以解决。尽可能地采用较生动有趣的材料讲解高等数学的基本原理。

(2) 注意与中学数学内容的衔接, 减少与中学数学内容的重复。对中学教材中函数概念及若干性质, 选择性地介绍并加以深化, 重点讲解与其有关的新概念和内容。

(3) 妥善处理微积分、线性代数和生物统计内容的重叠和衔接部分, 尽量简化其知识结构, 使前后的教学融为一体。补充了生物学在高等数学应用的例题和习题。

(4) 不仅把高等数学作为必需的知识来学习, 更着重强调必要的数学思维的训练。

第2版上册作了如下增删: 删去第1章(函数)的双曲函数及其图形。在第2章(极限与连续)综合例题(一)中, 增加了 Fibonacci 数列及其应用。在第3章(导数与微分)§3.1中增加种群增长的引入, §3.2中增加正态分布密度求导数, §3.4中增加几种求高阶导数的例题。在第4章(中值定理和导数的应用)中§4.7中增加描绘 Logistic 曲线, Gauss 曲线, §4.9增加计算直线和圆的曲率; 在综合例题(二)增加获取鱼群最大捕获量的例题, 逼近人或动物跳跃时的轨迹模型。在第5章(不定积分)综合例题(一)中, 增加例7, 用3种方法计算不定积分的比较与建议; 综合例题(二)中, 增加例5用9种方法计算不定积分及建议。第6章(定积分及其应用)§6.3中, 增加用定积分方法计算数列极限的例题。

如何修订高等数学基本内容已经比较成熟和相对稳定的教材, 是一件很不容易做的事情。本书第2版由李仲来修订, 不当之处在所难免, 错误和不足概由作者负责, 恳请使用本教材的老师和同学们以及其他读者提出批评和修改意见。

本书的出版得到了北京师范大学出版社的大力支持, 在此表示衷心的感谢。

本教材可供高等学校生物学、地理学、心理学和化学类本科生、教育学院、函授和在职中学教师等使用和参考。

李仲来

2007-08-08

第1版作者的话

本书是依据我们在北京师范大学化学、地理等系讲授高等数学课程的体会，同时依据高等师范院校化学、生物、地理等专业的“高等数学”课教学大纲，以及原教育部1984年4月颁发的中学教师进修高等师范本科化学专业的“高等数学”课教学大纲编写的。

目前国内已有一些高等数学教材，但是它们大多适应于工科专业的特点，而适应于理科及高等师范院校特点的教材尚且不多，为此我们编写此书，意图是为理科及高等师范院校的化、生、地等系的高等数学课提供教材，同时也可作为广大中学教师进修高等师范本科化学等专业的高等数学课提供教材。我们在编写此书时注意突出以下两点：

一、内容紧扣大纲。由于本书的内容完全适应于它所遵循的两个大纲(本文开头已叙)的要求，因此我们的愿望是使本书有较强的针对性，又有较广泛的适用性。

二、内容叙述深入浅出，便于自学。由于在化、生、地等系开设的这门数学课长期以来存在着内容多、课时少的矛盾，因此本书的编写思想又要突出便于自学，我们尽量使讲解较为详尽，例题较为丰富，同时本书每节后配有习题，每章中分单元配有小结和综合例题，本书最后附有习题答案或解题提示，我们的愿望是使读者感到方便。

本书分上、下两册，上册内容主要包括一元函数微分学、一元函数积分学。下册内容主要包括级数、常微分方程、向量代数、空间解析几何、多元函数微积分以及行列式与矩阵简介，带“*”号的章节，可酌情处理。

我们在编写中主要参考的书目有：樊映川等编的《高等数学讲义》，同济大学编著的《高等数学习题集》，辛钦(苏)著的《数学分析简明教程》，希尔斯斯特(美)著的《化学数学》。此外还参考了其他有关高等数学教材。

本书上册由宣体佐同志编写，下册由王存喜同志编写。

本书承北京师范大学数学系董延闾教授审阅，并提出许多宝贵意见。对此，我们表示衷心的感谢。由于编者的水平有限，本书一定存在不少缺点与错误，我们恳切希望读者给予批评指正。

王存喜 宣体佐 1989-04

目 录

第1章 函 数 / 1

§ 1.1 函数概念	1
1.1.1 函数举例	1
1.1.2 函数的定义与表示法	2
1.1.3 建立函数关系举例	3
习 题 1.1	4
§ 1.2 函数的几个特性	6
1.2.1 函数的奇偶性	6
1.2.2 函数的单调性	6
1.2.3 函数的有界性	7
1.2.4 函数的周期性	8
习 题 1.2	9
§ 1.3 反函数	10
习 题 1.3	12
§ 1.4 基本初等函数	13
习 题 1.4	15
§ 1.5 复合函数 初等函数	16
1.5.1 复合函数	16
1.5.2 初等函数	17
习 题 1.5	19

第2章 极限与连续 / 20

§ 2.1 数列及其极限	20
--------------------	----

2.1.1	数列	20
2.1.2	数列的极限	21
2.1.3	几何解释	23
2.1.4	证明数列极限的例题	24
2.1.5	数列的有界性	26
2.1.6	数列极限的四则运算法则	27
2.1.7	关于数列的变化趋势的小结	29
习 题 2.1		30
§ 2.2	函数的极限	31
2.2.1	自变量绝对值无限增大时函数的极限	31
2.2.2	当自变量趋近于有限值时函数的极限	33
2.2.3	单侧极限	36
2.2.4	函数极限不存在的几种情形	37
习 题 2.2		37
§ 2.3	无穷小和无穷大	38
2.3.1	无穷小	38
2.3.2	具有极限的变量与无穷小的关系	38
2.3.3	无穷大	39
2.3.4	无穷大与无穷小的关系	39
2.3.5	无穷小的运算法则	40
习 题 2.3		42
§ 2.4	函数极限的运算法则	43
2.4.1	函数极限的简单性质	43
2.4.2	函数极限的运算法则	43
习 题 2.4		50
§ 2.5	极限存在的两个判定法则 两个重要极限	51
习 题 2.5		56
§ 2.6	无穷小的比较	57
习 题 2.6		60

§ 2.7 函数连续性的概念	61
2.7.1 函数连续性的定义	61
2.7.2 函数的间断点	64
习 题 2.7	67
§ 2.8 连续函数的运算和初等函数的连续性	68
2.8.1 连续函数的和差积商的连续性	68
2.8.2 反函数和复合函数的连续性	68
2.8.3 初等函数的连续性	69
习 题 2.8	71
§ 2.9 闭区间上连续函数的性质	72
2.9.1 最大值最小值定理	72
2.9.2 介值定理	73
习 题 2.9	73

第3章 导数与微分 / 74

§ 3.1 导数的概念	74
3.1.1 函数瞬时变化率问题实例	74
3.1.2 导数的定义	76
3.1.3 计算导数举例	77
3.1.4 导数的几何意义及其在几何上的应用	79
3.1.5 函数的可导性与连续性之间的关系	80
习 题 3.1	82
§ 3.2 导数的运算	83
3.2.1 函数和、差的求导法则	83
3.2.2 函数乘积的导数	84
3.2.3 两函数之商的导数	85
3.2.4 复合函数的导数	86
习 题 3.2	90
§ 3.3 反函数的导数 初等函数的求导问题	91
3.3.1 反函数的导数	91

3.3.2	反三角函数的导数	93
3.3.3	初等函数的求导问题	94
3.3.4	导数的实际应用举例	95
习 题 3.3		97
§ 3.4	高阶导数	99
习 题 3.4		101
§ 3.5	隐函数的导数 参数方程所确定的函数的导数	102
3.5.1	隐函数的导数	102
3.5.2	对数求导法	104
3.5.3	由参数方程所确定的函数的导数	105
习 题 3.5		107
§ 3.6	微分的概念与计算	108
3.6.1	微分的概念	109
3.6.2	微分的几何意义	110
3.6.3	微分公式表与微分运算法则	111
3.6.4	一阶微分形式不变性	111
习 题 3.6		113
§ 3.7	微分的应用	115
3.7.1	微分在近似计算中的应用	115
3.7.2	微分在误差估计中的应用	116
习 题 3.7		118

第 4 章 中值定理和导数的应用 / 119

§ 4.1	中值定理	119
4.1.1	罗尔定理	119
4.1.2	拉格朗日中值定理	121
4.1.3	柯西中值定理	123
习 题 4.1		125
§ 4.2	洛必达法则	126
4.2.1	$\frac{0}{0}$ 型未定式	126

4.2.2 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	129
4.2.3 其他类型未定式	131
习 题 4.2	134
§ 4.3 函数单调性的判定法	135
习 题 4.3	137
§ 4.4 函数的极值及其求法	138
4.4.1 极值的概念	138
4.4.2 极值的求法	139
习 题 4.4	143
§ 4.5 最大值和最小值的求法	144
习 题 4.5	148
§ 4.6 曲线的凹凸性和拐点	149
习 题 4.6	152
§ 4.7 函数图形的描绘	153
习 题 4.7	157
§ 4.8 方程的近似解	158
习 题 4.8	161
§ 4.9 平面曲线的曲率	162
4.9.1 弧微分	162
4.9.2 曲率及其计算公式	163
4.9.3 曲率圆和曲率半径	165
习 题 4.9	167

第5章 不定积分 / 168

§ 5.1 不定积分的概念	168
5.1.1 原函数的概念	168
5.1.2 不定积分的概念	169
5.1.3 不定积分的几何意义	170
习 题 5.1	171

§ 5.2 基本积分表和最简单的积分法则	172
5.2.1 基本积分表	172
5.2.2 最简单的积分法则	173
习 题 5.2	176
§ 5.3 第1类换元积分法	177
习 题 5.3	183
§ 5.4 第2类换元积分法	185
习 题 5.4	189
§ 5.5 分部积分法	190
习 题 5.5	194
§ 5.6 有理函数的不定积分	195
5.6.1 最简分式和它们的不定积分	195
5.6.2 有理函数的分解	198
5.6.3 有理函数的不定积分	199
习 题 5.6	203
§ 5.7 三角函数有理式的不定积分	204
习 题 5.7	205
§ 5.8 简单无理式的不定积分	206
习 题 5.8	207
§ 5.9 积分表的使用	208
习 题 5.9	210

第6章 定积分及其应用 / 211

§ 6.1 定积分的概念	211
6.1.1 两个实例	211
6.1.2 定积分的定义	214
6.1.3 定积分的几何意义	216
6.1.4 按定义求定积分的例	216
习 题 6.1	217