"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材配套教辅

《力学与理论力学（第二版）》习题解答

杨维纮　秦　敢　编著

科学出版社

"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材配套教辅

《力学与理论力学（第二版）》

习题解答

杨维纮　秦　敢　编著

科学出版社

北　京

内 容 简 介

本书是与中国科学技术大学的《力学与理论力学（第二版）》（分上、下两册）完全配套的习题解答，是学习力学与理论力学课程的配套辅导书. 本书旨在帮助学生理解课本的知识，加深对基本概念的理解，加强对基本解题方法与技巧的掌握，为学生提供完整而详细的课后习题答案，进而提高学习能力和应试水平，帮助学生巩固所学知识，也可以用来帮助学生完成考研备考学习.

本书分力学与理论力学两部分，其中力学部分（上册）包含 11 章，理论力学部分（下册）包含 4 章，章节的划分与教材一致，保持了其一贯的体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点，以进一步强调提高学生的综合素质并激发学生的创新能力.

图书在版编目 (CIP) 数据

《力学与理论力学（第二版）》习题解答 /杨维纮，秦敢编著. —北京：科学出版社，2016.1

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材配套教辅

ISBN 978-7-03-046754-6

Ⅰ. ①力…　Ⅱ. ①杨… ②秦…　Ⅲ. ①力学－高等学校－题解 ②理论力学－高等学校－题解　Ⅳ. ①O3-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 319925 号

责任编辑：窦京涛　王　刚 / 责任校对：张凤琴

责任印制：霍　兵 / 封面设计：迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

安泰印刷厂 印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2016 年 1 月第　一　版　开本：720×1 000　B5

2016 年 1 月第一次印刷　印张：15 1/2

字数：367 000

定价：36.00 元

前　言

《力学与理论力学（第二版）习题解答》将原教材《力学与理论力学（上册）（第二版）》和《力学与理论力学（下册）（第二版）》中各章的习题逐题解答，合并成一册，可与教材配套使用，也可以单独使用，其中上册的习题解答由杨维纮完成，下册的习题解答由秦敢完成.

习题是教材内容的再现、延续和补充，是教材中抽象原理的具体应用，做习题是学习过程中必不可少的一环. 而习题解答则可以给学习者提供一种“润滑剂”，在经过充分的独立思考，给出自己的解题方法之后，再参考一下习题解答不无裨益：如果相似，则有“英雄所见略同”的成就感；如果不同，则可以扩展解题思路甚至提升对原理理解的深度.

2012 年冬，以中国科学技术大学物理学院 2011 级 3 班为主的在学学生参加了《力学与理论力学（下册）（第二版）》的习题解答，并经助教王健同学和李伟伟同学初步整理汇总；2013 年冬，助教刘都把下册习题解答汇总的文件统一了格式，并对其中的一些错误进行了修正. 编者向参与了该工作的所有助教和同学们表达真诚的感谢！

尽管我们已经尽心尽力，但本解答难免还会有不妥之处，解题的技巧性也会有提升的空间. 希望广大读者不吝赐教，以便再版时及时改进.

编　者

2014 年 11 月于中国科学技术大学

目　　录

《力学与理论力学（上册）（第二版）》习题解答

《力学与理论力学（下册）（第二版）》习题解答

《力学与理论力学（上册）（第二版）》

习题解答

第 1 章　质点运动学

1.1　甲乙两列火车在同一水平直路上以相等的速率（30km/h）相向而行. 当它们相隔 60km 时，一只鸟以 60km/h 的恒定速率离开甲车头向乙车头飞去，到达后立即返回，如此来回往返不止. 试求：

（1）当两车头相遇时，鸟往返了多少次？

（2）鸟共飞行了多少时间及距离？

解　（1）无穷多次.

（2）
$$(v_{甲}+v_{乙})t=s$$

所以

$$t=\frac{s}{v_{甲}+v_{乙}}=\frac{60\text{km}}{30\text{km/h}+30\text{km/h}}=1\text{h}$$

鸟飞行的距离为

$$s_1=v_1t=60\text{km/h}\times 1\text{h}=60\text{km}$$

1.2　一人从 O 点出发，向正东走 3.0m，又向正北走 1.0m，然后向东北走 2.0m，试求合位移的大小及方向.

解　建立复平面，利用复数运算

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_1+\boldsymbol{r}_2+\boldsymbol{r}_3=3+\text{i}+(\sqrt{2}+\sqrt{2}\,\text{i})=(3+\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})\,\text{i}=x+y\text{i}$$

$$|\boldsymbol{r}|=\sqrt{(3+\sqrt{2})^2+(1+\sqrt{2})^2}\approx 5.03\text{，}\quad \theta=\arctan\frac{y}{x}=\arctan\frac{1+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}\approx 28°40'$$

合位移的大小为 5.03m，方向为东偏北 28°40′.

1.3　一物体做直线运动，它的位置由方程 $x=10t^2+6$ 决定，其中 x 的单位为 m，t 的单位为 s，试计算：

（1）在 3.00～3.10s、3.00～3.01s 及 3.000～3.001s 间隔时间内的平均速度；

（2）在 $t=3.00\,\text{s}$ 时的瞬时速度；

（3）用微分方法求它的速度及加速度公式.

解　（1）
$$\overline{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

① 3.00 ～ 3.10s：

$$\overline{v}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{\left[10\times(3.10)^2+6\right]\text{m}-\left[10\times(3.00)^2+6\right]\text{m}}{3.10\text{s}-3.00\text{s}}=61.0\text{m/s}$$

② 3.00～3.01s：

$$\overline{v}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{\left[10\times(3.01)^2+6\right]\mathrm{m}-\left[10\times(3.00)^2+6\right]\mathrm{m}}{3.01\mathrm{s}-3.00\mathrm{s}}=60.1\mathrm{m/s}$$

③ 3.000～3.001s：

$$\overline{v}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{\left[10\times(3.001)^2+6\right]\mathrm{m}-\left[10\times(3.000)^2+6\right]\mathrm{m}}{3.001\mathrm{s}-3.000\mathrm{s}}=60.01\mathrm{m/s}$$

（2）$v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\left[10(t+\Delta t)^2+6\right]-\left[10t^2+6\right]}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{20t\Delta t+10\Delta t^2}{\Delta t}=20t$

$=20\times 3\mathrm{m/s}=60\mathrm{m/s}$

（3）　$v=\dot{x}=20t$，　$a=\dot{v}=\ddot{x}=20\mathrm{m/s^2}$

1.4　有一质点沿 x 方向做直线运动，t 时刻的坐标为 $x=4.5t^2-2t^3$，式中 x 的单位为 m，t 的单位为 s. 试求：

（1）第 2s 内的位移和平均速度；

（2）第 1s 末和第 2s 末的瞬时速度；

（3）第 2s 内质点所走过路径的长度；

（4）第 2s 内的平均加速度以及第 0.5s 末和第 1s 末的瞬时加速度.

解　（1）$S=\Delta x=(4.5t_2^2-2t_2^3)-(4.5t_1^2-2t_1^3)=(4.5\times 2^2-2\times 2^3)-(4.5\times 1^2-2\times 1^3)$

$=-0.5(\mathrm{m})$

$$\overline{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-0.5\mathrm{m}}{1\mathrm{s}}=-0.5\mathrm{m/s}$$

（2）　$v=\dot{x}=9t-6t^2$

$$v_1=9\times 1-6\times 1=3(\mathrm{m/s}),\quad v_2=9\times 2-6\times 2^2=-6(\mathrm{m/s})$$

（3）由（2）可知在第 2s 内有一点使 $v=0$，则 $t=\dfrac{3}{2}\mathrm{s}$.

$1\sim\dfrac{3}{2}$s 时间段：

$$\Delta x_1=\left|(4.5\times 1^2-2\times 1^3)-\left(4.5\times\left(\frac{3}{2}\right)^2-2\times\left(\frac{3}{2}\right)^3\right)\right|=0.875(\mathrm{m})$$

$\dfrac{3}{2}\sim 2$s 时间段：

$$\Delta x_2=\left|\left(4.5\times\left(\frac{3}{2}\right)^2-2\times\left(\frac{3}{2}\right)^3\right)-(4.5\times 2^2-2\times 2^3)\right|=1.375(\mathrm{m})$$

$$S=\Delta x_1+\Delta x_2=2.25\mathrm{m}$$

（4）由（2）知第 2s 内的平均加速度为

$$\overline{a}=\frac{v_2-v_1}{\Delta t}=\frac{-6\text{m/s}-3\text{m/s}}{1\text{s}}=-9\text{m/s}^2$$

$a=\ddot{x}=9-12t$，第 0.5s 末和第 1s 末的瞬时加速度为

$$a_1=9-12\times0.5=3(\text{m/s}^2)，\quad a_2=9-12\times1=-3(\text{m/s}^2)$$

1.5　一物体从静止开始，先以 α 大小的切向加速度运动一段时间后，接着就以 β 大小的切向减速度运动直到停止. 若物体整个运动的时间为 t. 证明：物体运动的总路程为

$$s=\frac{\alpha\beta}{2(\alpha+\beta)}t^2$$

解　作图 1.5a，假设最大速度为 v_0，加速时间为 t_1，减速运动时间为 t_2，则有

$$\alpha t_1=\beta t_2=v_0，\quad t=t_1+t_2$$

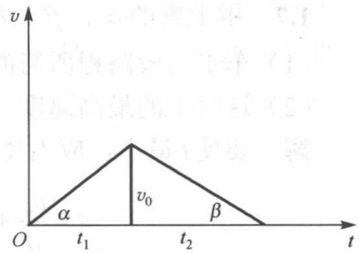

图 1.5a

解得

$$t_1=\frac{\beta t}{\alpha+\beta}，\quad t_2=\frac{\alpha t}{\alpha+\beta}$$

而 $S=\frac{1}{2}\alpha t_1^2+\frac{1}{2}\beta t_2^2$，将上式代入得

$$S=\frac{\alpha\beta}{2(\alpha+\beta)}t^2$$

1.6　一摩托车从静止开始以 α =1.6m/s^2 的匀加速度沿直线行驶，中途做一段匀速运动，后又以 β = 6.4m/s^2 的匀减速度沿直线行驶直至停止. 若这样地走了 L = 1.6km，共用了 t =130s 的时间，试求车的最高行驶速度 v .

解　作图 1.6a，设最高行驶速度为 v_m .

则图形下底为 $t=130$，上底为 $t'=t-\frac{v_\text{m}}{\alpha}-\frac{v_\text{m}}{\beta}$.

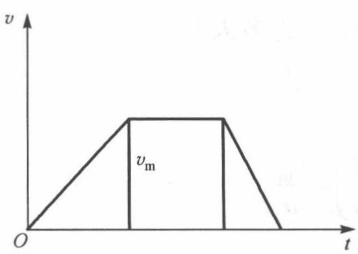

图 1.6a

该梯形的面积为行驶的路程，即

$$L=\frac{1}{2}(t+t')v_\text{m}=\frac{1}{2}\left(2t-\frac{v_\text{m}}{\alpha}-\frac{v_\text{m}}{\beta}\right)v_\text{m}$$

整理得

$$\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)v_\text{m}^2-2tv_\text{m}+2L=0$$

解为

$$v_{\mathrm{m}}=\frac{\alpha\beta t\pm\sqrt{\alpha^2\beta^2t^2-2L\alpha\beta(\alpha+\beta)}}{\alpha+\beta}$$

代入题设参数解得

$$v_{\mathrm{m}}=\frac{\alpha\beta t-\sqrt{\alpha^2\beta^2t^2-2L\alpha\beta(\alpha+\beta)}}{\alpha+\beta}=12.8\mathrm{m/s}$$

注意：另有一解

$$v_{\mathrm{m}}=\frac{\alpha\beta t+\sqrt{\alpha^2\beta^2t^2-2L\alpha\beta(\alpha+\beta)}}{\alpha+\beta}=320\mathrm{m/s}$$

但该解不合题意，这是因为中途做一段匀速运动的时间应该大于零，但该解为

$$t'=t-\frac{v_{\mathrm{m}}}{\alpha}-\frac{v_{\mathrm{m}}}{\beta}=130-\frac{320}{1.6}-\frac{320}{6.4}=130-200-50=-120<0$$

1.7　用上题的 α 、 β 、L 的数值求：

（1）车走这段路程所需的最短时间；

（2）这时车的最高速度.

解　要使 t 最小，应当使该图形为三角形，即 $t'=0$ 时，则

$$t=\frac{v_{\mathrm{m}}}{\alpha}+\frac{v_{\mathrm{m}}}{\beta},\qquad L=\frac{1}{2}tv_{\mathrm{m}}=\frac{1}{2}v_{\mathrm{m}}^2\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)$$

得

$$v_{\mathrm{m}}=\sqrt{\frac{2L}{\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}}}=\sqrt{\frac{2L\alpha\beta}{\alpha+\beta}}=64\mathrm{m/s}$$

$$t=v_{\mathrm{m}}\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)=\frac{(\alpha+\beta)v_{\mathrm{m}}}{\alpha\beta}=50\mathrm{s}$$

1.8　若要求把一辆静止在某一地点的小车在最短时间内推到另一个地点，并静止在那里. 这两个地点的路程为 L，如果小车的加速性能限制它的切线加速度的绝对值只能是 a，要满足上述要求，小车前进的最大速度 v 应为多大？

解　方法同第 1.7 题.

此时，$\alpha=\beta=a$

$$L=\frac{1}{2}tv_{\mathrm{m}}=\frac{1}{2}v_{\mathrm{m}}^2\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)=\frac{1}{2}vm_{\mathrm{m}}^2\left(\frac{2}{a}\right)=\frac{v_{\mathrm{m}}^2}{a}$$

得最大速度为

$$v=v_{\mathrm{m}}=\sqrt{La}$$

1.9　在一个很长的平直跑道上，有 A 和 B 两种型号的喷气式飞机进行飞行试验．两机同时自起点启动，A 机沿地面做匀加速飞行，到达跑道中点起它就做匀速飞行；B 机则在启动后始终做匀加速运动．观测中发现 A，B 两喷气机用完全相等的时间从起点开始到终点完成整个试验距离．问两者的加速度比是多大？

解　设 A 机加速时间为 t_1，匀速时间为 t_2，则有

$$\frac{1}{2}a_A t_1^2 + (a_A t_1)t_2 = \frac{1}{2}a_B(t_1+t_2)^2, \qquad \frac{1}{2}a_A t_1^2 = (a_A t_1)t_2$$

由上式解得

$$t_1 = 2t_2, \qquad \frac{a_A}{a_B} = \frac{\frac{1}{2}(t_1+t_2)^2}{\frac{1}{2}t_1^2 + t_1 t_2} = \frac{9}{8}$$

1.10　一个皮球从 1.5m 高处落到地板上，然后跳回到 1.0m 高处．假设皮球与地板接触的时间为 0.010s，试问在接触期间，球的平均加速度多大？（忽略空气阻力）

解　取垂直向上的方向为正向．由 $v^2 = 2gh$，求得球接触地板的速度和弹起的速度分别为

$$v_1 = -\sqrt{2gh_1}, \qquad v_2 = \sqrt{2gh_2}$$

球的平均加速度为

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

代入数据：$h_1 = 1.5$，$h_2 = 1.0$，$\Delta t = 0.010$，$g = 9.8$，得

$$\overline{a} = \frac{\sqrt{2gh_2} - \left(-\sqrt{2gh_1}\right)}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2\times9.8\times1} + \sqrt{2\times9.8\times1.5}}{0.01} \approx 9.85\times10^2(\mathrm{m/s^2})$$

1.11　有一辆汽车，紧急刹车之后在路上滑行了 6.5m．假设汽车的最大减速度不能超过重力加速度，试问在刹车之前，汽车的行驶速率能否超过 48km/h？

解　题设

$$a \leqslant g, \quad s = 6.5\,\mathrm{m}$$

由

$$v^2 = 2as \leqslant 2gs = 2\times9.8\mathrm{m/s^2}\times6.5\mathrm{m} = 127.4\mathrm{m^2/s^2}$$

得

$$v = \sqrt{127.4}\mathrm{m/s} = 11.287\mathrm{m/s} \approx 40.6\mathrm{km/h} < 48\mathrm{km/h}$$

即在刹车之前，汽车的行驶速率不会超过 48km/h．

1.12　以速率 v_1 运动的火车上的司机，看见在前面距离 d 处，有一列货车在同

一轨道上以较小的速率 v_2 沿相同方向运动，他就立即刹车，使他的火车以匀减速度 a 慢下来，试证明：

如果 $d > \dfrac{(v_1-v_2)^2}{2a}$，则两车不会碰撞；如果 $d < \dfrac{(v_1-v_2)^2}{2a}$，则两车将会碰撞.

解 假设距离为 d_0 时两者刚好碰到，那么经过 t 时间后两者的速度应相同，距离为 0，即

$$d_0 + v_2 t = v_1 t - \frac{1}{2}at^2, \qquad v_2 = v_1 - at$$

解得

$$d_0 = \frac{(v_1-v_2)^2}{2a}$$

所以，当 $d > d_0 = \dfrac{(v_1-v_2)^2}{2a}$ 时，两车不会相撞；当 $d < d_0 = \dfrac{(v_1-v_2)^2}{2a}$ 时，两车会相撞.

1.13 已知一质点在 10s 内走过的路程 $s = 30\text{m}$，而其速度增为 5 倍. 设这质点为匀加速运动，试求它的加速度.

解 设原速度为 v_0，10s 后的速度为 $v = 5v_0$.

由

$$v^2 - v_0^2 = 2as, \qquad v = v_0 + at$$

得

$$a = \frac{4s}{3t^2} = 0.4\text{m/s}^2$$

1.14 一小球从 80m 高的塔上自由落下. 同时，正对此球在地面上以 40m/s 的初速度竖直上抛另一小球，问过多少时间两球相遇？在什么高度相遇？（忽略空气阻力.）

解 两球相遇时，下落的小球和上抛的小球走的距离分别为

$$x_1 = \frac{1}{2}gt^2, \qquad x_2 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

且 $x_1 + x_2 = 80$，有

$$t = 80\text{m} / v_0 = 2\text{s}$$

相遇的高度为

$$h = x_2 = 40\times 2 - \frac{1}{2}\times 9.8\times 2^2 = 60.4(\text{m})$$

1.15 从地面上竖直向上抛出一球，在球离地后的上升过程中，从 $t_1 = 2.0\text{s}$ 到 $t_1 = 3.0\text{s}$ 这一段时间内走了 $\Delta s = 5.5\text{m}$ 的距离，试求从抛出到 $t = 3.0\text{s}$ 时间内的平均速度.（不计空气阻力.）

解　由路程与时间关系可知

$$\begin{cases} x_1 = v_0 t_1 - \dfrac{1}{2} g t_1^2 \\ x_2 = v_0 t_2 - \dfrac{1}{2} g t_2^2 \end{cases}$$

$$\Delta s = x_2 - x_1 = v_0(t_2 - t_1) - \frac{1}{2} g(t_2^2 - t_1^2) = v_0 \times 1\text{s} - \frac{1}{2} g \times 5\text{s}^2 = v_0 - \frac{5}{2} g$$

$$\overline{v} = \frac{x_2}{t_2} = v_0 - \frac{1}{2} g t_2 = \Delta s + \frac{5}{2} g - \frac{1}{2} g \times 3\text{s} = 5.5 + \frac{1}{2} \times 2 \times 9.8 = 15.3(\text{m/s})$$

1.16　把两个小物体从同一地点（地面）以同样的初速率 $v_0 = 24.5\ \text{m/s}$ 先后竖直上抛，设两物体抛出的时间差 $\Delta t = 0.500\ \text{s}$，试问：

（1）第二个物体抛出后经多少时间方与第一个物体相碰？

（2）如果 $\Delta t > 2v_0 / g$，那么结果的物理意义怎样？（不计空气阻力.）

解　（1）设第二个物体抛出后经 t 时间与第一个物体相碰，有

$$x_1 = v_0(t + \Delta t) - \frac{1}{2} g(t + \Delta t)^2, \qquad x_2 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

令 $x_1 = x_2$，得

$$t = \frac{v_0}{g} - \frac{\Delta t}{2} = \frac{24.5}{9.8} - \frac{0.5}{2} = 2.25\ (\text{s})$$

即第二个物体抛出后经 2.25s 后与第一个物体相碰.

（2）如果 $\Delta t > \dfrac{2v_0}{g}$，有 $x_1 < 0$ 时，即第二个球还没抛，第一个球已落地了.

1.17　由楼上以同样大小的初速率 v_0 同时抛掷两物体，一物竖直上抛，另一物竖直下抛，略去空气阻力，求这两个物体之间的距离 s 与时间 t 的关系.

解　上抛球 $x_1 = v_0 t - \dfrac{1}{2} g t^2$，下抛球 $x_2 = -v_0 t - \dfrac{1}{2} g t^2$.

$$s = x_1 - x_2 = 2 v_0 t$$

1.18　一升降机以 $a = 2\text{g}$ 的加速度从静止开始上升，它里面有一用细绳吊着的小球，在 2.0s 末，小球因绳子断了而往下落. 设小球原来到底板的距离为 $h = 2.0\ \text{m}$. 略去空气阻力，试求：

（1）小球下落到底板所需的时间 t；

（2）小球相对于地面下落的距离 s.

解　（1）规定向上的方向为正向.

$t_0 = 2.0\text{s}$ 末小球速度为

$$v_0 = a t_0 = 2 g t_0$$

以后小球做初速为 v_0 的竖直上抛运动

$$x_1 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

升降机

$$x_2 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

当 $x_1 + h = x_2$ 时，小球下落到底板上，即

$$v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 + h = v_0 t + \frac{1}{2}2gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{3g}} = \sqrt{\frac{2\times 2.0\text{m}}{3\times 9.8\text{m}/\text{s}^2}} \approx 0.37\text{s}$$

即小球下落到底板所需的时间约 0.37s.

（2）小球相对于地面下落的距离为

$$s = x_1 = 2gt_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 2\times 9.8\text{m/s}^2 \times 2.0\text{s}\times 0.37\text{s} - \frac{1}{2}\times 9.8\text{m/s}^2 \times (0.37\text{s})^2 \approx 13.8\text{m}$$

故实际上小球相对于地面上升了距离 13.8m.

1.19　自由落体在最后半秒钟内落下的距离为 $h_1 = 20\,\text{m}$，试求下落的总高度 h.

解　由题设得

$$x_1 = \frac{1}{2}gt^2, \quad x_2 = \frac{1}{2}g\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 = x_1 + h_1 = h$$

解得

$$t = \frac{2h_1}{g} - \frac{1}{4} = \frac{2\times 20}{9.8} - \frac{1}{4} = 3.83(\text{s})$$

$$h = h_1 + x_1 = h_1 + \frac{1}{2}g\left(\frac{2h_1}{g} - \frac{1}{4}\right)^2 \approx 92\text{m}$$

1.20　在高度 $h = 40\text{m}$ 处竖直抛出一物体，问初速度 v_0 为多大时，才能使它比自由落下（1）早 $t = 1\,\text{s}$，（2）迟 $t = 1\,\text{s}$ 落到地上？（不计空气阻力.）

解　规定向下运动为正.

（1）自由落体

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

以初速度 v_0 竖直抛出

$$v_0t' + \frac{1}{2}gt'^2 = h\text{，}\quad t' = t-1$$

解得

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 40}{9.8}} = 2.86\,(\mathrm{s})\text{，}\quad v_0 = \frac{g(2t-1)}{2(t-1)} = 12.4\mathrm{m/s}$$

故应以初速度 12.4m/s 竖直向下抛出.

（2）

$$v_0t' + \frac{1}{2}gt'^2 = h\text{，}\quad t' = t+1$$

解得

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 40}{9.8}} = 2.86\,(\mathrm{s})\text{，}\quad v_0 = -\frac{g(2t+1)}{2(t+1)} = -8.53\mathrm{m/s}$$

故应以初速度 8.53m/s 竖直向上抛出.

1.21 一轰炸机离地面 10km，以 240km/h 的水平速度，向其轰炸目标的正上空飞行. 问当瞄准角（瞄准器到目标的视线与竖直线所成的角）φ 为多大时投下炸弹，才能正好击中目标？（略去空气阻力.）

解 已知

$$g = 9.8\mathrm{m/s^2}\text{，}\quad h = 10^4\mathrm{m}\text{，}\quad v = 2.4\times 10^5\mathrm{m/h} = \frac{200}{3}\mathrm{m/s}$$

设击中目标用时 t，则 $\frac{1}{2}gt^2 = h$，得

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

由几何关系

$$\tan\varphi = \frac{vt}{h} = v\sqrt{\frac{2}{gh}} = 0.301$$

解得

$$\varphi = \arctan 0.301 \approx 16°45'$$

1.22 一轰炸机离海面 10km，以 240km/h 的水平速度追击正前方一鱼雷艇，鱼雷艇的速度是 95km/h，不计空气阻力，问飞机应在艇后多少距离投弹才能正好击中目标？

解 飞机相对艇的速度

$$v_{相} = 145\mathrm{km/h} \approx 40.28\mathrm{m/s}$$

设击中需用时 t，

$$\frac{1}{2}gt^2 = h\,, \qquad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

故飞机应在艇后

$$s = v_{相} \times t = v_{相} \times \sqrt{\frac{2h}{g}} = 40.28 \times \sqrt{\frac{2\times 10^4}{9.8}} \approx 1820(\mathrm{m})$$

即飞机应在艇后 1820m 投弹才能正好击中目标.

1.23　一俯冲轰炸机沿与竖直成 37° 方向俯冲，在 800m 高度投弹，炸弹离飞机 5.0s 时着地. 不计空气阻力，试问：

（1）飞机的飞行速度是多少？

（2）炸弹离开飞机后在水平方向前进多远？

（3）炸弹着地时，速度的大小和方向如何？

解　（1）　　$\alpha = 37^\circ$，$\cos\alpha = 0.8$，$v_0\cos\alpha \times t + \dfrac{1}{2}gt^2 = h$

将 $t = 5\mathrm{s}$，$g = 9.8\mathrm{m/s^2}$，$h = 800\mathrm{m}$ 代入得飞机的飞行速度为

$$v_0 = \frac{h - gt^2/2}{t\cos\alpha} = 169\mathrm{m/s}$$

（2）　　$s = v_0 \sin\alpha \times t,\quad t = 5\mathrm{s},\quad \sin\alpha = 0.6$

代入得炸弹离开飞机后在水平方向前进了 $s = 507\mathrm{m}$.

（3）着地时速度

$$v_{竖} = v_0\cos\alpha + gt = 184\mathrm{m/s}$$

$$v_{水平} = v_0\sin\alpha = 101\mathrm{m/s}$$

速度大小为

$$v = \sqrt{v_{竖}^2 + v_{水平}^2} \equiv 210\mathrm{m/s}$$

设速度与水平夹角 α，则 $\tan\alpha = v_{竖}/v_{水平} = 1.82$，即 $\alpha = 61^\circ$.

1.24　一小孩以 16m/s 的速度把一皮球抛到墙上，墙离小孩 5.0m 远. 问小孩应以什么方向抛球，才能使球在反射后的轨道的最高点刚好在小孩的头顶上方？（设球与墙的碰撞为完全弹性碰撞，略去空气阻力.）

解　设水平方向为 x 轴，竖直方向为 y 轴，抛前速度与竖直方向成 α 角.

由于运动的独立性，球在水平方向做匀速直线运动

$$v_x = v_0 \sin\alpha \qquad ①$$

碰墙后速度反向，但仍做匀速直线运动，球在竖直方向做匀减速运动

$$v_y = v_0\cos\alpha - gt \qquad ②$$