



主 编：王永俊
副主编：邵舒竹

小学数学特长生读本

(六年级)



日报出版社

小学数学特长生读本

(六年级)

关 闾 黎雅贤 夏国生
白 芳 李 硕 著

经济日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学特长生读本:六年级/王永俊主编·郜舒竹副主编
-北京:经济日报出版社,1996.10

ISBN 7-80127-257-9

I. 小… II. 王… III. 数学课-小学-课外读物

IV. G624.504

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 16053 号

小学数学特长生读本(六年级)

-
- | | |
|--------|-------------------------------|
| 主 编: | 王永俊 |
| 副 主 编: | 郜舒竹 |
| 责任编辑: | 赵润庭 |
| 责任校对: | 惠民 |
| 出版发行: | 经济日报出版社 |
| 地 址: | 北京市王府井大街 277 号(邮编 100746) |
| 总 经 销: | 全国新华书店 |
| 印 刷: | 北京市朝阳区科普印刷厂 |
| 规 格: | 787×1092 毫米 1/32 开本 8 印张 |
| 字 数: | 166 千字 |
| 印 数: | 1—11000 册 |
| 版 次: | 1997 年 1 月第一版 1997 年 1 月第一次印刷 |
| 书 号: | ISBN 7-80127-259-5/G·124 |
| 定 价: | 8.60 元 |
-

版权所有·盗印必究

前 言

当今世界，自然科学、社会科学、数学已发展成为三足鼎立的独立的科学体系。中国青少年在数学学习上的潜能和成就，以及在国际大赛中多次获得世界团体冠军的佳绩，已为世界所公认。在即将进入21世纪的关键时期，中国教育的普及与提高被提到战略的高度，得到党和国家的重视。这当中，数学教育与教学质量的提高也就理所当然地成为全国关注的重点科学之一。

当前，教育的重要任务是变应试教育为素质教育。在数学教学上就要使学生在学好《大纲》要求的基础上，更多更快地学习到体现现代数学思想和更高教学背景的“活的数学”，以发展为数学特长，从而带动和推动相关学科的发展。而当前教师和家长倍感棘手的问题是，如何使后进生对学数学有兴趣，使优秀生向更高层次攀登。这就需要有一个起转化作用的工具，建造起一个过渡的桥梁；需要一套既能以《全日制九年义务教育数学教学大纲》为依据，结合《初中数学竞赛大纲初订稿》而编辑的适合青少年思维发展特点的读物，使后进生提高兴趣，潜移默化地步入中等或优秀生行列；使优秀生发展思维，形成特长，形成竞赛能力，参与数学竞赛。本套书就是本着这个宗旨编写的，旨在“使您的孩子聪明起来”。

本套书分中学、小学两部分。小学部分为三个分册，中学部分六个分册（教学读本与练习各三分册）。适合青少年学生连续使用。为适应素质教育的要求，例题与习题解答力求深入浅出，使家长和教师能参与辅助工作，使本套书成为学生的良师，教师、家长的益友。

参加本套书编写的都是多年从事数学教学工作的数学教研员和富有教学经验的高级教师，并且都是国家级数学奥林匹克高级或一级教练员，以及北京数学奥林匹克教练员。在数学教学上具有丰富的经验，在培养数学国际竞赛选手上又是富有能力的实践者，可以说本书是这样一个群体的集体智慧与成功经验的小结，也是他们对学生智力转化工作的一个探索和实验。

祝愿本套书的读者，通过学习这套书能够更加聪明起来。

编者

1996年8月

目 录

前言	(1)
第一课 分数、小数四则混合运算	(1)
第二课 繁分数	(9)
第三课 $[x]$ 与 $\{x\}$	(19)
第四课 循环	(27)
第五课 分数、百分数应用题	(35)
第六课 浓度问题	(44)
第七课 工程问题	(51)
第八课 行程问题	(59)
第九课 估值	(66)
第十课 定义新运算	(72)
第十一课 抽屉原则(一)	(82)
第十二课 抽屉原则(二)	(90)
第十三课 推理(一)	(97)
第十四课 推理(二)	(104)
第十五课 长方体和正方体	(113)
第十六课 圆(一)	(123)
第十七课 圆(二)	(132)
第十八课 圆柱和圆锥	(141)
第十九课 比和比例(一)	(148)

第二十课	比和比例(二).....	(155)
第二十一课	利用面积比解题.....	(161)
第二十二课	包含与排除.....	(170)
第二十三课	钟表问题.....	(177)
第二十四课	最大与最小(一).....	(185)
第二十五课	最大与最小(二).....	(192)
第二十六课	简单染色问题.....	(200)
第二十七课	最佳方案.....	(207)
第二十八课	最佳策略.....	(216)
答案	(224)
(75)	第四课
(80)	第五课
(111)	第六课
(121)	第七课
(137)	第八课
(180)	第九课
(187)	第十课
(188) (一) 例题	第十一课
(190) (二) 例题	第十二课
(191) (一) 例题	第十三课
(194) (二) 例题	第十四课
(113) 第五课例题	第十五课
(131) (一) 例题	第十六课
(131) (二) 例题	第十七课
(141) 例题	第十八课
(141) (一) 例题	第十九课

第一课 分数、小数四则混合运算

分数、小数四则运算是小学算术中的一个重要内容,它对于培养同学们的计算能力起着十分重要的作用.要想掌握好分数、小数的四则混合运算,一要牢记分数、小数的基本运算法则,二要掌握分数与小数的互化.

首先让我们重温以下运算法则.

1. 小数加、减法的计算法则:把各数的小数点对齐,按照整数的加、减法的法则计算,在得数里对齐横线上的小数点,点上小数点.

2. 小数乘、除法的计算法则:按照整数乘法(或除法)的法则计算出积(或商),对于乘法要看乘数和被乘数里共有几位小数,就从积的右边数出几位、点上小数点,不够时补零.对于除法,商里的小数点要和被除数的小数点对齐.

3. 分数的加、减法运算法则:同分母的分数相加减,只要把分子相加减,分母不变;异分母的分数相加减,要先通分(找出分母的最小公倍数,分子分母同时扩大相同的倍数,使不同的分母变成同分母,然后按同分母分数进行运算;带分数相加减,把分数部分和整数部分分别相加减,然后将所得结果合并.

4. 分数的乘法运算法则:用分子相乘积作分子,分母相乘积作分母.带分数相乘时,先将带分数化成假分数,然后相

乘.

5. 分数的除法运算法则:将作为除数的分数的分子、分母相互换位,化成乘法来做.

其次,分数的约分也是分数运算的重要一环,掌握好约分能提高同学们的运算速度及准确性.约分的技巧主要是掌握整除的性质.

(1)一个数的个位数字能被 2(或 5)整除,那么这个数必是 2(或 5)的倍数.

例如:62,234,135,680.

(2)一个数末两位能被 4(或 25)整除,这个数必是 4(或 25)的倍数.

例如:264,356 能被 4 整除

225,450,能被 25 整除

(3)一个数的各位上的数字之和能被 3(或 9)整除,这个数必是 3(或 9)的倍数.

例如:174,402 能被 3 整除

729,4203 能被 9 整除

(4)一个数隔位数相加所得的两个和数,以大减小,差若是 11 的倍数,则此数必是 11 倍数.

例如:32736 是 11 的倍数,因为

$$3+7+6-(2+3)=16-5=11$$

又:3944545 是 11 的倍数,因为

$$3+4+5+5-(9+4+4)=17-17=0$$

(5)一个数末三位数能被 8(或 125)整除,此数必是 8(或 125)的倍数.

例如:3024,214872 是 8 的倍数

1000000, 234750 是 125 的倍数

掌握以上整除的性质对分数的约分是很有利的。

分数与小数的互化在它们的四则运算中占有十分重要的地位。要根据题目的需要将分数化成小数或小数化成分数。互化一般原则是：

(1) 分数能化成有限小数的，化成小数计算比较简单，分数不能化成有限小数时，则把小数化成分数再计算。

(2) 再进行分数、小数混合计算时，题目含分数或小数的哪个个数多，就保留哪个，把个数少的转化成个数多的那种形式。特别是一些简单的分数和小数，要非常熟练地掌握它们的互化，做到一看便知。

例如： $0.2 = \frac{1}{5}$, $0.5 = \frac{1}{2}$, $\frac{2}{5} = 0.4$, $\frac{3}{10} = 0.3$

$\frac{3}{4} = 0.75$, $6.25 = 6\frac{1}{4}$, $0.125 = \frac{1}{8}$ 等等。

对于一般的分数化小数，用分子除以分母即可得到结果。小数化分数，只需把原小数去掉小数点儿以后作为分子，原来的小数，小数点后有几位，就在 1 后面添几个零，作为分母，然后通分化成最简结果即可。在互化时要细心，互化的错误会导致整个题目的错误。

例 1 计算 $8.4 \times \frac{1}{4} - \frac{16}{25} \div \frac{4}{15} + 3\frac{1}{3} \times 0.9$

分析 题目出现分数的个数大于出现的小数的个数，所以可考虑将小数化为分数进行运算，注意分数作为除数时，分子与分母的位置要互换后做乘数。

解 原式 $= \frac{84}{10} \times \frac{1}{4} - \frac{16}{25} \times \frac{15}{4} + \frac{10}{3} \times \frac{9}{10}$

$$= \frac{21}{10} - \frac{12}{5} + 3 = 3 + \frac{21}{10} - \frac{24}{10}$$

$$= 2 \frac{31}{10} - \frac{24}{10} = 2 \frac{7}{10}$$

例 2 计算 $1.5 \times \left[\frac{19}{21} \div 6 \frac{1}{3} \times (0.7 - 0.66) \right] \times 4.9$

分析 此题分数化为小数可能会简单一些. 因为分数少, 所以可考虑分数化小数, 但要注意 $\frac{19}{21}$, 不能化成有限小数, 所以还采取小数化分数的方法.

$$\text{解 原式} = 1 \frac{1}{2} \left[\frac{19}{21} \div \frac{19}{3} \times \left(\frac{7}{10} - \frac{33}{50} \right) \right] \times \frac{49}{10}$$

$$= \frac{3}{2} \left[\frac{19}{21} \times \frac{3}{19} \times \frac{1}{25} \right] \times \frac{49}{10}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{25} \times \frac{49}{10} = \frac{3}{2} \left[\frac{1}{7} \times \frac{1}{25} \right] \times \frac{49}{10}$$

$$= \frac{21}{500}$$

例 3 计算 $(3.91 + 3 \frac{3}{7} + 6.09 + 6 \frac{4}{7}) \times (2 \frac{1}{8}$

$$- 1.125) + (1 \div \frac{2}{3} - 1.5) \times 6.04$$

分析 此题目属于形式较复杂形题目, 且分数与小数在题目中出现的个数基本一样, 所以不要急于进行分数小数的互化, 先考虑能否有简便计算方法.

如第一个括号中 $3.91 + 6.09 = 10$, 第二个括号中有 $\frac{1}{8} = 0.125$, 第三个括号中有 $1 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$

$$\text{解 原式} = (3.91 + 6.09 + 3 \frac{3}{7} + 6 \frac{4}{7}) \times (2.125$$

$$- 1.125) + \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right) \times 6.04$$

$$= (10+10) \times 1 + 0 \times 6.04 = 20$$

例 4 计算 $[1000 \times (0.675 - \frac{3}{8}) + 2 \frac{1}{4} \times 2 \frac{7}{9}] \div 6.25$

分析 先不要着急分数小数的互化,注意乘法分配律的应用.

解 原式 $= [1000 \times (0.675 - \frac{3}{8}) \times \frac{9}{4} \times \frac{25}{9}] \div 6.25$

$$= [(675 - 125 \times 3) + \frac{25}{4}] \div 6.25$$

$$= (300 + \frac{25}{4}) \times \frac{4}{25} = 48 + 1 = 49$$

例 5 计算 $23.3 \times (2 - 75\%) + 56 \times 1 \frac{1}{4} + (1 + 25\%) \times 28.7$

分析 因为题目中有分数,有小数还有百分数,所以要考虑它们之间的互化,对于这道题目而言,将分数和百分数都化为小数比较容易计算,但要注意运算顺序及运算的技巧,如 $56 \times 1 \frac{1}{4}$ 可先约分再化小数.

解 原式 $= 23.3 \times (2 - 0.75) + 56 \times \frac{5}{4} + (1 + 0.25)$

$$\times 28.7$$

$$= 23.3 \times 1.25 + 14 \times 5 + 1.25 \times 28.7$$

$$= 1.25(23.3 + 28.7) + 70$$

$$= 1.25 \times 52 + 70$$

$$= 65 + 70 = 135$$

例 6 解关于 x 的方程 $14 \frac{1}{5} - (\frac{2}{5}x + 2.4) = 10.8$

分析 此题虽然是一道关于解 x 方程的题目,但是在解 x 的过程中还是要进行分数小数的四则混合运算. 因为题目

中的两个分数 $14\frac{1}{5}$ 与 $\frac{2}{5}$ 都可以化为有限小数, 所以此题采用分数化小数的方法进行计算.

解 原方程可化为: $14.2 - (0.4x + 2.4) = 10.8$

方程两边同减 10.8 得:

$$3.4 - (0.4x + 2.4) = 0$$

去括号得 $3.4 - 0.4x - 2.4 = 0$

将上式整理得: $0.4x = 1$

$$\therefore x = 1 \div 0.4 = 2.5$$

例 7 某小学五年级四个班为希望工程捐款, 五(1)班捐款 150.25 元, 五(2)班比五(1)班多捐了 15.45 元, 五(3)班捐款是五(2)班捐款总数的 $\frac{4}{5}$, 五年级共捐款 612.21 元, 求五(4)班捐款多少元?

分析 这是一道应用题, 要根据题目中所给的条件列出算式, 计算时还会遇到分数、小数的四则混合运算, 所以计算时不但要细心还要尽量使用简便算法.

解 依题意五(4)班的捐款数应等于全年级四个班的捐款总数减去其他三个班一共捐款的钱数. 所以可列算式如下:

$$\begin{aligned} & 612.21 - [150.25 + 150.25 + 15.45 + (150.25 + 15.45) \times \frac{4}{5}] \\ &= 612.21 - [150.25 \times 2 + 15.45 + 150.25 \times \frac{4}{5} + 15.45 \times \frac{4}{5}] \\ &= 612.21 - [150.25 \times (2 + \frac{4}{5}) + 15.45 \times (1 + \frac{4}{5})] \\ &= 612.21 - [150.25 \times (2 + 0.8) + 15.45 \times (1 + 0.8)] \\ &= 612.21 - (150.25 \times 2.8 + 15.45 \times 1.8) \\ &= 612.21 - (420.7 + 27.81) \end{aligned}$$

$$=612.21-448.51=163.70(\text{元})$$

答:五年级(4)班共捐款 163.70 元。

例 8 一个个体运输户承包运输 20000 只玻璃管,每运输 100 只可得运输费 0.80 元,如果损坏一只不但不给运输费还要贴款 0.20 元,这个个体运输户共得运输费总数的 97.4%,求他共损坏了几只玻璃管?

分析 运 100 只玻璃管可得运费 0.80 元,每只运费是: $0.80 \div 100 = 0.008(\text{元})$,如果全部运到可得运费: $0.008 \times 20000 = 160(\text{元})$,而实际运费是 $160 \times 97.4\%(\text{元})$,这是在运输过程中打碎了玻璃管的缘故,打碎一只玻璃管不但不给运输费 0.008 元,还要赔偿 0.20 元,所以打碎一只玻璃管少得 $0.20 + 0.008 = 0.208(\text{元})$,那么 $160 - 160 \times 97.4\%$ 中有多少个 0.208 元就是打碎玻璃管的只数. 计算方法要采用百分数化小数的方法.

解 $(0.80 \times 20000 - 0.80 \times 20000 \times 97.4\%) \div (0.80 \div 100 + 0.20)$

$$= (160.00 - 160.00 \times 0.974) \div (0.008 + 0.20)$$

$$= (160.00 - 155.84) \div 0.208$$

$$= 4.16 \div 0.208 = 20(\text{只})$$

答:此个体户共损坏 20 只玻璃管。

练习题一

1. 计算:

$$(1) (2.5 + \frac{8}{15} \div \frac{2}{3} \div 0.4) \div \frac{3}{5}$$

$$(2) (3\frac{3}{5} + 1\frac{5}{7}) \times 11\frac{2}{3} \div (1\frac{2}{9} - 1\frac{1}{18})$$

$$(3) 4\frac{1}{2} \div [(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) \times 1\frac{1}{5}] \div 3\% - (3.14 \times 36) \div (3.14 \times 0.36)$$

$$(4) [(5\frac{7}{12} - 3\frac{17}{36}) \div (1.9 - 0.5)] \times \frac{9}{13}$$

$$(5) (6.5 - 2\frac{3}{8}) \div (1 - \frac{1}{4}) \div 2.75 - 75\% \times 1\frac{1}{3}$$

2. 计算下列各题,能简算的要简算

$$(1) (4.92 + 6\frac{2}{7} + 2.08 + 4\frac{5}{7}) \times (2\frac{1}{8} - 0.125 + 1)$$

$$(2) 3\frac{1}{8} \div (11\frac{1}{2} - 1.625 - 2\frac{3}{8}) - \frac{1}{24}$$

$$(3) (2\frac{2}{9} \times \frac{4}{5} + 2\frac{2}{9} \times 6.2 - 5.8 \times 2\frac{2}{9} - \frac{1}{5} \times 2\frac{2}{9}) \times \frac{9}{20}$$

3. 解下列关于 x 的方程

$$(1) \frac{x}{8} + \frac{1}{3} \times (x - 151\frac{1}{2}) = 2.4 \times 5 + 3\frac{1}{2}$$

$$(2) 13x - (4\frac{1}{2}x + 2.9) = 3.4 \times 0.5 + 0.5x$$

4. 某小学购买新书的总数是 1248 册,其中科技书占 $\frac{1}{3}$,故事书是科技书总数的 75%,剩下的书是各类杂志,问杂志占购买科技书的百分之几?

5. 某小学六年级共有学生 156 人,选出男生的 $\frac{1}{11}$ 和女生的 12 名,剩下的男生人数是女生人数的二倍,求这个小学六年级男女同学各有多少名?

第二课 繁分数

我们已经学习过分数,如: $3 \div 7 = \frac{3}{7}$, $5 \div 11 = \frac{5}{11}$, 即两个数相除, 其中被除数相当于分数的分子, 除数相当于分数的分母, 所以 $\frac{3}{7} \div 5$ 可以写成 $\frac{\frac{3}{7}}{5}$, $2 \div (\frac{3}{5} + \frac{2}{7})$ 可以写成 $\frac{2}{\frac{3}{5} + \frac{2}{7}}$,

$(\frac{3}{11} + \frac{1}{2}) \div (\frac{5}{8} + \frac{1}{3})$ 可以写成 $\frac{\frac{3}{11} + \frac{1}{2}}{\frac{5}{8} + \frac{1}{3}}$. 由以上三式我们看到

这些分数的分子或分母中又含有分数, 甚至分子与分母中都含有分数, 这样的分数我们称之为繁分数. 在繁分数中, 用较长的分数线分出分子部分和分母部分, 这较长的分数线我们称它为主分数线.

繁分数的计算并不难, 关键要掌握好分数运算的基本方法. 如: 分数的运算法则, 约分的技巧及整除的性质等, 这样就能化繁为简, 很快地计算出来. 其中要特别注意分数基本性质的应用, 即: 分子分母同时乘以同一个不为零的数, 分数的值不变. 即 $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$ (其中 $b \neq 0, c \neq 0$). 利用分数的基本性质可以约去分子部分与分母部分上分数的分母, 从而达到化简繁分数的目的.

$$\text{例 1 计算 } \frac{5 - \frac{8 - 1\frac{2}{3}}{3}}{1 + \frac{1}{3} \times 2\frac{10}{11}}$$

分析一 此题可根据分数运算法则分别计算出分子和分母,然后用分子除以分母完成计算.

解(一)

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{5 - \frac{7\frac{3}{3} - 1\frac{2}{3}}{3}}{1 + \frac{1}{3} \times \frac{32}{11}} = \frac{15 - 6\frac{1}{3}}{3} \\ &= \frac{14\frac{3}{3} - 6\frac{1}{3}}{3} = \frac{8\frac{2}{3}}{3} = \frac{8\frac{2}{3}}{3} \div \frac{65}{33} \\ &= \frac{26}{9} \times \frac{33}{65} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15} \end{aligned}$$

分析二 此题还可以用另一种方法来解,即分子分母同时扩大3倍,去掉分子中的分母,逐步达到化简的目的.

解(二)

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{3 \times (5 - \frac{8 - 1\frac{2}{3}}{3})}{3 \times (1 + \frac{1}{3} \times 2\frac{10}{11})} = \frac{15 - (8 - 1\frac{2}{3})}{3 + 2\frac{10}{11}} \\ &= \frac{7 + 1\frac{2}{3}}{5\frac{10}{11}} = 8\frac{2}{3} \div 5\frac{10}{11} = \frac{26}{3} \times \frac{11}{65} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15} \end{aligned}$$

方法(二)的优点是将繁分数中的数值减小,从而更便于