

小学用书

翟连林 主编

小学数学试题一题多解



北京少年儿童出版社

小学数学试题一题多解

主编 翟连林

编者 王金洲 李春海 姚瑞芬

付其平 周柏龄 徐元才

涂德钰 胡世英

北京少年儿童出版社

小学数学试题一题多解
XIAOXUE SHUXUE SHITI YITI DUOJIE

翟连林 主编

*

北京少年儿童出版社出版

(北京北三环中路6号)

邮政编码: 100011

北京出版社总发行

新华书店北京发行所经销

北京市朝阳北苑印刷厂印刷

*

787×1092 毫米 32 开本 12 印张 262 000 字

1993 年 2 月第 1 版 1996 年 5 月第 3 次印刷

印数 45 001—65 000

ISBN 7-5301-0380-6/G · 244

定 价: 10.00 元

内 容 提 要

本书共分三章，重点是第三章。在第三章中又分两大部分，即“升学试题”和“竞赛试题”。第一部分精选了近几年来全国24个省市近50个地市县小学数学升学试题中的优秀题目148例，第二部分精选了近几年来全国及14个省市21个地市县小学数学竞赛试题中的优秀题目80例。每道例题都从几个不同角度介绍思路“分析”和解题过程，并且附有“评注”为读者总结解题规律。

本书可供家长辅导孩子用，小学教师可作为参考用书，小学中、高年级学生特别是毕业班学生可作为课外读物。

前言

多年的教学实践使我们认识到,“一题多解”对于拓宽学生解题思路、活跃思维、沟通所学知识的内在联系,能起到事半功倍的作用,同时也是“验算”教学的有效方法,而且是开发学生智力、提高分析问题和解决问题能力的一种行之有效的训练形式。为此,我们编写了这本《小学数学试题一题多解》。

本书共分三章,在第一章中通过实例说明一题多解的意义与作用,在第二章中通过实例说明怎样培养一题多解的能力,第三章是一题多解分类举例。每个例题都由“思路分析”、“解题过程”、“评注”三项内容构成。在“思路分析”中,以简炼的语言阐明思考过程,启发、引导读者运用所学知识解决新问题,主要在以下两方面:一是以学生已有的概念、法则、定律和公式为重要依据,从不同的角度来思考问题,使问题多解;或是对已知条件进行转化,从而转移思路,使问题多解。二是灵活运用不同的数学知识剖析数量关系,如运用比的知识解答分数应用题,运用归一解法解答有关比和比例的应用题等等。

在“解题过程”中,一般是采用先分步,再列综合算式解答的顺序进行。这样更有利于读者理解“思路分析”,掌握解题过程,更有利于对每题中的“多解”进行比较、对照、选优。

在“评注”中，一是简略阐述相关解法的联系，从而总结解题规律，指出解题关键。二是从“思路简明”和“运算简便”两方面，通过比较鉴别各种解法评价出最佳解法。三是指明本题的其它解法的思路方向，目的是使读者学有收获，思有方向；学而不厌，思而不止。

由于我们的水平所限，加之时间紧，书中难免有不当之处，恳请广大读者批评指正。

编 者

1992年8月

目 录

第一章 一题多解的意义与作用	(1)
一、强化“双基”训练	(1)
二、提高综合运用知识的能力	(3)
三、培养思维的灵活性	(5)
四、提高自我“检验”能力	(8)
第二章 怎样培养一题多解的能力	(10)
一、熟练掌握“双基”	(10)
二、多角度剖析数量关系	(12)
三、注意沟通知识间内在的联系	(14)
四、合理联想	(17)
五、注重解题后的再思考	(18)
第三章 一题多解分类举例	(25)
第一部分 升学试题	(25)
一、数的组成与分解	(25)
二、数的大小比较	(29)
三、四则运算式题	(31)
四、一般应用题	(49)
五、求平均数应用题	(69)
六、归一应用题	(79)
七、行程应用题	(94)
八、倍数应用题	(113)

九、分数和百分数应用题.....	(119)
十、工程应用题.....	(162)
十一、比和比例应用题.....	(187)
十二、几何计算题.....	(213)
十三、综合题.....	(242)
第二部分 竞赛试题.....	(267)
一、数的运算.....	(267)
二、文字题与数字问题.....	(273)
三、应用题.....	(288)
(一) 行程问题.....	(288)
(二) 分数(工程)问题.....	(298)
(三) 和、差、倍问题.....	(315)
(四) 假设法问题.....	(324)
(五) 比和比例问题.....	(332)
(六) 一般应用题及其它.....	(340)
四、几何图形.....	(361)

第一章 一题多解的意义与作用

一、强化“双基”训练

无论是解答应用题，还是对式题进行计算，都是对“双基”（基本知识和基本技能）内容掌握情况的测验，使所学知识得以巩固和加强。而“一题多解”是对于同一题目，多次运用“双基”，使所学知识融会贯通，起到强化“双基”的效果。

例1 解方程 $\frac{x}{5} = \frac{1.2}{20}$. (湖南省长沙市)

【分析1】 根据“分子=分数值×分母”解方程。

【解法1】 $\frac{x}{5} = \frac{1.2}{20}$

$$x = \frac{1.2}{20} \times 5$$

$$x = 0.3.$$

【分析2】 根据“比的前项=比的后项×比值”解方程。

【解法2】 $\frac{x}{5} = \frac{1.2}{20}$

$$x : 5 = \frac{1.2}{20}$$

$$x = 5 \times \frac{1.2}{20}$$

$$x = 0.3.$$

【分析 3】 把 $\frac{x}{5}$ 转化为 $x \div 5$ ，根据“被除数 = 商 $\times$ 除数”解方程。

$$\text{【解法 3】} \quad \frac{x}{5} = \frac{1.2}{20}$$

$$x \div 5 = \frac{1.2}{20}$$

$$x = \frac{1.2}{20} \times 5$$

$$x = 0.3.$$

【分析 4】 根据比例的基本性质，运用解比例的方法解方程。

$$\text{【解法 4】} \quad \frac{x}{5} = \frac{1.2}{20}$$

$$20x = 5 \times 1.2$$

$$x = 6 \div 20$$

$$x =$$

【分析 5】 根据分数基本性质，把方程左右两边的分母统一为 5，即可得知 x 的值。

$$\text{【解法 5】} \quad \text{因为 } \frac{x}{5} = \frac{1.2}{20} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{0.3}{5}$$

$$\text{所以 } x = 0.3.$$

【评注】 本题通过对方程的多解，使分数各部分的关系、比的各部分关系、除法各部分关系、比例基本性质和分

数基本性质等多方面的知识进行了“再现”。这样，既对这些基本知识进行了沟通、联系，形成了新的知识网络，增强了知识的系统性，又提高了解方程的能力。从而使“双基”得到了强化。

二、提高综合运用知识的能力

对同一题目，尤其是对综合性较强的题目，从不同的角度进行分析、解答，就需要对多种知识进行综合运用，从而提高驾驭知识和综合运用知识的能力。

例2 一个长方体水池宽10米，是长的 $\frac{2}{3}$ ，池深2.8米，

池中水深比池深的 $\frac{3}{4}$ 少0.216米。若用一台抽水机抽水，水

管的内直径为2分米，管内水的流速是每分钟100米，抽完这池水需要几小时？
(宁夏回族自治区中卫县)

【分析1】 先求出池内水的体积，再求出抽水机每分钟抽出水的体积，然后用池内水的体积除以每分钟抽水的体积，即得需要时间。

【解法1】 池内水的体积是多少？

$$\left(10 \div \frac{2}{3}\right) \times 10 \times \left(2.8 \times \frac{3}{4} - 0.216\right)$$

$$= 15 \times 10 \times 1.884 = 282.6 \text{ (立方米)}$$

每分钟抽水的体积是多少？

$$3.14 \times \left(\frac{2}{2} \times \frac{1}{10}\right)^2 \times 100 = 3.14 \text{ (立方米)}$$

抽完这池水需要多少小时？

$$282.6 \div 3.14 = 90 \text{ (分钟)} = 1.5 \text{ (小时)}$$

$$\text{综合算式: } \left[\left(10 \div \frac{2}{3} \right) \times 10 \times \left(2.8 \times \frac{3}{4} - 0.216 \right) \right]$$

$$\div \left[3.14 \times \left(\frac{2}{2} \times \frac{1}{10} \right)^2 \times 100 \right]$$

$$= [15 \times 10 \times 1.884] \div 3.14$$

$$= 282.6 \div 3.14 = 90 \text{ (分钟)}$$

$$= 1.5 \text{ (小时)}.$$

【分析 2】 先求水池底面积是水管横截面积的“几倍”，再求池内水深是“100米”的“几分之几”，然后用“几倍”乘以“几分之几”，即得所需的时间。

【解法 2】 水池底面积是水管截面积的几倍？

$$\left[\left(10 \times \frac{3}{2} \right) \times 10 \right] \div \left[\left(\frac{2}{2} \times \frac{1}{10} \right)^2 \times 3.14 \right]$$

$$= 150 \div \frac{3.14}{100} = \frac{1\,500\,000}{314}$$

池内水深占100米的几分之几？

$$\left(2.8 \times \frac{3}{4} - 0.216 \right) \div 100$$

$$= 1.884 \div 100 = \frac{1\,884}{100\,000}$$

抽完池内水需要几小时？

$$\frac{1\,500\,000}{314} \times \frac{1\,884}{100\,000} = 90 \text{ (分钟)} = 1.5 \text{ (小时)}.$$

【分析 3】 根据“池内水的体积等于抽水机抽出水的体积”列方程。

【解法 3】 设抽完这池水需要 x 小时。

$$\begin{aligned}
 & (10 \div \frac{2}{3}) \times 10 \times (2.8 \times \frac{3}{4} - 0.216) \\
 &= 3.14 \times (\frac{2}{2} \times \frac{1}{10})^2 \times 100 \times 60x \\
 & 15 \times 10 \times 1.884 = 3.14 \times 60x \\
 & x = \frac{15 \times 10 \times 1.884}{3.14 \times 60} \\
 & x = 1.5
 \end{aligned}$$

答：略。

【评注】 从以上几种解法可以看出，对同一个题目，从多角度进行分析，可给读者创造更好的综合运用知识的机会，使其认识结构更加完善，从而提高运用知识的能力。

三、培养思维的灵活性

一题多解是锻炼和提高逻辑思维能力的重要途径之一。因此，“多解”的目的不在于判断该题有多少个解法，而在于通过“多解”拓宽解题思路，达到活跃思维、开发智力的目的。由于“多解”，可以对各种不同解法进行比较、鉴别，从中选择最佳解法，这样就把发散思维训练和集中思维训练有机地结合起来，既扩大了视野，又培养了思维的准确性、灵活性和敏捷性。

例3 生产小组加工一批零件，原计划用14天，平均每天加工1500个零件。实际每天加工的零件比原计划每天加工的多 $\frac{2}{5}$ 。实际用了多少天就完成了这批加工任务？

(湖北省钟祥县)

【分析 1】 用比例解法。因为“工作效率×工作时间=工作总量”，工作总量一定，所以工作效率和工作时间成反比例。

【解法 1】 设实际用 x 天完成任务。

$$1500 \times \left(1 + \frac{2}{5}\right)x = 1500 \times 14$$

$$x = \frac{1500 \times 14}{300 \times 7}$$

$$x = 10$$

【分析 2】 用比例解法。把这批零件看作“1”，那么原计划每天完成这批零件的 $\frac{1}{14}$ ，实际每天完成这批零件的 $\frac{1}{14} \times \left(1 + \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{10}$ 。其它同分析 1。

【解法 2】 设实际用 x 天完成任务。

$$\frac{1}{14} \times \left(1 + \frac{2}{5}\right)x = \frac{1}{14} \times 14$$

$$\frac{1}{10}x = 1$$

$$x = 10$$

【分析 3】 用比例解法。把原计划工作效率看作“1”，那么实际工作效率为 $1 + \frac{2}{5}$ 。其它同分析 1。

【解法 3】 设实际用 x 天完成任务。

$$\left(1 + \frac{2}{5}\right)x = 1 \times 14$$

$$\frac{7}{5}x = 14$$

$$x = 10$$

【分析 4】 先求零件总数，再求实际每天加工零件数，用零件总数除以实际每天加工零件数，即得实际用多少天完成。

$$\text{【解法 4】} \quad 1500 \times 14 \div \left[1500 \times \left(1 + \frac{2}{5} \right) \right]$$

$$= 1500 \times 14 \div \left[1500 \times \frac{7}{5} \right]$$

$$= 1500 \times 14 \div 2100 = 10 \text{ (天)} .$$

【分析 5】 用工程应用题解法。把这批零件看作一项工程“1”，那么原计划工作效率是 $\frac{1}{14}$ ，实际工作效率是

$$\frac{1}{14} \times \left(1 + \frac{2}{5} \right) = \frac{1}{10} . \text{ 再看工程“1”里包含多少个}$$

$$\frac{1}{10}, \text{ 即实际多少天完成任务。}$$

$$\text{【解法 5】} \quad 1 \div \left[\frac{1}{14} \times \left(1 + \frac{2}{5} \right) \right]$$

$$= 1 \div \left[\frac{1}{14} \times \frac{7}{5} \right]$$

$$= 1 \div \frac{1}{10} = 10 \text{ (天)} .$$

【分析 6】 把原计划每天加工的零件数看作“1”，那么这批零件总数可理解为 $1 \times 14 = 14$ ，实际每天加工零件

数可理解为 $1 + \frac{2}{5}$ ，由此可求实际多少天完成任务。

$$\text{【解法 6】} \quad 1 \times 14 \div \left(1 + \frac{2}{5}\right)$$

$$= 1 \times 14 \div \frac{7}{5} = 10 \text{ (天)}。$$

答：实际用了10天就完成了这批加工任务。

【评注】 本题的解法还有很多，这里不再多举，读者还可另辟新路解题。比较以上几种解法不难发现，解法 1 和解法 4、解法 2 和解法 5、解法 3 和解法 6，它们的数量关系是分别相同的，只是解题方法和思考角度不同。其中解法 3 和解法 6 的思路最简捷、灵活，运算也最简便，是本题的最佳解法。

四、提高自我“检验”能力

自我“检验”就是自我验算，是指对一道题解答后，自己检查、验算一下解答得是否正确合理。有些同学虽然也注意了验算，但由于检验的方法不当，仍可能是一个错解，而“一题多解”是多角度分析，多种方法解，其答案却是相同的。因此，“一题多解”是“检验”的重要方法之一。通过“一题多解”的训练，可以拓宽同学们的解题思路，提高自己灵活运用知识、灵活转换角度解题的能力，自然也就提高了自我“检验”的能力。

如例 3 中的解法 1、解法 4 和解法 5 都是本题的常用解法，是同学们最容易想到的。如果运用这三种解法中的某一种来解题，之后转换角度，运用其它五种解法中的某一种进行再解题，若结果相同，则说明其原解法是正确的。另外，

本题还有归一解法和倍比解法等，因此还可运用这些方法进行检验。当然，如果本题采用了解法3或解法6（最佳解法）来解题，也可运用其它任何一种解法来检验。

总之，只要题目存在“多解”，无论选用了哪一种解法，都可运用其它解法通过再解题来进行“检验”。因此，能否进行“检验”的关键，是看同学们能否“一题多解”。只有具备了“一题多解”的能力，才能更好地进行“检验”。