普通高等教育应用技术型“十三五”规划系列教材

信号与系统

XINHAO YU XITONG

⊙ 主 编 薛 莲 周 茉 刘少敏

⊙ 主 审 霍泰山

華中科技大學出版社

http://www.hustp.com

普通高等教育应用技术型“十三五”规划系列教材

信号与系统

主　编　薛　莲　周　茉　刘少敏
副主编　梁莉娟　袁志伟　柯　丹
主　审　霍泰山

华中科技大学出版社
中国·武汉

内 容 简 介

全书深入浅出，强调数学概念与物理概念并重，力求实现原理、方法与应用的三结合，使读者能够比较容易地看明白、学得懂。

全书共分为 8 章，包括信号与系统、连续时间系统的时域分析、连续时间系统的频域分析、连续时间系统的 s 域分析、离散时间系统的时域分析、离散时间系统的 z 域分析、系统函数、系统的状态变量分析。每章最后介绍了与该章内容相关的 MATLAB 的内容，书中有较丰富的例题与习题。

本书叙述通俗易懂、条理清晰，可作为高等院校通信工程、电子信息工程、自动控制及计算机等专业的信号与系统课程的教材，也可供有关科技人员参考。

本书由湖北省民办高校信息学科联盟编写，华中科技大学出版社出版。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/薛莲，周茉，刘少敏主编. —武汉：华中科技大学出版社，2015.7
ISBN 978-7-5680-1128-0

Ⅰ.①信… Ⅱ.①薛… ②周… ③刘… Ⅲ.①信号系统-高等学校-教材 Ⅳ.①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 179505 号

信号与系统 薛 莲 周 茉 刘少敏 主编

策划编辑：范 莹
责任编辑：余 涛
封面设计：原色设计
责任校对：张 琳
责任监印：周治超
出版发行：华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山 邮编：430074 电话：(027)81321913
录 排：武汉楚海文化传播有限公司
印 刷：武汉鑫昶文化有限公司
开 本：787mm×1092mm 1/16
印 张：20
字 数：507 千字
版 次：2015 年 11 月第 1 版第 1 次印刷
定 价：42.80 元

华中出版

本书若有印装质量问题，请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线：400-6679-118 竭诚为您服务

前　　言

随着信息技术的不断发展和信息技术应用领域的不断扩展,“信号与系统”已经从电子信息工程类专业的专业基础课程扩展成为电子信息工程、自动控制、电子科学与技术、电气工程、计算机技术等众多电类专业的专业基础课程,甚至在很多非电类专业中也开设了这门课程。该课程的先导课程是高等数学、电路理论、复变函数与积分变换,后续课程是通信原理、数字信号处理、自动控制、数字图像处理等,是电子学科研究生入学考试的一门重要课程。

“信号与系统”是一门理论性很强的课程。为了加强学生对课程内容的理解,本教材适当增加了一些相关的实验环节,在每章最后一节安排了与该章内容相关的 MATLAB 实验,方便学生在课下或“信号与系统”的实验课中学习,让读者通过 MATLAB 仿真加深对相关知识点的印象,通过实验取得良好的学习效果。

本教材系统论述了确定性信号与线性时不变系统的基本概念、基本理论与分析方法。按照从信号分析到系统分析、从连续到离散、从时域到变换域、从输入/输出分析到状态变量分析的结构体系,内容上突出基本理论、基本概念和基本方法,强化计算技巧,简化计算过程,引入 MATLAB 作为信号与系统分析的工具,注重实例分析,增编了工程性和综合设计性的例题和习题。

全书共分 8 章,第 1 章主要介绍信号、系统的概念,概述信号与系统的分析方法;第 2 章主要介绍连续时间系统的时域分析,建立系统的零输入响应、零状态响应和全响应的概念;第 3 章主要介绍连续时间信号的频谱与傅里叶变换,建立信号频谱的概念,掌握傅里叶变换及其性质;第 4 章主要介绍连续时间系统的复频域分析,建立复频域的概念,掌握拉普拉斯变换及其性质,掌握复频域的分析方法,同时了解傅里叶变换和拉普拉斯变换之间的关系;第 5 章主要介绍离散时间系统的时域分析,建立离散时间信号和离散时间系统的概念,掌握离散时间系统的时域分析方法;第 6 章主要介绍 z 变换与离散时间系统的 z 域分析,建立 z 域的概念,掌握 z 变换及其性质,掌握离散时间系统的 z 域分析方法;第 7 章主要介绍连续时间系统的系统函数,建立系统频率特性和稳定性的概念,掌握系统频率特性的表示法和稳定性的判定方法;第 8 章主要介绍线性系统的状态变量分析,建立状态变量的概念,掌握线性系统的状态变量分析方法。

本教材由湖北省民办高校信息学科联盟编写,武汉工商学院的薛莲、湖北工业大学工程技术学院的周茉、武汉工商学院的刘少敏担任主编,武昌工学院的梁莉娟、江汉大学文理学院的袁志伟、湖北工业大学工程技术学院的柯丹担任副主编,最后由薛莲统稿。梁莉娟、薛莲编写了第 1 章,刘少敏、薛莲编写了第 2 章,周茉编写了第 3 章,薛莲编写了第 4 章,袁志伟编写了第 5 章、第 8 章,柯丹编写了第 6 章,薛莲、刘少敏编写了第 7 章。

由于不同的学校和不同的专业信号与系统课程学时数不尽一致,一般课堂讲授的学时数为 34～68 学时。因此,教师可根据实际学时数,选择不同章节来进行讲授。为了使读者能较

好地理解基本概念和分析方法，我们还精选了不少例题和习题。习题的数量较多，请酌情选用。

本教材由武汉大学霍泰山教授审阅，他对本教材的修改工作给予了许多指导和帮助；许多兄弟院校的老师也提出了许多宝贵意见，在此一并表示诚挚的谢意。

限于作者的水平，书中难免有不妥和错误之处，恳请广大读者批评指正，编者的E-mail：blsun@hbue.edu.cn。

编　者

2015 年 6 月

目　　录

第1章 信号与系统

本章介绍信号与系统的基本概念以及它们的分类方法，并讨论线性时不变系统（LTI系统）的特性，简明扼要地介绍LTI系统的描述方法和分析方法，深入地研究在LTI系统分析中占有十分重要地位的阶跃函数、冲激函数及其特性。

1.1 绪论

随着社会的不断发展，以及信息技术的不断完善及其应用领域的不断发展，“信号与系统”这门课程已经逐步地扩展开来，从以前的电子信息工程专业基础课程扩展为自动控制、电气工程、通信工程、信号和信息分析与处理、计算机技术、网络工程、生物医学工程等众多专业的专业基础课程，它的涉及面越来越广，地位也越来越重要。本节主要介绍信号与系统的基本概念和基本特性等相关知识，这是学习信号与系统的基础。

1.1.1 信号

信息时代的特征——用信息科学和计算机技术的理论和手段来解决科学、工程和经济问题。在通信系统中，消息（message）是物质或精神状态的一种反映，在不同时期具有不同的表现形式。例如，语音、文字、音乐、数据、图片或活动图像等都是消息。人们接收到消息，关心的是消息中所包含的有效内容，即信息（information）。信号（signal）则是指消息的表现形式与传送载体。

在日常生活和社会活动中，人们会经常谈到信号，如交通路口的红绿灯信号、唱歌和说话的声音信号、无线电发射台的电磁波信号等。因此，从物理概念上，信号标志着某种随时间变化而变化的信息；从数学上，信号表示一个或多个自变量的函数。在信号与系统中，我们尤其关心的是电信号。

1.1.2 系统

系统（system）是指若干相互关联、相互作用的事物按一定规律组合而成的具有特定功能的整体。如手机、电视、通信网、计算机网等都可以看成系统，它们所传送的语音、音乐、图像、文字等都可以看成信号。因此，系统是某个实体，它能将一组信号处理为另一组信号。当一个或多个激励信号作用到系统的输入端时，就会在系统的输出端产生一个或多个响应信号。如果系统只有单个输入和单个输出信号，则称为单输入单输出（SISO）系统，如图1.1-1所示。如果含有多个输入和多个输出信号，则称为多输入多输出（MIMO）系统。

图1.1-1 简单系统的框图

系统的规模可大可小，如通信系统包括发射机、接收机和计算机等，通信系统的若干子系

统组成了一个大系统。一个电容元件具有存储电荷的功能，也可以是一个小系统。

1.2 信号的分类

根据信号的性质，信号可分为：连续时间信号和离散时间信号、周期信号和非周期信号、确定信号和随机信号、能量信号和功率信号、实信号和复信号、一维信号和多维信号。

1.2.1 连续信号和离散信号

对任意一个信号，如果在定义域内，除有限个间断点外均有定义，则称此信号为连续信号。连续信号的自变量是连续可变的，而函数值在值域内可以是连续的，也可以是跳变的。图1.2-1(a)所示的斜坡信号，即是一个连续信号。

对任意一个信号，如果自变量仅在离散时间点上有定义，称为离散信号。离散信号相邻离散时间点的间隔可以是相等的，也可以是不相等的。在这些离散时间点之外，信号无定义。

图 1.2-1(b)所示的信号为一个离散信号。

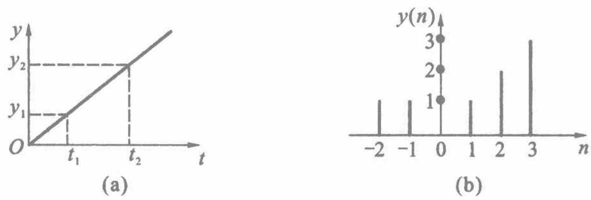

图 1.2-1 连续信号和离散信号示例

1.2.2 周期信号和非周期信号

所谓周期信号，就是依一定时间间隔周而复始，而且是无始无终的信号，它们的数学表达式满足

$$f(t)=f(t+nT) \tag{1.2-1}$$

式中：T 为信号的周期，$T=2\pi/\omega_0$，ω_0 为基频；$n=0,\pm1,\pm2,\cdots$。

离散周期信号可表示为

$$f(k)=f(k+mN) \tag{1.2-2}$$

满足以上关系式的最小 T(或 N)值称为该信号的周期。只要给出此信号在任一周期的变化过程，便可确知它在任一时刻的数值。

对于正弦序列(或余弦序列)

$$\begin{aligned} f(k) &= \sin(\beta k) = \sin(\beta k + 2m\pi k) \\ &= \sin\left[\beta\left(k + m\frac{2\pi}{\beta}\right)\right] \\ &= \sin[\beta(k+mN)] \end{aligned}$$

式中：β 称为正弦序列的数字角频率(或角频率)，单位为 rad；$m=0,\pm1,\pm2,\cdots$。

由上式可见，当$\dfrac{2\pi}{\beta}$为整数时，正弦序列的周期 $N=\dfrac{2\pi}{\beta}$；当$\dfrac{2\pi}{\beta}$为有理数时，正弦序列的周期

$N=M\dfrac{2\pi}{\beta}$，其中 M 为使$\dfrac{2\pi}{\beta}$为整数的最小整数；当$\dfrac{2\pi}{\beta}$为无理数时，该序列不具有周期性，但其样值的包络线仍为正弦函数。

非周期信号在时间上不具有周而复始的特性。若令周期信号的周期 T 趋于无穷大，则该信号成为非周期信号。

【例 1.2-1】 判断下列序列是否为周期信号，若是，确定其周期。

(1) $f(k)=\sin(\frac{3}{4}\pi k)+\cos(\frac{1}{2}\pi k)$。

(2) $f(k)=\sin(2k)$。

解　(1) $\sin(\frac{3}{4}\pi k)$和 $\cos(\frac{1}{2}\pi k)$的数字角频率分别是 $\beta_1=\frac{3}{4}\pi$，$\beta_2=0.5\pi$，由于$\frac{2\pi}{\beta_1}=\frac{8}{3}$，$\frac{2\pi}{\beta_2}=4$ 为有理数，故周期分别为 $N_1=8$，$N_2=4$，故 $f(k)$为周期序列，其周期为 N_1 和 N_2 的最小公倍数 8。

(2) $f(k)=\sin(2k)$的数字角频率为 $\beta=2$ rad，由于$\frac{2\pi}{\beta}=\pi$，为无理数，故 $f(k)=\sin(2k)$为非周期序列。

1.2.3　确定信号和随机信号

确定信号是指能用时间函数、图表表示的信号，即给定 t，可预知 $f(t)$大小的信号为确定信号，如 $f(t)=1$ 或者 $f(t)=\sin t$。

随机信号又称为不确定信号，是指无法用确定的时间函数来表达的信号。因此，随机信号是不能用确定的数学关系式来描述的，不能预测其未来任何瞬时值，任何一次观测只代表其在变动范围中可能产生的结果之一。它不是时间的确定函数，其在定义域内的任意时刻没有确定的函数值。但是其值的变动服从统计规律。图 1.2-2 所示的信号为随机信号。

图 1.2-2　随机信号

在实际生活中的例子："火车时刻表"就是一个确定信号，它用图表表示，我们由此可以知道哪趟车什么时间到。但是，"每趟车上的人数"是随机信号，因为乘坐这趟车的乘客可能多一些，乘坐那趟车的乘客可能少一些。

1.2.4　能量信号和功率信号

信号（电压或电流）在单位电阻上的能量或功率称为归一化能量或归一化功率。信号 $f(t)$ 在区间$(-\alpha,\alpha)$上归一化能量用字母 E 表示为

$$E=\lim_{\alpha\to 0}\int_{-\alpha}^{\alpha}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1.2-3}$$

归一化功率用字母 P 表示为

$$P=\lim_{\alpha\to 0}\frac{1}{2\alpha}\int_{-\alpha}^{\alpha}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1.2-4}$$

离散信号有时也需要讨论能量和功率，其归一化能量和功率表达式为式(1.2-3)和

式(1.2-4)。若信号 $f(t)$ 的能量有界(即 $1<E<+\infty$,这时 $P=0$),则称其为能量有限信号,简称能量信号。若信号 $f(t)$ 的功率有界(即 $0<P<+\infty$,这时 $E=+\infty$),则称其为功率有限信号,简称功率信号。周期信号、阶跃信号是功率信号,它们的能量为无限,只能从功率的角度去考察。非周期信号可以是功率信号(如直流信号),也可以是能量信号。

1.2.5 实信号和复信号

实信号是指函数(或序列)值均为实数的信号,如正弦、余弦信号,单边实指数信号等。

复信号是实信号的一种表示形式。复信号是指函数(或序列)值为复数的信号,最常见的是复指数信号。

1.2.6 一维信号和多维信号

信号可以看成是关于单个或多个独立变量的函数,如语音信号可以表示为声压随时间变化而变化的函数,只有一个独立的时间变量 t,这是一维信号;而一张黑白图像每个点具有不同的光强度,任一点又是二维平面坐标中的两个变量的函数,这是二维信号。实际上还可能出现更多维变量的信号,如电磁波在三维空间中传播,若同时考虑时间变量就构成四维信号。把信号看成是关于多个独立变量的函数,就是多维信号。在以后的讨论中,一般情况下只研究一维信号,且自变量为时间。

1.3 信号的基本运算

在系统分析中,常遇到信号(连续的或离散的)的某些基本运算——加、乘、平移、反转和尺度变换等。

1.3.1 加法

两个信号相加得到一个新的信号,它在任意时刻(序号)的值等于两个信号在该时刻(序号)的值之和。信号的加法运算可以通过表达式(或信号的波形)进行。设两个信号分别为 $f_1(\cdot)$、$f_2(\cdot)$,则它们相加的结果 $f(\cdot)$ 表示为式(1.3-1),波形图如图 1.3-1 所示。

$$f(\cdot)=f_1(\cdot)+f_2(\cdot) \tag{1.3-1}$$

一个信道(线缆、光缆)中通常传输若干个信号,这些信号是以叠加合成的形式传输的。例如,通过混频器,一根视频电缆可以同时传输数十个频道的电视信号。

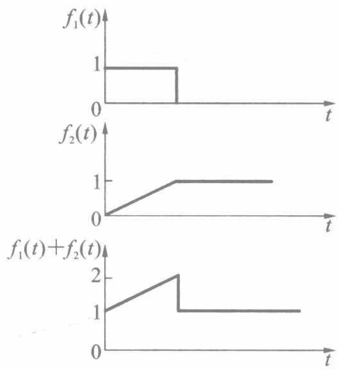

图 1.3-1 信号的加法

1.3.2 乘法

两个信号相乘得到一个新的信号,它在任意时刻(序号)的值等于两个信号在该时刻(序号)的值之积。设两个信号分别为 $f_1(\cdot)$、$f_2(\cdot)$,则它们的积信号 $f(\cdot)$ 可表示为式(1.3-2),波形图如图 1.3-2 所示。

$$f(\cdot)=f_1(\cdot)f_2(\cdot) \tag{1.3-2}$$

无线电广播和通信系统中的调制与解调，就是将两个信号作乘法处理，搬移信号频谱，实现载频无线电发射和频分复用技术的。

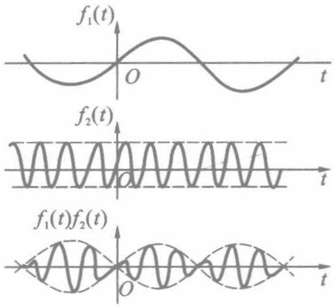

图 1.3-2　信号的乘法

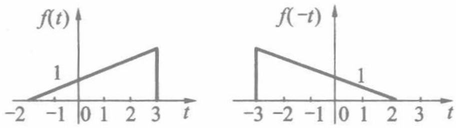

图 1.3-3　信号的翻褶

1.3.3　翻褶

信号的翻褶是指将信号 $f(t)$ 变化为 $f(-t)$，或将信号 $f(k)$ 变化为 $f(-k)$ 的运算，即将 $f(\cdot)$ 以纵轴为中心作 180°翻转，可得到反转后的波形，如图 1.3-3 所示。

设 $f(t)$ 是连续时间信号，将时间 t 替换为 $-t$，得

$$y(t)=f(-t) \tag{1.3-3}$$

信号 $y(t)$ 称为 $f(t)$ 关于 $t=0$ 的反转。注意，反转是绕纵轴（垂直轴）实现的，纵轴起中轴的作用。

1.3.4　平移

若将连续信号 $f(t)$ 的自变量 t 置换成 $(t\pm t_0)$，t_0 是正的实常数，则得到另一个信号 $f(t\pm t_0)$。这相当于把 $f(t)$ 的波形在 t 轴上整体平行移动 t_0 个单位。信号 $f(t-t_0)$ 的波形可由 $f(t)$ 的波形右移 t_0 得到；信号 $f(t+t_0)$ 的波形可由 $f(t)$ 左移 t_0 得到，波形图如 1.3-4 所示。

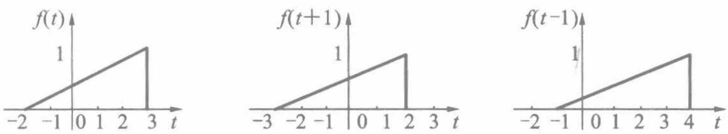

图 1.3-4　信号的位移

1.3.5　尺度变换

信号的尺度变换指的是信号在时间上的压缩和扩展。如果将信号 $f(t)$ 的自变量 t 置换成 at，a 为正实数，并且保持 t 轴的比例尺度不变，则当系数 $a>1$ 时，变换后的信号 $f(at)$ 是让 $f(t)$ 的幅值不变，但自变量从双边向原点均匀地压缩为原来的 $1/a$。

图 1.3-5 分别给出了 $a=2$ 和 $a=1/2$ 时，$f(t)$ 波形的展缩情况。

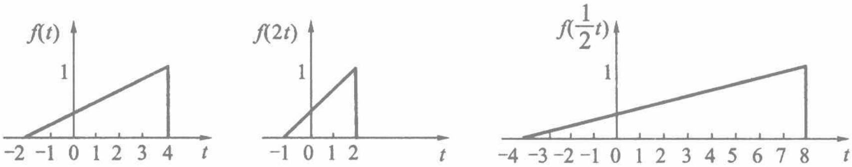

图 1.3-5 信号的尺度变换

若 $f(t)$是已录制在磁带上的声音信号，则 $f(-t)$可看作将磁带倒转播放产生的信号，而 $f(2t)$是磁带以 2 倍速度加快播放的信号，$f(\frac{t}{2})$则表示磁带放音速度降至一半的信号。

离散信号通常不作展缩运算，这是因为 $f(ak)$仅在 ak 为整数时才有定义，而当 $a>1$ 或 $a<1$，且 $a\neq\frac{1}{m}$(m 为整数)时，它常常丢失原信号 $f(k)$的部分信息。

一般来说，当已知信号 $f(t)$的波形，要求画出 $f(at+b)$的波形时，需要进行波形的平移、反转($a<0$)和尺度变换。此时，波形变换的顺序并无统一的规定，无论采用何种变换顺序，均可以得到相同的结果。

【例 1.3-1】 已知 $f(t)$信号的波形如图 1.3-6 所示，画出 $f(6-t)$的波形。

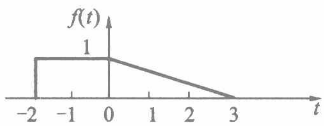

图 1.3-6 例 1.3-1 图

解 方法一：先平移(左移)，后反转。

$f(t)\to f(t+6)\to f(6-t)$，波形变换如图 1.3-7 所示。

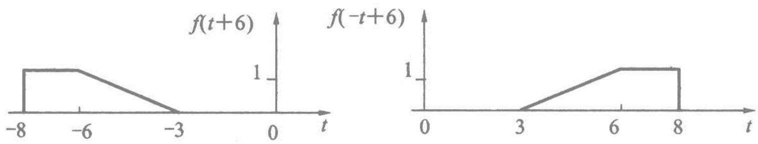

图 1.3-7 先平移，后反转的图形

方法二：先反转，后平移(右移)。

$f(t)\to f(-t)\to f[-(t-6)]=f(6-t)$，波形变换如图 1.3-8 所示。

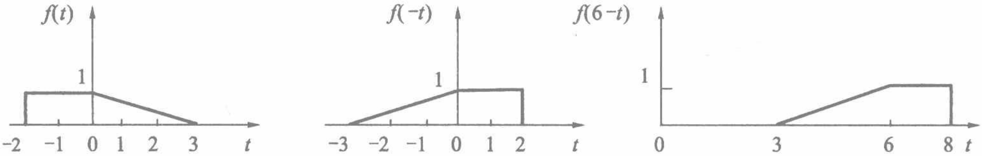

图 1.3-8 先反转，后平移的图形

【例 1.3-2】 已知信号 $f(t)$的波形如图 1.3-6 所示，画出 $f(6-2t)$的波形。

解 先反转，后尺度变换，再平移。

$f(t)\to f(-t)\to f(-2t)\to f[-2(t-3)]=f(6-2t)$，波形变换如图 1.3-9 所示。

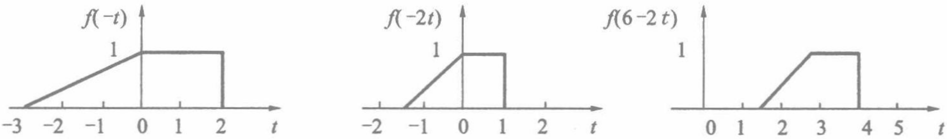

图 1.3-9 例 1.3-2 图

【例 1.3-3】 已知信号 $f(2t+2)$的波形如图 1.3-10 所示，画出 $f(4-2t)$的波形。

解 先求出 $f(t)$，再求出 $f(4-2t)$

步骤一：求 $f(t)$，先平移(右移)，后尺度变换，再反转。

$f(2t+2)=f[2(t+1)]\rightarrow f(2t)\rightarrow f(t)$，波形变换如图 1.3-11 所示。

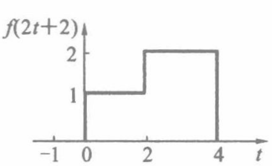

图 1.3-10 例 1.3-3 图

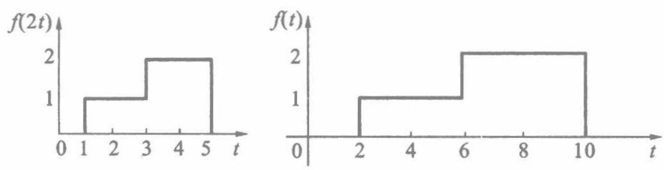

图 1.3-11 例 1.3-3 中 $f(t)$的图

步骤二：求出 $f(4-2t)$，先反转，后尺度变换，再平移。

$f(t)=f(-t)\rightarrow f(-2t)\rightarrow f[-2(t-2)]=f(4-2t)$，波形变换如图 1.3-12 所示。

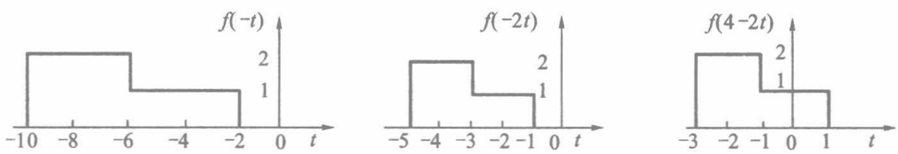

图 1.3-12 例 1.3-3 中 $f(4-2t)$的图

1.3.6 微分和积分

微分和积分是实际系统分析中常采用的信号处理运算。

信号的微分是指信号对时间的导数。设 $f(t)$是连续时间信号，则 $f(t)$对时间 t 的导数为

$$y(t)=f'(t)=f^{(1)}(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t) \tag{1.3-4}$$

信号的积分是指信号在区间$(-\infty,t)$上的积分，即为

$$y(t)=f^{(-1)}(t)=\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1.3-5}$$

信号 $f(t)$的积分运算 $f^{(-1)}(t)=\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau$ 在 t 时刻的值等于从 $-\infty$ 到 t 区间内 $f(t)$与时间轴所包围的面积。

【例 1.3-4】 图 1.3-13(a)给出了 $f(t)$信号的波形图，画出 $f(t)$的微分波形图。

解 信号的表达式为

$$f(t)=\begin{cases}t+2, & -2\leqslant t\leqslant 0\\ 2, & 0\leqslant t\leqslant 1\\ -2t+4, & 1\leqslant t\leqslant 2\end{cases}$$

经微分运算的表达式为

$$f'(t)=\begin{cases}1, & -2<t<0\\ 0, & 0<t<1\\ -2, & 1<t<2\end{cases}$$

微分波形图如图 1.3-13(b)所示。

信号的微分表示信号随时间变化的变化率，此题中的 $f(t)$ 为连续函数，没有跳变点，信号的微分即每段直线的斜率。

【例 1.3-5】 图 1.3-13(a)所示的是 $f(t)$ 信号的波形图，画出 $f(t)$ 的积分波形图。

解 信号表达式为

$$f(t)=\begin{cases}t+2, & -2\leqslant t\leqslant 0\\ 2, & 0\leqslant t\leqslant 1\\ -2t+4, & 1\leqslant t\leqslant 2\end{cases}$$

对信号进行积分运算

当 $-2\leqslant t\leqslant 0$ 时， $f^{(-1)}(t)=\int_{-2}^{t}(\tau+2)\mathrm{d}\tau=\frac{1}{2}t^2+2t+2$；

当 $0\leqslant t\leqslant 1$ 时， $f^{(-1)}(t)=\int_{-2}^{0}(\tau+2)\mathrm{d}\tau+\int_{0}^{\tau}2\mathrm{d}\tau=2t+2$；

当 $1\leqslant t\leqslant 2$ 时， $f^{(-1)}(t)=\int_{-2}^{0}(\tau+2)\mathrm{d}\tau+\int_{0}^{1}2\mathrm{d}\tau+\int_{1}^{\tau}(-2\tau+4)\mathrm{d}\tau=-t^2+4t+1$；

当 $t>2$ 时， $f^{(-1)}(t)=\int_{-2}^{0}(\tau+2)\mathrm{d}\tau+\int_{0}^{1}2\mathrm{d}\tau+\int_{1}^{2}(-2\tau+4)\mathrm{d}\tau=5$。

所以有

$$f^{(-1)}(t)=\begin{cases}\frac{1}{2}t^2+2t+2, & -2\leqslant t\leqslant 0\\ 2t+2, & 0\leqslant t\leqslant 1\\ -t^2+4t+1, & 1\leqslant t\leqslant 2\\ 5, & t\geqslant 2\end{cases}$$

积分波形图如图 1.3-13(c)所示。

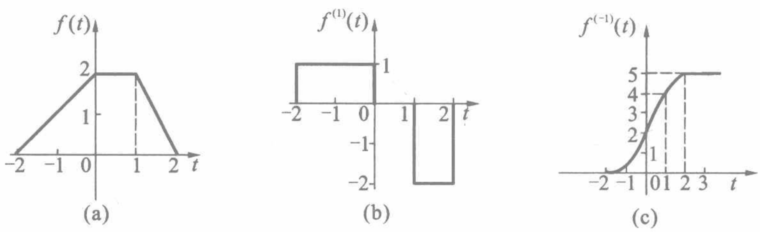

图 1.3-13 例 1.3-5 图

信号 $f(t)$ 的积分运算 $\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau$ 在 t 时刻的值等于从 $-\infty$ 到 t 区间内 $f(t)$ 与时间轴所包围的面积，则 $f^{(-1)}(t)$ 在 $t=0$ 时刻的值为左边近三角形的面积 2，在 $t=1$ 时刻的值为面积加上矩形面积为 4，在 $t=2$ 时刻的值为近三角形的面积加上近梯形的面积为 5，可直接得到本题的

图形，再写出表达式的值。

1.4　典型信号

1.4.1　典型连续时间信号

一、指数信号

实指数信号可以表示为

$$f(t)=Ae^{at}$$

式中：常数 A 和 a 是实数。

系数 A 是 $t=0$ 时指数信号的初始值，在 A 为正实数时，若 $a>0$，则指数信号幅度随时间增长而增强；若 $a<0$，指数信号幅度随时间增长而衰减。在 $a=0$ 的特殊情况下，信号不随时间变化而变化，称为直流信号。指数信号的波形图如图 1.4-1(a)所示。

在实际中遇到较多的是单边指数衰减信号，如图 1.4-1(b)所示，其数学表达式为

$$f(t)=\begin{cases}Ae^{-at}, & t\geqslant 0, a>0\\ 0, & t<0\end{cases} \tag{1.4-1}$$

指数信号的一个重要性质为指数形式。

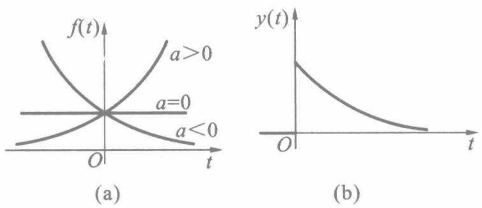

图 1.4-1　指数信号和单边指数衰减信号
(a)指数信号；(b)单边指数衰减信号

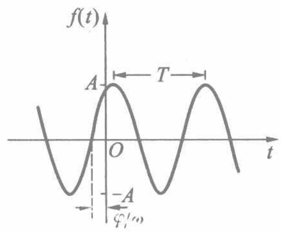

图 1.4-2　正弦函数

二、正弦信号

正弦信号和余弦信号二者正交，仅相位上有相差，经常统称为正弦函数，一般写为

$$f(t)=A\cos(\omega t+\varphi) \tag{1.4-2}$$

式中：A 为振幅；φ 为初相角；ω 为角频率。

正弦信号为周期信号，其周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}$。波形图如图 1.4-2 所示。

三、复指数信号

当指数信号的指数因子为复数时，则称为复指数信号，其表达式为

$$f(t)=Ae^{st}$$

式中：$s=\sigma+j\omega$，σ 为复数 s 的实部，ω 为复数的虚部。

因此，
$$e^{st}=e^{(\sigma+j\omega)t}=e^{\sigma t}e^{j\omega t}=e^{\sigma t}[\cos(\omega t)+j\sin(\omega t)] \tag{1.4-3}$$

这里，频率变量 $j\omega$ 被推广到复变量 $s=\sigma+j\omega$，为此将变量 s 称为复频率。式(1.4-3)中一个复指数信号可分解为实部、虚部两部分。实部、虚部分别为振幅按指数规律变化的正弦信

号。若 $\sigma<0$，则复指数信号的实部、虚部为衰减正弦信号；若 $\sigma>0$，则复指数信号的实部、虚部为增幅正弦信号；若 $\sigma=0$，则为虚指数信号 $e^{j\omega t}$；若 $\omega=0$，则复指数信号称为一般的实指数信号；若 $\sigma=0,\omega=0$，则复指数信号的实部、虚部均与时间无关，成为直流信号。

由上述分析可知，函数 e^{st} 包含了一大类函数：常数 $A=Ae^{0t}(\sigma=0,\omega=0)$，如图 1.4-1(a) 所示；单调实指数函数 $e^{\sigma t}(\omega=0,s=\sigma)$；余弦函数 $\cos(\omega t)(\sigma=0,s=\pm j\omega)$，如图 1.4-2 所示；指数变化的余弦函数 $e^{\sigma t}\cos(\omega t)(s=\sigma\pm j\omega)$，如图 1.4-3(a)、(b)所示。

(a) (b)

图 1.4-3 复指数信号

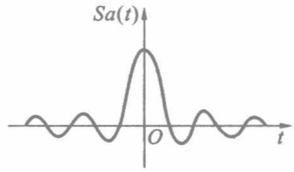

图 1.4-4 抽样信号

四、抽样信号

抽样信号也称取样函数，用字符 $Sa(t)$ 表示，定义为

$$Sa(t)=\frac{\sin t}{t} \tag{1.4-4}$$

波形如图 1.4-4 所示。

抽样函数信号具有如下性质：

(1)是实变量 t 的偶函数，$f(t)=f(-t)$。

(2) $\lim\limits_{t\to 0}f(t)=f(0)=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\sin t}{t}=1$。

(3)当 $t=\pm\pi,\pm 2\pi,\pm 3\pi,\cdots$，即 $t=\pm k\pi(k=\pm 1,\pm 2,\cdots)$时，$Sa(t)$函数值为零。

(4) $\int_{-\infty}^{+\infty}Sa(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{\sin t}{t}\mathrm{d}t=\pi$，$\int_{0}^{+\infty}Sa(t)\mathrm{d}t=\dfrac{\pi}{2}$。

(5) $\lim\limits_{t\to\pm\infty}f(t)=0$，在 t 的正、负两方向振幅都逐渐衰减。

五、单位阶跃信号

单位阶跃信号通常用符号 $u(t)$ 表示，定义为

$$u(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases} \tag{1.4-5}$$

其波形如图 1.4-5 所示，单位阶跃信号 $u(t)$ 在 $t=0$ 处存在间断点，在此点 $u(t)$ 没有定义。

单位阶跃信号也可以延时任意时刻 t_0，以符号 $u(t-t_0)$ 表示，其波形如图 1.4-6 所示，对应表达式为

$$u(t-t_0)=\begin{cases}1, & t>t_0\\ 0, & t<t_0\end{cases} \tag{1.4-6}$$

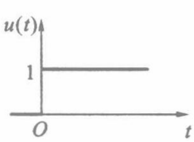

图 1.4-5 单位阶跃信号

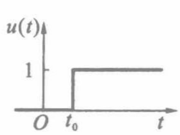

图 1.4-6 有延时的单位阶跃信号