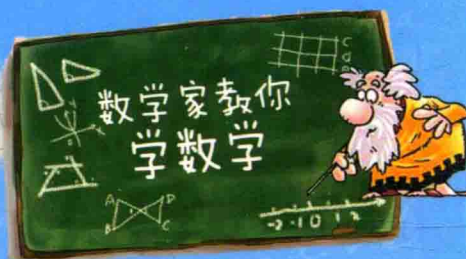




听故事·做游戏·解趣题
数学就得这样学!



负数和正数 是对头?

初中版

汉克尔教你学整数

【韩】朴弦贞 著 吴荣华 译



韩国教育部优秀图书 ☆ 韩国教员团体总联合会优秀图书
韩国畅销 6000000 册

这套书囊括了教材中 200 个知识点，把原本抽象难懂的数学原理变得具体而生动，
是学生提高数学成绩的法宝。

——韩国教员团体总联合会

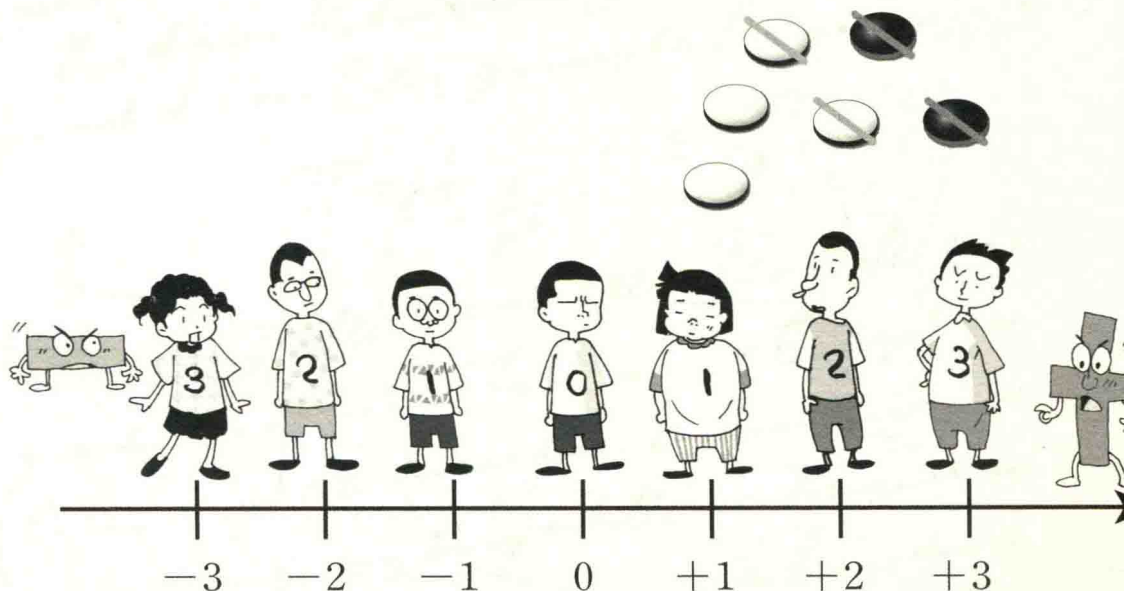


负数和正数 是对头?

初中版

汉克尔教你学整数

【韩】朴弦贞 著 吴荣华 译



수학자가 들려주는 수학 이야기

Copyright © 2010 by JAEUM & MOEUM CO., LTD.

Simplified Chinese translation copyright © 2015 by Huangshan Publishing House.

This translation was published by arrangement with Jaum & Moeum Publishing Co., through Shanghai

All One Culture Diffusion Co., Ltd.

All rights reserved.

图书在版编目 (CIP) 数据

负数和正数是对头? ——汉克尔教你学整数 / 【韩】朴弦贞著; 吴荣华译. — 合肥: 黄山书社, 2015. 7

(数学家教你学数学: 初中版)

ISBN 978-7-5461-5082-6

I. ①负… II. ①朴… ②吴… III. ①数学—青少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 175496 号

版权合同登记号 图字: 12151528

FUSHU HE ZHENGSHU SHI DUITOU?—HANKER JIAO NI XUE ZHENGSHU

负数和正数是对头? ——汉克尔教你学整数

【韩】朴弦贞 著 吴荣华 译

出品人 任耕耘

总策划 任耕耘 杨雯

执行策划 司雯

责任编辑 诚景

特约编辑 刘羊 司雯 李晓阳

装帧设计 齐娜

出版发行 时代出版传媒股份有限公司 (<http://www.press-mart.com>)

黄山书社 (<http://www.hspress.cn>)

地址邮编 安徽省合肥市蜀山区翡翠路 1118 号出版传媒广场 7 层 230071

印刷 合肥精艺印刷有限公司

版次 2015 年 8 月第 1 版

印次 2015 年 8 月第 1 次印刷

开本 710mm×1000mm 1/16

字数 70 千

印张 6.5

书号 ISBN 978-7-5461-5082-6

定价 24.00 元

服务热线 0551-63533706

销售热线 0551-63533761

官方直营书店 (<http://hssbook.taobao.com>)

版权所有 侵权必究

凡本社图书出现印装质量问题,
请与印制科联系。

联系电话 0551-63533725



推荐语

让我们站在数学巨人的肩膀上，
以更远的目光、更广的视野去观察数学世界吧！

数学教科书往往以“结果”来揭示数学，很难使学生了解数学不断进化的过程。事实上，数学的历史是围绕着一个课题，由众多数学家刻苦研究从而揭示一个个规律性原理的演绎推理过程。

《数学家教你学数学》是古今中外的数学家以他们那亲切的声音直接给我们讲述各种数学原理的产生过程，有助于学生以“现在进行时”来理解数学，而不是以“过去完成时”来理解。

学生对数学产生畏难情绪的主要原因之一是数学较强的“抽象思维”。数学的这一特性恰恰与学生喜欢的“具体思维”相悖。要想缩短“抽象思维”和“具体思维”之间的差距，方法只有一个，那就是在尽量回避数学抽象推理的同时，尽可能地增加对数学概念和原理的具体说明。而《数学家教你学数学》正是生动再现数学教科书的内容，力争使数学“变脸”，将原来抽象的数学改头换面成为具体的数学。此外，书中引用的大量名人逸事和数学家的趣闻，使学生感到枯燥无味的数学很容易变成妙趣横生、回味无穷的数字

游戏。

从结构上看,《数学家教你学数学》首先简要介绍数学家的业绩,然后通过数学家的讲解揭示数学的内在世界和外在世界,从列举的大量例子中说明数学概念和原理,最后再通过一个小结来归纳每节课讲的内容。本丛书的这种结构可以使读者从整体上了解每个数学概念和原理。

《数学家教你学数学》紧扣中学数学教程,尽可能包含中学数学所涉及的全部内容。比如《莱布尼茨教你学记数法》讲述的是数字形成的背景、原始进制法到数位进制法的发展过程、0的出现、莱布尼茨二进制法等方面的故事,如实反映了中学一年级进制法的内容。可见这套《数学家教你学数学》丛书能够起到帮助学生消化和吸收学校数学课程的作用。

伟大的科学家牛顿留下了一句绝世名言:“If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants. (如果说我比别人看得更远些,那是因为我站在了巨人的肩膀上)”没错,如果我们也站在这些数学巨人的肩膀上放眼远眺,就可以用更长远、更开阔的视野去了解数学世界。希望这套丛书能使我们的读者们都有机会站在数学巨人的肩膀上,把数学世界看得更清楚。

弘益大学数学教育系教授、《数学协奏曲》作者 朴京美



用数学眼光看穿世上的真理， 让我们亲身体会真理之伟大的“整数”的故事

我们的思维往往局限于眼睛能够看到的可视世界。因此遇到一个难以理解的概念，我们总是习惯性地寻找日常生活中与之相关的例子。

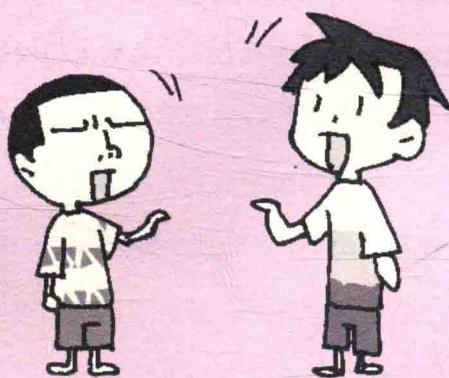
从小学升入中学的时候，老师们最喜欢强调的问题是抽象性与一般性。数学最重要的核心就是概念，这个是以我们周边确实存在的事物为对象进行一系列抽象化的东西。

我们学习的自然数是从直观角度提出的概念。也就是说，自然数是可以直观思维来理解的。可如果将自然数扩展到整数，便会出现一个神秘的概念——负数，而仅仅从直观角度上解释这个概念却会受到很大的局限。尽管数学老师用数轴等直观图形解释负数，可孩子们仍然很容易走入理解上的误区。当然也可以依据物理现象来解释负数概念，可在负数的运算方式上仍旧受到一定的限制。

本书的最终目的是改正同学们对整数及其运算的错误理解，树立一个全方位的、准确的整数概念。

欢迎同学们与我一起踏上数学探险之旅，也希望在这次数学探险的旅途上体验数学的又一种乐趣。

朴弦贞





课 程 导 航

1

这本书的不同之处

《负数和正数是对头？——汉克尔教你学整数》通过现实生活中的实例和数学历史故事来介绍整数的概念、意义及其运算等方面的内容。

在这本书里，著名数学家赫尔曼·汉克尔亲临我们身边，以理论和实践相结合的讲课方式，通过对我们身边的客观对象和客观现象的观察，使我们从直观角度出发，真正理解负数的概念。听完汉克尔老师的课，我们会弄懂身边的许多事物以及这些事物与负数的关系，同时也会弄清形式上的展开对数学概念解释的必要性。

2

这本书的几个亮点

1. 到目前为止，可能有不少同学还没有弄清楚负数和负数相乘变成正数的道理。本书有助于同学们直观理解这一道理。

2. 帮助中学生加深对已经学过的有关负数内容的理解。更重要的是，让大家进一步理解负数概念，及其与发生在我们身边的各种现象之间的关系。

3. 对初中生来说，这本书是了解数的发展历史的很好的机会，同时还可以温习负数四则运算，进一步巩固已经学过的相关知识。

第一课 正数与负数的概念

通过现实生活中的各种现象了解负数的历史和概念。

- **提前预习：**自然数的概念及其运算。
- **学习方法：**通过回顾历史了解负数的含义，观察负数与身边发生的各种现象和对象之间的关系。了解负数的产生过程以及掌握负数的必要性。

第二课 绝对值与数的大小关系

利用数轴详细了解绝对值的概念和判断整数大小关系的方法。

- **提前预习：**了解整数及比较大小的方法。
- **学习方法：**结合书中的内容，认真思考汉克尔老师提出的问题，将答案详细地写在自己的笔记本上。

第三课 整数的加法与减法

学习整数的加减法概念及运算规则。

- **提前预习：**自然数的概念及其加减法。
- **学习方法：**从逻辑思维的角度理解运算过程。

第四课 数学法则与负数的乘法

在理解等式性质的基础上归纳负数概念，学习负数的乘法。

- 提前预习：理解乘法概念。

- 学习方法：理解丢番图说明的负数概念，把握汉克尔提示的数的乘法规则，弄清乘法原理。

第五课 负数的本质及其除法

从形式上归纳负数的概念，学习负数的除法。

- 提前预习：理解除法的意义。

- 学习方法：正数可以结合直观的方向、天气等自然现象来理解，可负数却不能用直观方法去理解。了解形式上理解负数的必要性，熟悉负数的除法。

第六课 整数的混合运算

理解混合运算中的括号与乘方的意义，熟悉混合运算的原理。

- 提前预习：乘方的概念及带括号的混合运算的计算方法。

- 学习方法：与汉克尔一起学习有括号和乘方的混合运算法。



数学家简介

赫尔曼·汉克尔 (Hermann Hankel, 1839~1873)

我是发现负数的数学家赫尔曼·汉克尔，大家请叫我汉克尔。

在数学发展史上，负数的出现曾一度引起混乱。

我没有把负数认定为实际上存在的对象，

而是把它看成具有形式结构的概念。

也就是说，负数与能用正数概念说明的自然数不同，

是一种只能在形式上说明的数学概念。

我是在说明方程式解的时候用到了负数。



大家好，我叫汉克尔！

有一天，我接到了我的一个学生的来信。信的内容如下：

“到目前为止，我所学过的数或者我已经掌握的数是1，2，3，4…99，100，或者是 $\frac{1}{100}$ 、 $\frac{1}{2}$ 等。当然，我所学过的数比这还要长得多，数都数不过来。可前些日子我忽然想起了老师曾经教过的加法和减法。加法很好理解，不管加上什么数，结果都是可以想象得到的自然数，可减法就有点奇怪了。当然，像6减4等于2的道理，我完全能够理解，因为结果2仍旧是我能够想象得到的自然数。可是遇到4减6的情况时怎么办呢？老师，一个数怎么减去比它大的数呢？还有一个问题，当 $x+6=0$ 的时候， x 应该是什么数呢？恳请老师给我

一个明确的答复。”

那个学生在信中提出的问题是至今尚未接触过的另一个世界的数。可以说那个学生问我的数就是“负数”。

这次我们要学习的内容，对同学们来说都是些比较难以理解的内容。很多人认为负数也像正数那样，可用实际存在的实物的大小概念来解释，可事实上这是错误的想法。负数是不可能用量的单位来表示的。负数是一种只有在两个不同量的比较中才能得到的数。事实上，负数并不是比“没有”更小的数。世上的万物没有一个比“没有”更小。更让我们感到棘手的是，负数的加减法运算不能像正数运算那样，可以用实例加以说明。

看这个计算式： $3 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) = -9$ 。要用实例来说明这个计算式，我们只好说成是，如果每次欠债3元，那么欠三次以后，总欠款额就是9元。可我们无法用眼睛确认 $3 \times (-3)$ 的存在。要说计算式 $(-3) \times (-4) = 12$ 则更不好解释，甚至觉得是个十分神秘的情况。这些计算式之所以给人以神秘的感觉，正是因为负数的计算与我们所学过的那些数的运算不同，我们无法对它进行直观的说明。

事实上，数学正是从形式上了解数与数的关系的科学。可是再伟大的数学家也总想从现实的角度去把握和理解数学，即总想用看得见、摸得着的实物或现象来解释数学。

在古希腊数学里，负数被排挤在有意义的数学对象之外。因为当时的人们对数的概念只限定于能够数得出来的物理对象之上。也就是说，在现实中，他们既无法找到能够说明负数的什么对象，也无法找到能够满足负数的代数性质的什么对象。

事实上，这个世界根本不存在负数，即使现今广为利用的算盘、数轴等算术工具也无法表示负数。解决这一负数难题的正是19世纪的德国数学家汉克尔。

现在我来介绍一下即将给大家讲授整数原理的数学家赫尔曼·汉克尔。有请汉克尔老师！

“同学们好，很高兴有这么一个机会能够跟同学们一起学习整数。我是生活在19世纪的德国数学家汉克尔。

“一提到‘数’，我们很容易就联想到用数字表示的各种物体的长度、重量、大小等。

“直到19世纪初，数的概念还离不开个数、长度、面积等数量的范畴。就和坐在前排的这位同学现在想的一样。呵呵。

“看得见、摸得着的现象或事物理解起来比较容易，看不见、摸不着的东西理解起来就非常难，因此更难以相信那些东西的客观存在。负数也一样，无法用眼睛看到，正因为如此，负数进入数的范畴时经历了痛苦的过程。

“即使我说明负数及其运算法，可因为那是不能用眼睛确认的

数，所以人们都不相信我的理论。尽管人们都不相信我，可我还是要给大家详细地讲解这个负数的概念。在讲负数之前，我想先给大家讲讲历史故事和数学家的故事。

“早在公元3世纪末，古希腊数学家丢番图（Dilohantus，约246~约330）就认为 $x+6=0$ 的答案 x 为-6是‘不可能的事情’。凡是含有未知数 x 的等式，都有有关正数和负数符号的规则，可他就是不肯认定负数答案。

“在数学发展史上，众多的数学家为解决含有 x 的等式付出了极大的努力。他们的努力在算术书中的负数上就有体现。发明小数的16世纪荷兰数学家斯蒂文和17世纪法国大数学家费马的书里也出现了负数计算。可在那些书里他们只是把负数计算当作求出正数根的中间过程来使用。

“数学家们并没有反对将点、线等抽象的概念引入到数学范畴里来，可他们就是不能接受用形式上想象的、近似于虚构的负数。

“直到19世纪，负数才以数学概念的身份加入到了数学范畴里。也就是说，直到19世纪人们才把负数看成是一种数。我对数学发展的贡献也就在这里。当时我将负数看成是与正数的表现形式无关、存在于公理性的数学结构范畴里的一种数。

“回顾数学发展史，负数是为解答方程而诞生的。由于一次方程的根存在于所有的范围中，因此需要有一个新的数来表示一次方

程的根。也正因为如此，人们对负数只是在形式结构上做了说明。

“刚才我们简单提及了负数的诞生及其背景。怎么样，觉得不太好理解对不对？好，从今天开始大家跟着我一步一步地走上整数的探险旅程吧！”

