



“2110工程”三期重点建设教材

卡尔曼滤波 及其军事应用

张园 沈鹤鸣 主编

KAERMAN LUBO
JIQI JUNSHI YINGYONG



国防工业出版社

National Defense Industry Press

内容简介

卡尔曼滤波及其军事应用

张 园 沈鹤鸣 主编

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书主要介绍了估计理论及其在单机动目标跟踪中的应用。在估计理论中,重点介绍了现代估计理论(卡尔曼滤波),也兼顾了经典估计理论(最小二乘估计、线性最小方差估计和最小方差估计)和非线性滤波方法(非线性系统线性化方法、Unscented 卡尔曼滤波和粒子滤波)。本书力求从工程应用的角度来阐述基本理论,尽量避免过深和抽象的数学背景,并注意知识的连贯性,力求做到由浅入深,循序渐进。

本书广泛参考了国内外研究、应用成果,融美国学者和苏联学者几种学派的理论于一体,并加进了作者多年来的教学经验、体会与科研成果,基本自成体系,既可作为本科或研究生教材,也可作为军事专业人员从事教学和科研的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

卡尔曼滤波及其军事应用/张园,沈鹤鸣主编.
—北京:国防工业出版社,2016.1
ISBN 978-7-118-10373-1

I. ①卡… II. ①张… ②沈… III. ①卡尔曼
滤波—军事应用 IV. ①E911

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 025960 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 7 字数 154 千字

2016 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 32.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

前 言

由于探测模型的不准确、探测环境的复杂多变、非合作环境下人为对抗干扰的不可预知等因素,传感器的测量信号不可避免地被测量噪声所污染。从被噪声污染的观测中提取感兴趣的量,洞察动态系统的演化规律,为进一步施加正确的决策和控制提供支撑,是估计理论永恒的主题。卡尔曼滤波就是动态系统估计理论的代表。卡尔曼滤波理论是现代控制理论的一个重要分支,其实质是一种线性状态的最优估计。所谓卡尔曼滤波器,就是一套线性、无偏、误差方差最小的递推算法。这套算法特别适合计算机作实时处理。卡尔曼滤波能适用于白噪声激励的任何平稳或非平稳随机向量的估计,在线性估计中精度最高。正是由于上述突出的优点,卡尔曼滤波在1960年由美籍匈牙利学者卡尔曼(R. E. Kalman)提出后,立即受到军事界、工程界,特别是航天航空界的高度重视,之后迅速得到了推广和应用。1964年,在“阿波罗”登月计划中,卡尔曼滤波得到了成功应用,随后又成功应用于C-5A飞机的多模式导航系统的设计中,显示了卡尔曼滤波方法强大的生命力。

随着计算机技术的发展,目前,卡尔曼滤波的应用几乎涉及生产过程中的自动控制、信息处理、通信、导航、各种指挥控制和火力控制系统、遥感、地震测量、石油勘探、经济和社会学研究等各个领域,卡尔曼滤波方法越来越成为信息获取、控制、处理、传输与融合的基本手段。

本书着重阐述离散线性系统卡尔曼滤波的基本理论和方法,兼顾近年来发展起来的有关非线性滤波的新理论和新方法。同时,还专门介绍了卡尔曼滤波在单机动目标跟踪中的应用成果,使读者能面向军事应用了解卡尔曼滤波理论,也可为卡尔曼滤波理论在其他领域中的应用提供参考和借鉴。

本书共设7章。其中,第1章为绪论,第2章为经典估计理论(最小二乘估计、线性最小方差估计和最小方差估计),第3章、第4章为现代估计理论(卡尔曼滤波)。上述内容在阐述上,注意知识的连贯性,力求做到循序渐进,由浅入深。本书力求从工程应用的角度来阐述基本理论,尽量避免过深和抽象的数学背景。第5章为卡尔曼滤波器的发散问题,主要讨论滤波发散的原因及几种常用的克服发散的方法。第6章为非线性滤波方法,除了经典的非线性系统线性化方法,还介绍了近年来发展起来的 Unscented 卡尔曼滤波和粒子滤波方法。第7章介绍卡尔曼滤波在单机动目标跟踪中的应用。

本书广泛参考了国内外研究、应用成果,融美国学者和苏联学者几种学派的理论于一体,并加进了作者多年来的教学经验、体会与科研成果,基本自成体系,既可作为本科或研

究生教材,也可作为军事专业人员从事教学和科研的参考资料。

本书由张园、沈鹤鸣主编,刘淑波、初俊博承担了文字录入工作。

由于编者学术水平、实践经验有限,本书从选材到编写不当之处在所难免,敬请读者批评指正。

编者

2015年2月6日

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 卡尔曼滤波的概念	1
1.2 最优估计的含义	2
1.3 卡尔曼滤波产生的时代背景及特色	4
1.4 卡尔曼滤波的应用	5
1.4.1 在舰载指挥控制系统中的应用	5
1.4.2 在舰船综合导航系统中的应用	6
1.4.3 在核反应堆最优控制中的应用	7
第 2 章 经典估计理论	8
2.1 最小二乘估计	8
2.1.1 基本最小二乘估计	8
2.1.2 加权最小二乘估计	12
2.1.3 递推最小二乘估计	15
2.2 线性最小方差估计	21
2.3 最小方差估计	25
习题	30
第 3 章 离散线性系统的卡尔曼滤波基本方程	33
3.1 引言	33
3.1.1 卡尔曼滤波要求的性能指标	33
3.1.2 递推估计的基本思想	34
3.2 卡尔曼滤波方法的数学模型	35
3.3 卡尔曼滤波基本方程的推导	37
3.3.1 卡尔曼滤波器的结构	37
3.3.2 最佳增益矩阵的计算	40
3.3.3 卡尔曼滤波第 (I) 类基本方程	43
3.3.4 卡尔曼滤波第 (II) 类基本方程	44
3.4 卡尔曼滤波的具体计算	45
3.4.1 第 (I) 类基本方程的计算	45

3.4.2	第(Ⅱ)类基本方程的计算	47
3.4.3	无验前估计时滤波方程的初始条件	48
3.5	卡尔曼滤波的特点与性质	50
3.5.1	卡尔曼滤波的特点	50
3.5.2	卡尔曼滤波的性质	50
3.6	$\alpha-\beta-\gamma$ 滤波器	51
	习题	52
第4章	离散线性系统卡尔曼滤波器的计算与仿真	54
4.1	简单系统举例	54
4.2	实际系统举例	57
4.2.1	简单离散系统的计算与仿真	57
4.2.2	具有控制作用的一般离散系统的计算与仿真	63
	习题	66
第5章	卡尔曼滤波器的发散问题	67
5.1	卡尔曼滤波器发散的原因	67
5.2	克服卡尔曼滤波器发散的几种工程实用方法	70
5.2.1	冻结 $K(k)$ 法	70
5.2.2	实际不发散滤波器的算法	71
5.2.3	实际不发散滤波器的新算法	72
	习题	75
第6章	非线性滤波	76
6.1	扩展卡尔曼滤波	76
6.1.1	一般情况下的卡尔曼滤波	76
6.1.2	扩展卡尔曼滤波	81
6.2	无迹卡尔曼滤波算法	83
6.2.1	无迹变换基本原理	83
6.2.2	对称采样策略	85
6.2.3	无迹卡尔曼滤波算法	86
6.3	粒子滤波算法	88
6.3.1	蒙特卡罗积分	88
6.3.2	贝叶斯重要性采样	89
6.3.3	序贯重要性采样	90
6.3.4	重要性函数的选择	91
6.3.5	粒子滤波的退化现象与重采样技术	91
6.3.6	基本粒子滤波	92

习题	93
第7章 卡尔曼滤波在单机动目标跟踪中的应用	94
7.1 典型的机动目标模型	94
7.1.1 CV 模型	94
7.1.2 CA 模型	95
7.1.3 Singer 模型	95
7.1.4 CS 模型	95
7.1.5 CT 模型	97
7.2 单机动目标跟踪算法	97
7.2.1 基于 CS 模型的卡尔曼滤波算法	97
7.2.2 S 修正无迹卡尔曼滤波(SUKF)算法	98
7.2.3 Sigma 点粒子滤波算法	98
7.2.4 仿真计算与结果分析	100
附录 正交投影	102
参考文献	104

第 1 章 绪 论

本章简要介绍卡尔曼滤波的概念、最优估计的含义、卡尔曼滤波产生的时代背景和特色以及卡尔曼滤波的应用。

1.1 卡尔曼滤波的概念

所谓滤波,就是从受到噪声污染的有限观测信号中,提取出被观测系统的参数或状态。当噪声频率与有用信号频率相差甚远且均为确定性(即二者均具有确定的频谱)的时候,技术上可用无源或有源滤波网络滤掉噪声,使有用信号无衰减地通过,而干扰噪声信号受到抑制,如低通、高通、带通及带阻滤波器,称为模拟滤波器;也可以用计算机通过算法实现,称为数字滤波器。对确定性信号的滤波处理就是大家熟知的常规滤波。但是,当噪声频率与有用信号频率一致,或噪声与有用信号皆为随机信号时,如何提取出有用信号呢?

由于随机信号没有确定的频谱,无法用常规滤波提取或抑制信号,但随机信号具有确定的功率谱,因此可根据有用信号和干扰信号的功率谱设计滤波器。维纳滤波是解决此类问题的方法之一。但设计维纳滤波器需做功率谱分解,只有当被处理的随机信号是平稳的,干扰信号与有用信号均为一维,且功率谱为有理分式时,维纳滤波器的传递函数才可用波特-香农设计法比较容易地求解出来,否则,设计维纳滤波器存在着诸多困难。

卡尔曼滤波处理的也是随机信号,并且是在时域内设计的。它是在概率和统计意义上,通过一套数学算法,借助计算机来实时确定出最符合有用信号真值的一种最优估计值。因此,卡尔曼滤波解决的是最优估计问题。卡尔曼滤波是根据与被提取信号有关的观测值去推断(或者说重构出)最符合系统状态真值的一个最优估计。因此,卡尔曼滤波本质是一种状态的最优估计,并且是线性、无偏、误差方差最小的一种最优估计。我们可以将卡尔曼滤波器理解为一套满足上述估计准则的递推算法,也可理解为一套实现递推算法的计算机软件。卡尔曼滤波将被估计信号看作是由白噪声激励引起的随机响应,激励与响应之间的传递结构——线性系统的状态方程是已知的,观测量与被估计的状态量之间的线性函数关系——量测方程也是已知的。另外,还必须已知表征系统干扰和测量误差的统计特性,以及系统的初始信息。因为所有信息都是时域内的量,所以卡尔曼滤波器是在时域内设计的,这就完全避免了维纳滤波器在频域内设计遇到的限制和障碍。由于状态方程可以描述多维线性系统,因此卡尔曼滤波适用于多维情况。综上所述,卡尔曼滤波器的适用范围远比维纳滤波器广泛。1960年美籍匈牙利学者卡尔曼(R. E. Kalman)首先提出了这一方法,之后,这一算法迅速得到推广和应用。1964年成功应用于“阿波罗”登月航天计划,显示了这种方法强大的生命力。

所以确切地说,卡尔曼滤波理论应称为最优估计理论,此处所称的滤波与常规滤波具

有完全不同的概念和含意。卡尔曼滤波的基本思路如图 1.1 所示。

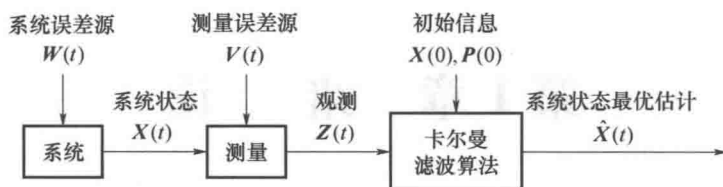


图 1.1 卡尔曼滤波的基本思路框图

就实现形式而言,卡尔曼滤波器是一套由数字计算机实现的递推算法,每个递推周期中包含对被估计量的时间更新和量测更新两个过程。量测量可看作卡尔曼滤波器的输入,估计量则可看作输出。输入与输出之间由时间更新和量测更新算法联系,这与数字信号处理的概念类似,所以也可将卡尔曼滤波理解为广义数字信号处理。

卡尔曼滤波器的设计,必须涉及动态系统的正确描述——状态方程和量测方程的建立及其特点等“线性系统理论”的知识,还要涉及系统干扰和测量误差及初始信息等统计模型、统计特性的正确表述等“概率论与数理统计”的知识,算法的实现则需涉及软件编程知识。因此,卡尔曼理论是一门综合性很强的现代技术。

1.2 最优估计的含义

在工程系统的随机控制和信息处理问题中,通常所得到的观测信号中不仅包含所需信号,而且还包含随机观测噪声和干扰信号。通过对一系列带有观测噪声和干扰信号的实际观测数据的处理,可从中得到所需要的各种参量的估计值,称为估计问题。在工程实践中,经常遇到的估计问题有两类:参数估计和状态估计。

一般估计问题都是由估计验前信息、估计约束条件和估计准则三部分构成。

(1) X 为 n 维未知状态或参数, \hat{X} 为其估计值;

(2) Z 为与 X 有关的 m 维观测向量,它与 X 的关系可表示为

$$Z = f(X, V) \quad (1.1)$$

(3) V 为 m 维观测噪声,其统计规律部分或全部已知。

则一般地,估计问题可描述为:给定观测向量 Z 和观测噪声向量 V 的全部或部分统计规律,根据选定的准则和约束条件,确定一个函数 $H(Z)$,使其成为在选定准则下 X 的最优估计,即

$$\hat{X} = H(Z) \quad (1.2)$$

为了衡量估计的好坏,必须要有一个估计准则。在应用中,总希望估计出来的参数或状态越接近实际值越好,即得到状态或参数的最优估计。很显然,估计准则可能是各式各样的,这样,最优估计就不是唯一的,它随着准则不同而不同。因此,在估计时,要恰当选择衡量估计好坏的准则。

如前所述,估计准则以某种方式度量了估计的精确性,它体现了估计是否最优的含意。准则应该用函数来表达,估计中称这个函数为指标函数或损失函数。一般来说,损失函数是根据验前信息选定的,而估计式是通过损失函数的极小化或极大化导出的。不同

的损失函数,导致不同的估计方法。原则上,任何具有一定性质的函数都可用作损失函数。然而,从估计理论的应用实践看,可行的损失函数只有少数几种。损失函数应具备以下两个条件:①应尽可能反映出估计的效果;②应该是一个用现有方法可以计算出的量。

目前,估计中常用的三类准则是直接误差准则、误差函数矩准则和直接概率准则。

直接误差准则是指以某种形式的误差(如估计误差 $\hat{X} = X - \hat{X}$ 或对 Z 的拟合误差 $\hat{Z} = Z - \hat{Z}$, \hat{Z} 是 \hat{X} 的函数)为自变量的函数作为损失函数的准则。在这类准则中,损失函数是误差的凸函数,估计式是通过损失函数的极小化导出的,与观测噪声的统计特性无关。因此,这类准则特别适用于观测噪声统计规律未知的情况。最小二乘估计及其各种推广形式都是以误差的平方和最小作为估计准则的。

误差函数矩准则是以直接误差函数矩作为损失函数的准则。特别地,我们可以把损失函数选作估计误差 \hat{X} 的矩,以其均值为 0 和方差最小为准则。在这类准则中,要求观测噪声的有关矩是已知的,显然它比直接误差准则要求更多的信息,因此可望具有更高的精度。最小方差估计、线性最小方差估计等都是属于这类准则的估计。

直接概率准则,这类准则的损失函数是由某种形式误差的概率密度函数构成,有时也用熵函数构成。估计式由损失函数的极值条件导出。由于这类准则与概率密度有关,这就要求有关的概率密度函数存在,而且知道它的形式。另外,除少数情况外,在这类准则下,估计的导出比较困难,因此,这类准则的应用是极有限的。极大似然估计和极大验后估计就是这类准则的直接应用。

估计方法与估计准则是紧密相关的,选取不同的估计准则,就有不同的估计方法。对应于上述三类估计准则,常用的估计方法有最小二乘估计,线性最小方差估计、最小方差估计,极大似然估计及极大验后估计。

在估计问题中,常考虑如下随机线性离散系统模型:

$$X(k) = \Phi(k, k-1)X(k-1) + \Gamma(k, k-1)W(k-1) \quad \forall k \geq 0 \quad (1.3(a))$$

$$Z(k) = H(k)X(k) + V(k) \quad \forall k \geq 0 \quad (1.3(b))$$

式中: $X(k)$ 是系统的 n 维状态向量; $Z(k)$ 是系统的 m 维观测向量; $W(k-1)$ 是系统的 p 维随机干扰向量; $V(k)$ 是系统的 m 维观测噪声向量; $\Phi(k, k-1)$ 是系统的 $n \times n$ 维状态转移矩阵; $\Gamma(k, k-1)$ 是 $n \times p$ 维干扰输入矩阵; $H(k)$ 是 $m \times n$ 维观测矩阵。在以后的讨论中,省略条件 $\forall k \geq 0$ 。

根据状态向量和观测向量在时间上存在的不同对应关系,可以把估计问题分为滤波、预测和平滑,以式(1.3)所描述的随机线性离散系统为例,设 $\hat{X}(k/j)$ 表示根据 j 时刻和 j 以前时刻的观测值,对 k 时刻状态 $X(k)$ 做出的某种估计,则按照 k 和 j 的不同对应关系,分别叙述如下:

(1) 当 $k=j$ 时,对 $\hat{X}(k/j)$ 的估计称为滤波,即依据过去直至现在的观测量来估计现在的状态。相应地, $\hat{X}(k/k)$ 为 $X(k)$ 的最优滤波估计值,简记为 $\hat{X}(k)$ 。这类估计主要用于随机系统的实时控制。

(2) 当 $k > j$ 时,对 $\hat{X}(k/j)$ 的估计称为预测或外推,即依据过去直至现在的观测量来预测未来的状态,并把 $\hat{X}(k/k-1)$ 称为 $X(k)$ 的最优预测估计值。这类估计主要用于对系

统未来状态的预测和实时控制。

(3) 当 $k < j$ 时,对 $\hat{X}(k/j)$ 的估计称为平滑或内插,即依据过去直至现在的观测量去估计过去的历史状态,并称 $\hat{X}(k/k+1)$ 为 $X(k)$ 的最优平滑估计值。这类估计广泛应用于通过分析实验数据,对系统进行评估。

若把 $X(k)$ 换成 $X(t)$, $\hat{X}(k/j)$ 换成 $\hat{X}(t/t_1)$,则上述分类对于连续时间系统同样适用。换句话说,线性系统的状态估计都可分成以上三类。

在预测、滤波和平滑三类状态估计问题中,预测是滤波的基础,滤波是平滑的基础。本书主要讨论滤波问题。

1.3 卡尔曼滤波产生的时代背景及特色

卡尔曼滤波理论的创立是科学技术和社会需求发展到一定程度的必然结果。早在 1795 年,德国数学家高斯(Karl Gauss),为了观测行星运动和测量谷神星运行轨迹,总结出一种比较实用的估计方法——最小二乘法。这种方法,本质上并不要求对被估计量和测量噪声事先有任何概率上的了解,主要是靠大量的重复测量来减少测量误差的影响。这种估计方法,在许多资料中被称为“高斯估计”或“马尔可夫估计”。目前,这一估计方法仍被应用于许多领域,并被推广成许多种有用的形式(加权的、有限记忆的、衰减记忆的、递推计算的等)。火控系统是应用这一估计方法历史悠久的领域。早期指挥仪图板机构的原理,实际上就是利用最小二乘法进行曲线拟合的。1945 年,美国研究的 MK-14 火炮射击指挥仪,也使用了最小二乘法对目标位置、速度、加速度进行最优估计,直到现在,这种估计方法仍被广泛地应用于火控系统中。但传统的最小二乘法不适合实时处理,不适合非线性系统,不适合状态量的估计,不适合计算机计算,估计精度也不高。

20 世纪 40 年代,为了解决火力控制系统精确跟踪问题,维纳(N. Wiener)于 1942 年提出了“维纳滤波”理论。维纳根据有用信号和干扰信号的功率谱确定出线性滤波器的频率特性,首次将数理统计理论与线性系统的理论有机地联系在一起,形成了对随机信号做滤波、预测与平滑的最优估计理论。比维纳稍早,苏联科学家柯尔莫哥洛夫(A. N. Kolmogorov)于 1941 年也曾提出过类似理论。维纳给出了由功率谱求解维纳滤波器频率特性闭合解的一般方法,包括对功率谱的熵、下平面分解及傅里叶变换和傅里叶反变换。该方法运算繁杂,解析求解十分困难。1950 年,波特和香农给出了在功率谱为有理谱这一特殊条件下,由功率谱直接求取维纳滤波器传递函数的设计方法。这一方法简单易行,具有一定的工程价值。维纳滤波的最大缺点是适用范围极其有限,它要求被处理信号必须是平稳的随机过程,且是一维的。人们试图将维纳滤波推广到非平稳和多维的情况,都因为无法突破计算上的困难而难以推广和应用。

20 世纪 50 年代中后期,由于宇航工程的进展,军备竞赛的刺激,工业自动化的推进,向控制工程界提出了大量的实际问题:确定人造卫星的轨道;确定空间两个飞行体的相对距离和速度;自动控制运载火箭的飞行轨迹或预测来袭导弹的飞行轨迹,以实现空中拦截;高精度、实时确定飞机或舰艇的当前位置;确保原子能反应堆正常工作,安全运行;实现工业生产过程中的最优控制等。由此,提出了大量多维、非线性系统、非平稳随机过程

的状态最优估计问题。面对这些新的要求,已有的经典估计方法和维纳滤波,因为实时性差,估计精度有限,且只适合平稳随机过程和线性系统对象,无法完成面对的重任。因此,迫切需求建立新的滤波理论,采用递推计算形式,用电子数字计算机来进行快速实时处理。为此,各国众多科学家进行了广泛、深入地探索。由于采用频域设计法是造成维纳滤波器设计困难的根本原因,因此人们逐渐转向寻求在时域内直接设计最优滤波的新方法。1960年,卡尔曼首先公布这方面的研究结果,提出了线性、无偏、最小方差递推滤波方法,这就是著名的卡尔曼滤波器。

卡尔曼用系统的观点,首先把现代控制理论中的状态空间分析方法用于描述系统内部状态的运动规律,并且与经典估计方法有机结合,找到了在时域上特别适合于计算机处理的一整套递推计算方法,所以卡尔曼滤波能处理多维和非平稳的随机过程。这是卡尔曼做出的划时代的功绩。因此,卡尔曼滤波是现代控制理论的一个重要分支。

卡尔曼滤波理论是工业自动化和军备竞争迫切需要的产物,是现代控制理论、概率论数理统计和电子计算应用相结合、相交叉的结晶,是现代控制理论崭露头角的一个重要标志,它使随机状态变量的最优估计跨入一个全新的历史时期,有力地推动了军事装备现代化和工业生产过程控制综合自动化的进程。

卡尔曼滤波突出的优点,可归纳如下:

(1) 卡尔曼滤波是一套完整的递推算法,特别适合于计算机处理,占内存少,运算速度快,适合实时处理。

(2) 估计精度高。它是目前已知的估计方法中最好的一种。

(3) 适应性强。不但适合处理单输入、单输出系统,也适合多输入、多输出系统;适合平稳或非平稳的随机系统,时变过程,稍加推广,也可用来次优估计非线性系统的状态变量。

(4) 收敛速度快。3~5个滤波周期后,估计值即达到稳态,工作效率高。

(5) 在得到状态变量最优估计值的同时,也可得到估计误差的方差阵,可以作为估计精度的一种量度,便于在线监控滤波器的工作质量。

1.4 卡尔曼滤波的应用

卡尔曼滤波理论一出现,就得到了军界的高度重视,在宇航和军备领域里,应用成果层出不穷。“阿波罗”登月计划中的导航系统及稍后C-5A飞机的多模式导航系统,都是卡尔曼滤波提出后早期成功应用的实例。至今,凡是需要进行实时数据处理的场合,卡尔曼滤波一直占据主导地位。在海军舰载指控系统、各种火控系统以及综合导航系统中,应用卡尔曼滤波技术是其现代化水平的重要标志之一。

1.4.1 在舰载指挥控制系统中的应用

在指挥控制系统大屏幕显示器上,要实时显示空中、水面、水下多批来袭目标的运动状态——位置、航向、速度、加速度等数据及其运动轨迹和敌我双方态势的图像。据此,系统进行威胁判断,辅助决策,然后由指挥员下决心,把打击某些目标的任务,下达给火炮、导弹或电子战等火控系统去执行。

为确定各种目标的运动状态,我舰可以通过各种观测器材——雷达、光学仪器、声纳等,对目标进行跟踪测量;或通过数据链把我方岸基和我方其他舰船、飞机等掌握的目标观测数据,传到我舰指控中心。

但是,目标的观测值不能直接用来确定目标的运动状态。

(1) 目标运动时,受到随机干扰作用(飞机受大气湍流干扰;舰艇受风、浪、涌、流等各种因素干扰)。因此,目标的运动状态是随机的,并且可能在做机动。

(2) 我舰获得的观测数据,包含随机观测误差,精度有限,并且观测量也是随机的。

(3) 观测量不等于状态值,且两者不在同一坐标系中。如图 1.2 所示,舰载指控系统要求得到的目标状态量,是目标在直角坐标下 x 、 y 、 z 轴上的距离、速度和加速度分量,而雷达测得的观测量是球坐标下的斜距 γ 、方位角 β 和俯仰角 ε 。

(4) 观测量一般小于目标运动状态量。如前所述,雷达观测在球坐标系中进行,有 3 个观测量,而要求的状态量是在直角坐标系中,起码要有 9 个。

因此,必须根据观测量,通过卡尔曼滤波理论,来得到舰载指控系统要求的实时、高精度、多机动目标的状态最优估计值。

国外舰载指挥控制系统以美国海军“宙斯盾”舰载防空指控系统为代表,其性能达到了当今世界上最先进水平。与相控阵雷达配合,能同时对 154 个空中和水面目标进行有效地探测、识别和跟踪,并迅速将目标情况传送给决策系统,可随时通过系统以视觉方式显示出来(二次显示)。在此系统中,大型、高速、先进的卡尔曼滤波器是完成数据最优处理的核心设备。

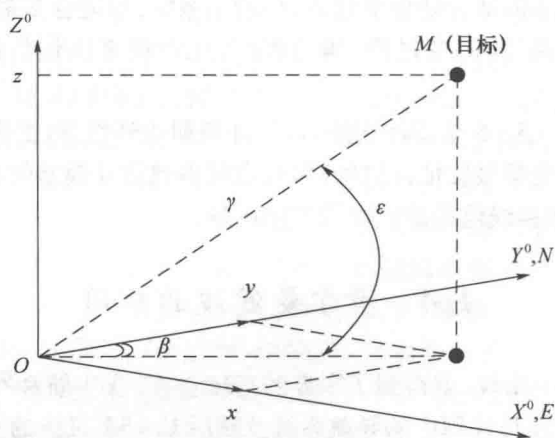


图 1.2 雷达观测目标示意图

1.4.2 在舰船综合导航系统中的应用

卡尔曼滤波是综合导航系统的核心技术。综合导航系统是以计算机为核心,把舰上各种单一导航设备(如电罗经、计程仪、劳兰-C、GPS、惯导、雷达等)的信息,输入计算机,经最优数据处理——卡尔曼滤波,得到本舰最优的导航数据——本舰位置和姿态信息(经度、纬度、航向、航速、纵倾角、横倾角及其变化率),并且,该系统也可具备一系列自动化导航、管理功能。在这样的计算机系统上,航海驾驶人员可以进行导航、避碰、自动驾

驶、战斗航海保障及训练等作业。该系统同时向指控中心提供我舰位置、姿态等重要信息,作为指控系统的一个重要组成部分。

为适应现代海战快速、精确、全天候、远距离、立体战模式的需求,无论是核潜艇还是水面舰艇,皆要求其导航系统能得到可靠的、连续的、高精度的、全天候的、最好是全球性的本舰的位置和姿态信息。但原有的导航仪器和导航手段,无法满足这些新的要求。为此,国外从20世纪60年代末开始研究综合导航系统,并于70年代开始装备部队,以后发展迅速,现已几经更新换代,国产核潜艇及新型舰船也已装备了国产的综合导航系统。

国外综合导航系统描述舰船运动规律的状态方程采用的是非线性方程。美国60~70年代产品中,采用七状态“线性化”的基本型卡尔曼滤波器。当舰艇机动时,或风、浪、涌、流较大的场合,滤波精度将大大下降。近期产品中,采用双回路(快、慢通道)卡尔曼滤波器及各种自适应、自校正卡尔曼滤波器方案,来适应舰船的各种机动状态和复杂干扰环境的需求。从1988年起,Carlson提出了联邦滤波理论,为容错综合导航系统提供设计理论。综合导航系统的发展方向是容错综合导航系统和导航专家系统,这些系统还具有故障检测、诊断、隔离和系统重构的功能,在保证滤波精度要求的同时,提高导航系统的可靠性。

国产新型舰艇上,已装备了综合导航系统。其数据最优估计手段,采用常增益 $\alpha-\beta$ 滤波器,能满足舰艇在良好海况下做匀速直线运动的典型情况需要,但与国际先进水平相比还有较大差距。

1.4.3 在核反应堆最优控制中的应用

为使核潜艇的原子能反应堆安全运行,且发出预定的功率,必须对镉棒(吸收中子的减速剂)的位置和速度进行最优控制。

反应堆中的状态变量可为:温度、温度梯度、镉棒的位置、速度等。由于状态量随机变化,观测值有随机观测误差,并且有些状态(如温度梯度、镉棒升降速度等)无法直接观测,因此需要设计一个卡尔曼滤波器,对观测值进行实时处理,得到状态向量的最优估计 $\hat{X}(k/k)$ 作为状态反馈信息,然后由最优控制原理形成最优控制策略 $U(\hat{X}(k/k))$,对镉棒的升降实现最优控制。这里的卡尔曼滤波器实质是一个随机状态观测器。

同理,人造卫星姿态的控制、巡航导弹航迹的保持等许多场合,皆存在用卡尔曼滤波进行状态最优估计的问题。

卡尔曼滤波在军事上还有许多其他重要应用,例如,用于提高通信系统抗干扰能力和保密性,用于提高GPS接收器动态定位的精度,用于导弹武器系统实验后的数据处理,用于系统辨识建模,用于系统故障诊断,用于海流、潮位和航道淤积等的预报预测等。

在工业自动化生产中,卡尔曼滤波也发挥了重要作用。例如,化工过程控制、冷轧机轧材厚度自动控制、钢锭加热均热炉中温度控制、单晶硅拉伸速度的控制等。在其他领域中,卡尔曼滤波也有广泛应用,例如,交通密度估计、河流水量估计、电站负荷预测、向量心电图的分类、统计图像处理等。可见,卡尔曼滤波是一类通用性极强的基础性高新技术。

第 2 章 经典估计理论

本章简要介绍几种经典估计方法,包括:最小二乘估计、线性最小方差估计和最小方差估计。

2.1 最小二乘估计

最小二乘估计是很老的一种估计方法。200 多年前,德国数学家高斯首先提出和使用此法来确定行星的轨道问题,它是使用最广泛的方法之一。下面考虑静态参数的估计问题,即被估计的 n 维参数向量是不随时间变化的。

为理解最小二乘估计,先看一个例子。

例 2.1 用电压表量测两次电压,结果一次是 220V,一次是 210V,试估计电压的真值。

解:取量测的平均值,即

$$\frac{220 + 210}{2} = 215(\text{V})$$

作为电压的估计值。

这个例子所用的估计方法就是最小二乘估计方法。下面进行深入讨论。

2.1.1 基本最小二乘估计

2.1.1.1 数量情况

为了估计未知数量 x ,我们对它进行了 k 次量测,量测的值为

$$z_i = h_i x + v_i \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (2.1)$$

式中: h_i 为已知系数; v_i 为第 i 次量测的误差。

设所求的估计值为 \hat{x} 。第 i 次量测误差为

$$v_i = z_i - h_i \hat{x} \quad (2.2)$$

将 k 次误差的平方和记为

$$J(\hat{x}) = \sum_{i=1}^k (z_i - h_i \hat{x})^2 \quad (2.3)$$

能使 $J(\hat{x})$ 取极小值的估计值 \hat{x} 称为未知数量 x 的最小二乘估计,记为 \hat{x}_{LS} 。使 $J(\hat{x})$ 取极小的准则,就称为最小二乘准则。根据最小二乘准则求估计值的方法就称为最小二乘法。

下面验证例 2.1 的解是最小二乘估计。因为题中 $h_i = 1$,故

$$J(\hat{x}) = (220 - \hat{x})^2 + (210 - \hat{x})^2$$

对 $J(\hat{x})$ 求导,并令其为 0,得

$$-2(220 - \hat{x}) - 2(210 - \hat{x}) = 0$$

由上式,可得

$$\hat{x} = \frac{220 + 210}{2} = 215 (\text{V})$$

显然,这是 $J(\hat{x})$ 的极小值点。

下面推导数量情况下的最小二乘估计公式。对未知数量 x 进行了 k 次观测,记

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_k \end{bmatrix}$$

则可把式(2.1)、式(2.2)、式(2.3)写成

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H} \cdot x + \mathbf{V} \quad (2.4)$$

$$J(\hat{x}) = (\mathbf{Z} - \mathbf{H}\hat{x})^T (\mathbf{Z} - \mathbf{H}\hat{x}) \quad (2.5)$$

求 $J(\hat{x})$ 的极小值,可算出

$$\frac{\partial J(\hat{x})}{\partial \hat{x}} = -2\mathbf{H}^T (\mathbf{Z} - \mathbf{H}\hat{x}) \quad (2.6)$$

令式(2.6)等于0,可得

$$\begin{aligned} -2\mathbf{H}^T (\mathbf{Z} - \mathbf{H}\hat{x}) &= 0 \\ \hat{x}_{\text{LS}} &= (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Z} \end{aligned} \quad (2.7)$$

因为

$$\mathbf{H}^T \mathbf{H} = h_1^2 + h_2^2 + \cdots + h_k^2 > 0$$

所以

$$\frac{\partial^2 J(\hat{x})}{\partial \hat{x}^2} = 2\mathbf{H}^T \mathbf{H} > 0$$

这就证明了所得到的 \hat{x} 是最小二乘估计。

例 2.2 对某一未知量 x 进行了 n 次测量,测量值分别为 z_1, z_2, \cdots, z_n ,求 x 的最小二乘估计。

解:量测方程的向量形式为

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}$$

因此

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

将已知条件代入式(2.7),可得

$$\hat{x}_{\text{LS}} = \left([1 \ 1 \ \cdots \ 1] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} [1 \ 1 \ \cdots \ 1] \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \frac{z_1 + z_2 + \cdots + z_n}{n}$$