高阶停歇机构设计原理

王洪欣 著

科学出版社

高阶停歇机构设计原理

王洪欣　著

科学出版社
北京

内 容 简 介

高阶停歇机构的设计原理是机构设计理论中的重要分支之一，本书借助于复合函数中两个基本函数在同一时刻的一阶导数同时为零，导致复合函数的一至三阶导数在对应时刻为零的规律，令平面六杆组合机构的位移函数是该复合函数，平面六杆组合机构中的两个基本机构的位移函数对应两个基本函数，则输出构件在对应位置做直到三阶的停歇。应用这一数学原理，开创了从动件在极限位置做直到三阶停歇的机构设计的几何构造方法。该方法无需迭代计算，没有理论误差，无顺序与多解的判别，停歇区间相对更大。研究了高阶停歇机构的设计公式，采用VB编程，研制了这些机构的传动特征图。

本书可作为专业方向选修课的教材，也可作为从事机械压力机设计、物料传送装置设计、针织机、纺布机、编织机和包装机设计人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

高阶停歇机构设计原理/王洪欣著. —北京：科学出版社，2015.10

ISBN 978-7-03-045883-4

I. ①高… II. ①王… III. ①机构学 ②机械设计 IV. ①TH111②TH122

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第234393号

责任编辑：惠 雪 曾佳佳／责任校对：郑金红

责任印制：徐晓晨／封面设计：许 瑞

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

北京京华虎彩印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015年10月第 一 版 开本：720×1000 B5

2015年10月第一次印刷 印张：11 1/2

字数：230 000

定价：59.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

序

机器至少包含动力部件、传动机构与执行机构，至多再包含传感器与控制系统。机器中执行机构承担着面向对象的操作，由于操作的多样性，存在各种形式的操作任务，又由于需要提高机器的可靠性，降低机器的复杂性，所以，只要是使用机构能实现的操作就不会用控制系统加以实现，为此，机构的作用就显得格外重要。在生产实践中，存在一类高阶停歇机构的设计问题，该书提出了从动件在极限位置做直到三阶停歇的机构设计的几何构造方法，无需迭代计算，没有理论误差，无顺序与多解的判别，停歇区间相对更大，更容易被学习与掌握，为该类机构的设计提出了一种全新的理论与设计方法。该书分类研究了高阶停歇机构的设计过程与传动特征，展示了这些机构在一个周期内的运动学特征，为实际选用这些机构提供图形化、直观的参考。该书是对机械原理教材内容的扩展，可望启发工程技术人员开发出性能更好的高阶停歇机构，提高机器的停歇性能。

徐桂云
中国矿业大学
2015 年 9 月

前　　言

机构从杠杆、斜面、滑轮、轮子的应用开始，逐渐发展到四个构件组成的平面四杆机构，这些机构在函数生成、轨迹再现、刚体导引问题方面可以近似地完成给定的任务，当给定的离散位置数多于设计变量时，只能采用数值方法进行精确求解。当要求机构产生的目标与任务要求的目标误差更小时，不得不采用平面六杆机构。平面六杆机构相对于平面四杆机构不仅可以更好地解决函数生成、轨迹再现与刚体导引方面的设计问题，而且可以解决近似等速比与高阶停歇机构方面的设计问题。现在，解决函数生成、轨迹再现与刚体导引方面的平面六杆机构设计问题基本都是采用数值方法，不仅求解困难，而且存在理论误差。本书作者曾经提出了近似等速比平面六杆机构设计的函数构造方法，即通过一对组合函数的一阶导数在给定的位置为要求的等速比，令该对组合函数的二、三阶导数在给定的位置为零，建立起机构的尺寸设计关系，这一关系为可直接求解，无需通过数值方法。关于高阶停歇机构方面的设计问题，当采用数值方法求解时，方程建立的本身就存在不小的困难，因为设计方程往往不是设计变量的简单函数，求出它们的导数很困难，后续的求解当然更困难，同时还存在着多解的识别与顺序问题的判别。为此，提出了高阶停歇机构设计的函数构造方法，即通过一对组合函数的一阶导数在极限位置为零，该对组合函数的二、三阶导数在对应位置也为零，建立起机构的尺寸设计关系，这一关系是可以直接求解的，无需通过数值方法，从而避免了求解非线性方程或方程组的困难。

函数构造方法不再去寻找连杆上的特殊点或行星轮上的特殊点，不再存在多解的识别与顺序问题的判别，不再需要控制机制的协助，仅仅采用机构构造与机构分析相结合的方法，使机构设计与机构分析同时展开，开创了一种全新的机构设计方法。所设计出的停歇机构具有更大的停歇区间。

为了全面地认识这些高阶停歇机构的传动特征，采用 VB 编程，研制了这些机构的传动特征图，以反映这些机构在一个周期内的运动学行为，为实际选用这些机构提供图形化、直观的参考。

高阶停歇机构的设计理论可以在机械压力机的设计、物料传送装置的设

计、针织机、纺布机、编织机和包装机的设计上得到应用，从而改进这些机械的工作性能。本书共分 5 章，采用文字、图形、公式与曲线的形式，研究高阶停歇机构的设计方法与传动函数的曲线特征。

本书所进行的研究得到了江苏高校优势学科建设工程资助项目、江苏省矿山机电装备重点实验室（中国矿业大学）、江苏省矿山智能采掘装备协同创新中心的大力支持，作者在此表示衷心的感谢。

在本书的出版过程中，科学出版社的相关领导与编辑给予了大力的支持，并付出了辛勤的劳动，作者在此表示真挚的谢意。由于作者水平有限，不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

作　者
2015 年 9 月

目　　录

序

前言

第 1 章　高阶停歇机构的设计原理…………………………………………1

1.1　复合函数的高阶导数……………………………………………1

1.1.1　三个角位移函数之间的导数关系……………………………1

1.1.2　角位移到角位移再到线位移之间的导数关系………………2

1.1.3　角位移到线位移再到线位移之间的导数关系………………3

1.2　复合函数高阶导数的零点与高阶停歇机构的设计原理…………3

1.2.1　三个相关角位移之间的高阶停歇机构的设计原理……………4

1.2.2　角位移到角位移再到线位移的高阶停歇机构的设计原理……4

1.2.3　角位移到线位移再到线位移的高阶停歇机构的设计原理……5

第 2 章　直到三阶停歇的平面机构设计与传动特征……………………7

2.1　概述…………………………………………………………………7

2.2　角位移到角位移型平面低副组合机构……………………………7

2.2.1　Ⅰ型导杆双极位直到三阶停歇的平面六杆机构………………7

2.2.2　Ⅱ型导杆单极位直到三阶停歇的平面六杆机构………………11

2.2.3　Ⅲ型导杆极限位置直到三阶停歇的平面六杆机构……………16

2.2.4　串联槽轮直到三阶停歇的平面四杆机构………………………19

2.2.5　Ⅰ型曲柄摇杆导杆双极位直到三阶停歇的平面六杆机构………22

2.2.6　Ⅱ型曲柄摇杆导杆双极位直到三阶停歇的平面六杆机构………25

2.3　角位移到线位移型平面低副组合机构……………………………28

2.3.1　Ⅰ型曲柄导杆滑块单极位直到三阶停歇的平面六杆机构………28

2.3.2　Ⅱ型曲柄导杆滑块单极位直到三阶停歇的平面六杆机构………30

2.3.3　曲柄摇杆滑块单极位直到三阶停歇的平面六杆机构……………32

2.4　角位移到角位移型平面高副组合机构……………………………33

2.4.1　曲柄齿条摆杆双极位直到三阶停歇的平面七杆机构……………33

2.4.2　Ⅱ型曲柄齿条摆杆双极位直到三阶停歇的平面七杆机构………40

2.5 角位移到线位移型平面高副组合机构 ······44
2.5.1 Ⅰ型曲柄齿条滑块单极位直到三阶停歇的平面六杆机构 ······44
2.5.2 Ⅱ型曲柄齿条滑块单极位直到三阶停歇的平面六杆机构 ······47
2.5.3 Ⅰ型余弦齿条滑块单极位直到三阶停歇的平面七杆机构 ······50
2.5.4 Ⅱ型余弦齿条滑块单极位直到三阶停歇的平面七杆机构 ······52
2.5.5 Ⅰ型曲柄齿条滑块双极位直到三阶停歇的平面六杆机构 ······56
2.5.6 Ⅱ型曲柄齿条滑块双极位直到三阶停歇的平面六杆机构 ······57
2.5.7 Ⅰ型余弦齿条滑块双极位直到三阶停歇的平面七杆机构 ······60
2.5.8 Ⅱ型余弦齿条滑块双极位直到三阶停歇的平面七杆机构 ······62
2.5.9 曲柄齿条对心滑块单极位直到三阶停歇的平面七杆机构 ······65
2.5.10 曲柄摇块齿轮副滑块极位直到三阶停歇的平面七杆机构 ······72
第 3 章 直到三阶停歇的轨迹机构设计与传动性能 ······74
3.1 概述 ······74
3.2 内行星轮系与从动件直到三阶停歇的五杆机构 ······74
3.2.1 内行星轮上点的轨迹方程与近似直线段的几何条件 ······74
3.2.2 类三边形轨迹驱动的滑块单端直到三阶停歇的五杆机构 ······77
3.2.3 类四边形轨迹驱动的滑块双端直到三阶停歇的五杆机构 ······78
3.2.4 类五边形轨迹驱动的摆杆双端直到三阶停歇的五杆机构 ······80
3.2.5 类五边形轨迹驱动的滑块单端直到三阶停歇的五杆机构 ······84
3.2.6 类六边形轨迹驱动的滑块双端直到三阶停歇的五杆机构 ······85
3.2.7 类六边形轨迹驱动的摆杆双端直到三阶停歇的五杆机构 ······86
3.3 外行星轮系与从动件直到三阶停歇的五杆机构 ······87
3.3.1 外行星轮上点的轨迹特征 ······87
3.3.2 类外奇数边轨迹驱动的滑块单极位直到三阶停歇的五杆机构 ······88
3.3.3 类外偶数边轨迹驱动的滑块双极位直到三阶停歇的五杆机构 ······90
3.4 连杆曲线驱动的滑块单端直到三阶停歇的平面六杆机构 ······92
3.4.1 曲柄摇块机构与连杆曲线含有近似直线段的几何关系 ······92
3.4.2 Ⅰ型摇块滑块单端直到三阶停歇的平面六杆机构 ······94
3.4.3 Ⅱ型摇块滑块单端直到三阶停歇的平面六杆机构 ······95
3.4.4 曲柄滑块机构与连杆曲线含有近似直线段的几何关系 ······96
3.4.5 Ⅰ型滑块单端直到三阶停歇的平面六杆机构 ······100
3.4.6 Ⅱ型滑块单端直到三阶停歇的平面六杆机构 ······100
第 4 章 直到五阶停歇的机构设计理论与传动性能 ······102
4.1 类多边形轨迹与滑块单端直到五阶停歇的组合机构 ······102

4.1.1 类五边形轨迹与滑块单端直到五阶停歇的 I 型七杆机构 ……102
4.1.2 类六边形轨迹与滑块单端直到五阶停歇的 I 型七杆机构 ……103
4.2 类多边形轨迹与摆杆单端直到五阶停歇的组合机构 ……106
4.2.1 类五边形轨迹与摆杆单端直到五阶停歇的平面七杆机构 ……106
4.2.2 类六边形轨迹与摆杆单端直到五阶停歇的平面七杆机构 ……108
4.3 类多边形轨迹与从动件双端直到五阶停歇的组合机构 ……112
4.3.1 类六边形轨迹与摆杆双端直到五阶停歇的 I 型七杆机构 ……112
4.3.2 类五边形轨迹与滑块双端直到五阶停歇的八杆机构 ……113
第 5 章 直到三阶停歇的空间机构设计理论与传动性能 ……116
5.1 Ⅰ型正交轴从动件直到三阶停歇的空间六杆机构 ……116
5.1.1 Ⅰ型正交轴空间四杆机构 ……116
5.1.2 Ⅰ型正交轴摆杆单端直到三阶停歇的空间六杆机构 ……119
5.1.3 Ⅰ型正交轴摆杆双端直到三阶停歇的空间六杆机构 ……122
5.1.4 Ⅰ型正交轴滑块单端直到三阶停歇的空间六杆机构 ……123
5.2 Ⅱ型正交轴从动件直到三阶停歇的空间六杆机构 ……125
5.2.1 Ⅱ型正交轴空间四杆机构 ……125
5.2.2 Ⅱ型正交轴摆杆单端直到三阶停歇的空间六杆机构 ……126
5.2.3 Ⅱ型正交轴摆杆双端直到三阶停歇的空间六杆机构 ……127
5.2.4 Ⅱ型正交轴滑块单端直到三阶停歇的空间六杆机构 ……128
5.3 Ⅲ型正交轴从动件直到三阶停歇的空间六杆机构 ……129
5.3.1 Ⅲ型正交轴空间四杆机构 ……129
5.3.2 Ⅲ型正交轴摆杆单端直到三阶停歇的空间六杆机构 ……135
5.3.3 Ⅲ型正交轴摆杆双端直到三阶停歇的空间六杆机构 ……138
5.3.4 Ⅲ型正交轴滑块单端直到三阶停歇的空间六杆机构 ……139
5.4 Ⅳ型斜交轴从动件直到三阶停歇的空间六杆机构 ……140
5.4.1 Ⅳ型斜交轴空间四杆机构 ……140
5.4.2 Ⅳ型斜交轴空间六杆机构的传动特征 ……141
5.5 空间曲柄摇杆型从动件直到三阶停歇的空间六杆机构 ……142
5.5.1 空间 I 型曲柄摇杆机构 ……142
5.5.2 空间 I 型曲柄摇杆从动件直到三阶停歇的空间六杆机构 ……143
5.5.3 空间 II 型曲柄摇杆机构 ……143
5.5.4 空间 II 型曲柄摇杆从动件直到三阶停歇的空间六杆机构 ……147
5.5.5 空间 Ⅲ 型曲柄摇杆机构 ……150
5.5.6 空间 Ⅲ 型曲柄摆杆单端直到三阶停歇的空间六杆机构 ……155

5.5.7　空间Ⅲ型曲柄摆杆双端直到三阶停歇的空间六杆机构 …………………… 157
5.5.8　空间Ⅲ型曲柄摆杆滑块单端直到三阶停歇的空间六杆机构 …………… 158
5.5.9　空间Ⅳ型曲柄摇杆机构 ……………………………………………………………… 159
5.5.10　空间Ⅳ型曲柄摆杆单端直到三阶停歇的空间六杆机构 ………………… 166
5.5.11　空间Ⅳ型曲柄摆杆双端直到三阶停歇的空间六杆机构 ………………… 167
5.5.12　空间Ⅳ型曲柄摆杆滑块单端直到三阶停歇的空间六杆机构 …………… 168
参考文献 ……………………………………………………………………………………………… 170
名词索引 ……………………………………………………………………………………………… 172

第 1 章　高阶停歇机构的设计原理

高阶停歇机构的设计原理是基于两个相关函数各自的一阶传动函数的零点与复合函数具有直到三阶零点的数学关系；当第一个相关函数的一阶与二阶传动函数的零点对应第二个相关函数的一阶传动函数的零点时，则复合函数具有直到五阶零点的数学关系。

1.1　复合函数的高阶导数

1.1.1　三个角位移函数之间的导数关系

设复合函数 $\theta = \theta[\delta(\varphi)]$表示一类平面或空间六杆机构中输入角位移到中间角位移再到输出角位移的零阶传动函数，其中 $\delta = \delta(\varphi)$表示输入端子机构的零阶传动函数，称为输入端子函数，实现输入角位移 φ 到中间角位移 δ 之间的位移变换；$\theta = \theta(\delta)$表示输出端子机构的零阶传动函数，称为输出端子函数，实现中间角位移 δ 到输出角位移 θ 之间的位移变换。再设 φ 对时间 t 的二阶及其以上各阶导数都为零。于是，对复合函数 $\theta = \theta[\delta(\varphi)]$求关于时间 t 的一至五阶导数，得 $\omega = \mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$、$\alpha = \mathrm{d}^2\theta/\mathrm{d}t^2$、$j = \mathrm{d}^3\theta/\mathrm{d}t^3$、$g = \mathrm{d}^4\theta/\mathrm{d}t^4$ 和 $p = \mathrm{d}^5\theta/\mathrm{d}t^5$ 分别为

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\delta}\cdot\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\cdot\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \tag{1.1}$$

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = \left[\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}\delta^2}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2 + \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\delta}\cdot\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}\right]\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^2 \tag{1.2}$$

$$j = \frac{\mathrm{d}^3\theta}{\mathrm{d}t^3} = \left[\frac{\mathrm{d}^3\theta}{\mathrm{d}\delta^3}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^3 + 3\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}\delta^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}\cdot\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi} + \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\delta}\cdot\frac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}\varphi^3}\right]\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^3 \tag{1.3}$$

$$\begin{aligned} g = \frac{\mathrm{d}^4\theta}{\mathrm{d}t^4} = \Bigg[&\frac{\mathrm{d}^4\theta}{\mathrm{d}\delta^4}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^4 + 6\frac{\mathrm{d}^3\theta}{\mathrm{d}\delta^3}\cdot\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2 + 4\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}\delta^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}\varphi^3}\cdot\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi} \\ &+3\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}\delta^2}\left(\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}\right)^2 + \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\delta}\cdot\frac{\mathrm{d}^4\delta}{\mathrm{d}\varphi^4}\Bigg]\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^4 \end{aligned} \tag{1.4}$$

$$p=\frac{\mathrm{d}^5\theta}{\mathrm{d}t^5}=\left[\frac{\mathrm{d}^5\theta}{\mathrm{d}\delta^5}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^5+10\frac{\mathrm{d}^4\theta}{\mathrm{d}\delta^4}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^3\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}+15\frac{\mathrm{d}^3\theta}{\mathrm{d}\delta^3}\left(\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}\right)^2\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right.$$
$$+10\frac{\mathrm{d}^3\theta}{\mathrm{d}\delta^3}\cdot\frac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}\varphi^3}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2+5\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}\delta^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^4\delta}{\mathrm{d}\varphi^4}\cdot\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}+10\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}\delta^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}\varphi^3}\cdot\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}$$
$$\left.+\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\delta}\cdot\frac{\mathrm{d}^5\delta}{\mathrm{d}\varphi^5}\right]\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^5 \tag{1.5}$$

1.1.2　角位移到角位移再到线位移之间的导数关系

设复合函数 $S = S[\delta(\varphi)]$表示从输入角位移到中间角位移再到输出线位移的一类组合机构的零阶传动函数，其中 $\delta = \delta(\varphi)$表示输入端子机构的零阶传动函数，实现输入角位移 φ 到中间角位移 δ 之间的变换；$S = S(\delta)$表示输出端子机构的零阶传动函数，实现中间角位移 δ 到输出线位移 S 之间的变换。再设 φ 对时间的二阶及其以上各阶导数都为零。则对 $S = S[\delta(\varphi)]$复合函数求关于时间 t 的一至五阶导数，得 $V = \mathrm{d}S/\mathrm{d}t$、$a = \mathrm{d}^2S/\mathrm{d}t^2$、$q = \mathrm{d}^3S/\mathrm{d}t^3$、$f = \mathrm{d}^4S/\mathrm{d}t^4$ 和 $h = \mathrm{d}^5S/\mathrm{d}t^5$ 分别为

$$V=\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\delta}\cdot\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\cdot\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \tag{1.6}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}t^2}=\left[\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\delta^2}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2+\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\delta}\cdot\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}\right]\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^2 \tag{1.7}$$

$$q=\frac{\mathrm{d}^3S}{\mathrm{d}t^3}=\left[\frac{\mathrm{d}^3S}{\mathrm{d}\delta^3}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^3+3\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\delta^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}\cdot\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}+\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\delta}\cdot\frac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}\varphi^3}\right]\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^3 \tag{1.8}$$

$$f=\frac{\mathrm{d}^4S}{\mathrm{d}t^4}=\left[\frac{\mathrm{d}^4S}{\mathrm{d}\delta^4}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^4+6\frac{\mathrm{d}^3S}{\mathrm{d}\delta^3}\cdot\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2+4\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\delta^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}\varphi^3}\cdot\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right.$$
$$\left.+3\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\delta^2}\left(\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}\right)^2+\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\delta}\cdot\frac{\mathrm{d}^4\delta}{\mathrm{d}\varphi^4}\right]\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^4 \tag{1.9}$$

$$h=\frac{\mathrm{d}^5S}{\mathrm{d}t^5}=\left[\frac{\mathrm{d}^5S}{\mathrm{d}\delta^5}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^5+10\frac{\mathrm{d}^4S}{\mathrm{d}\delta^4}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^3\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}+15\frac{\mathrm{d}^3S}{\mathrm{d}\delta^3}\left(\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}\right)^2\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right.$$
$$+10\frac{\mathrm{d}^3S}{\mathrm{d}\delta^3}\cdot\frac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}\varphi^3}\left(\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2+5\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\delta^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^4\delta}{\mathrm{d}\varphi^4}\cdot\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\varphi}+10\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\delta^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}\varphi^3}\cdot\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}\varphi^2}$$

$$+\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\delta}\cdot\frac{\mathrm{d}^5\delta}{\mathrm{d}\varphi^5}\Bigg]\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^5 \tag{1.10}$$

1.1.3　角位移到线位移再到线位移之间的导数关系

设复合函数 $x = x[S(\varphi)]$表示从输入角位移到中间线位移再到输出线位移的一类组合机构的零阶传动函数，其中 $S = S(\varphi)$表示输入端子机构的零阶传动函数，实现输入角位移 φ 到中间线位移 S 之间的变换；$x = x(S)$表示输出端子机构的零阶传动函数，实现中间线位移 S 到输出线位移 x 之间的变换。再设 φ 对时间的二阶及其以上各阶导数都为零。则对复合函数 $x = x[S(\varphi)]$求关于时间 t 的一至五阶导数，得 $V = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$、$a = \mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2$、$q = \mathrm{d}^3x/\mathrm{d}t^3$、$f = \mathrm{d}^4x/\mathrm{d}t^4$ 和 $h = \mathrm{d}^5x/\mathrm{d}t^5$ 分别为

$$V=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}S}\cdot\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi}\cdot\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \tag{1.11}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=\left[\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}S^2}\left(\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2+\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}S}\cdot\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\varphi^2}\right]\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^2 \tag{1.12}$$

$$q=\frac{\mathrm{d}^3x}{\mathrm{d}t^3}=\left[\frac{\mathrm{d}^3x}{\mathrm{d}S^3}\left(\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi}\right)^3+3\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}S^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\varphi^2}\cdot\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi}+\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}S}\cdot\frac{\mathrm{d}^3S}{\mathrm{d}\varphi^3}\right]\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^3 \tag{1.13}$$

$$f=\frac{\mathrm{d}^4x}{\mathrm{d}t^4}=\Bigg[\frac{\mathrm{d}^4x}{\mathrm{d}S^4}\left(\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi}\right)^4+6\frac{\mathrm{d}^3x}{\mathrm{d}S^3}\cdot\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\varphi^2}\left(\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2+4\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}S^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^3S}{\mathrm{d}\varphi^3}\cdot\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi}$$

$$+3\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}S^2}\left(\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\varphi^2}\right)^2+\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}S}\cdot\frac{\mathrm{d}^4S}{\mathrm{d}\varphi^4}\Bigg]\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^4 \tag{1.14}$$

$$h=\frac{\mathrm{d}^5x}{\mathrm{d}t^5}=\Bigg[\frac{\mathrm{d}^5x}{\mathrm{d}S^4}\left(\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi}\right)^5+10\frac{\mathrm{d}^4x}{\mathrm{d}S^4}\left(\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi}\right)^3\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\varphi^2}+15\frac{\mathrm{d}^3x}{\mathrm{d}S^3}\left(\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\varphi^2}\right)^2\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi}$$

$$+10\frac{\mathrm{d}^3x}{\mathrm{d}S^3}\cdot\frac{\mathrm{d}^3S}{\mathrm{d}\varphi^3}\left(\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2+5\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}S^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^4S}{\mathrm{d}\varphi^4}\cdot\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi}+10\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}S^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^3S}{\mathrm{d}\varphi^3}\cdot\frac{\mathrm{d}^2S}{\mathrm{d}\varphi^2}$$

$$+\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}S}\cdot\frac{\mathrm{d}^5S}{\mathrm{d}\varphi^5}\Bigg]\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^5 \tag{1.15}$$

1.2　复合函数高阶导数的零点与高阶停歇机构的设计原理

以上数学关系表明，只要复合函数的输入端子函数与输出端子函数的一阶导数在某个时刻同时等于零，则复合函数的一至三阶传动函数在对应时刻就同

时等于零。

假若复合函数中的输入端子函数的一阶与二阶导数在某个时刻同时等于零，输出端子函数的一阶导数在对应时刻等于零，则复合函数的一至五阶导数在对应时刻就同时等于零。

假若复合函数中的输入端子函数的一阶导数在某个时刻等于零，输出端子函数的一阶、二阶导数在对应时刻同时等于零，则复合函数的一至五阶传动函数在对应时刻就同时等于零。由于该条件所对应的高阶停歇机构的杆件数多于6 个，这样的机构在设计与应用上的优越性相对较差，所以，本书不作进一步的研究。

1.2.1　三个相关角位移之间的高阶停歇机构的设计原理

在实现三个相关角位移变换的组合机构中，设 $\theta=\theta[\delta(\varphi)]$表示三个相关角位移之间的函数关系，若 $\mathrm{d}\delta/\mathrm{d}\varphi$、$\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}\delta$ 在同一时刻的值分别等于零，且对应于两个相关子机构的各自极限位置，则 $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$、$\mathrm{d}^2\theta/\mathrm{d}t^2$、$\mathrm{d}^3\theta/\mathrm{d}t^3$ 的值都为零，这表明，该类组合机构的输出构件在一个或两个极限位置具有直到三阶停歇的传动特征。

在实现三个相关角位移变换的组合机构中，设 $\theta=\theta[\delta(\varphi)]$表示三个相关角位移之间的函数关系，若 $\mathrm{d}\delta/\mathrm{d}\varphi$、$\mathrm{d}^2\delta/\mathrm{d}\varphi^2$ 和 $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}\delta$ 在同一时刻的值分别为零，且对应于两个相关子机构的各自极限位置，则 $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$、$\mathrm{d}^2\theta/\mathrm{d}t^2$、$\mathrm{d}^3\theta/\mathrm{d}t^3$、$\mathrm{d}^4\theta/\mathrm{d}t^4$ 和 $\mathrm{d}^5\theta/\mathrm{d}t^5$ 的值都为零，这表明，该类组合机构的输出构件在一个或两个极限位置具有直到五阶停歇的传动特征。

在实现三个相关角位移变换的组合机构中，设 $\theta=\theta[\delta(\varphi)]$表示三个相关角位移之间的函数关系，若 $\mathrm{d}\delta/\mathrm{d}\varphi$、$\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}\delta$ 和 $\mathrm{d}^2\theta/\mathrm{d}\delta^2$ 在同一时刻的值都为零，且对应于两个相关子机构的各自极限位置，则 $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$、$\mathrm{d}^2\theta/\mathrm{d}t^2$、$\mathrm{d}^3\theta/\mathrm{d}t^3$、$\mathrm{d}^4\theta/\mathrm{d}t^4$ 和 $\mathrm{d}^5\theta/\mathrm{d}t^5$ 的值都为零，此条件表明，该类组合机构的输出构件在一个或两个极限位置具有直到五阶停歇的传动特征。

以上零阶传动函数的导数条件形成了三个相关角位移之间的关于高阶停歇机构的设计理论。

1.2.2　角位移到角位移再到线位移的高阶停歇机构的设计原理

在实现角位移到角位移再到线位移变换的组合机构中，设 $S=S[\delta(\varphi)]$表示三个相关位移之间的函数关系，若 $\mathrm{d}\delta/\mathrm{d}\varphi$、$\mathrm{d}S/\mathrm{d}\delta$ 在同一时刻的值都等于零，且

对应于两个相关子机构的各自极限位置，则 dS/dt、d^2S/dt^2、d^3S/dt^3 的值都为零，这表明，该类组合机构的输出构件在一个或两个极限位置具有直到三阶停歇的传动特征。

在实现角位移到角位移再到线位移变换的组合机构中，设 $S = S[\delta(\varphi)]$表示三个相关位移之间的函数关系，若 $d\delta/d\varphi$、$d^2\delta/d\varphi^2$ 和 $dS/d\delta$ 在同一时刻的值都为零，且对应于两个相关子机构的各自极限位置，则 dS/dt、d^2S/dt^2、d^3S/dt^3、d^4S/dt^4 和 d^5S/dt^5 的值都为零，此条件表明，该类组合机构的输出构件在一个或两个极限位置具有直到五阶停歇的传动特征。

在实现角位移到角位移再到线位移变换的组合机构中，设 $S = S[\delta(\varphi)]$表示三个相关位移之间的函数关系，若 $d\delta/d\varphi$、$dS/d\delta$ 和 $d^2S/d\delta^2$ 在同一时刻的值都为零，且对应于两个相关子机构的各自极限位置，则 dS/dt、d^2S/dt^2、d^3S/dt^3、d^4S/dt^4 和 d^5S/dt^5 的值都为零，这表明，该类组合机构的输出构件在一个或两个极限位置具有直到五阶停歇的传动特征。

1.2.3　角位移到线位移再到线位移的高阶停歇机构的设计原理

在实现角位移到线位移再到线位移变换的组合机构中，设 $x = x[S(\varphi)]$表示三个相关位移之间的函数关系，若 $dS/d\varphi$、dx/dS 在同一时刻的值都等于零，且对应于两个相关子机构的各自极限位置，则 dx/dt、d^2x/dt^2、d^3x/dt^3 的值都为零，这表明，该类组合机构的输出构件在一个或两个极限位置具有直到三阶停歇的传动特征。

在实现角位移到线位移再到线位移变换的组合机构中，设 $x = x[S(\varphi)]$表示三个相关位移之间的函数关系，若 $dS/d\varphi$、$d^2S/d\varphi^2$ 和 dx/dS 在同一时刻的值都为零，且对应于两个相关子机构的各自极限位置，则 dx/dt、d^2x/dt^2、d^3x/dt^3、d^4x/dt^4 和 d^5x/dt^5 的值都为零，此条件表明，该类组合机构的输出构件在一个或两个极限位置具有直到五阶停歇的传动特征。

在实现角位移到线位移再到线位移变换的组合机构中，设 $x = x[S(\varphi)]$表示三个相关位移之间的函数关系，若 $dS/d\varphi$、dx/dS 和 d^2x/dS^2 在同一时刻的值都为零，且对应于两个相关子机构的各自极限位置，则 dx/dt、d^2x/dt^2、d^3x/dt^3、d^4x/dt^4 和 d^5x/dt^5 的值都为零，这表明，该类组合机构的输出构件在一个或两个极限位置具有直到五阶停歇的传动特征。

以上数学分析表明，只要串联的两个基本机构各自的一阶传动函数在某位置同时为零，则该组合机构的输出构件便具有直到三阶停歇的传动特征。假如

输入端子机构在某位置具有直到三阶传动函数为零，输出端子机构为线性传动函数，则该组合机构的输出构件便具有直到三阶停歇的传动特征。倘若串联的两个子机构中输入端子机构在某位置的一阶、二阶导数同时等于零，输出端子机构在对应位置的一阶导数等于零，则该组合机构的输出构件便具有直到五阶停歇的传动特征。

依据这一设计原理，可以采用基本机构组合的方式，实现从动件在一个或两个极限位置做高阶停歇的三类组合机构的设计。即只要两个基本机构同时达到各自的极限位置，则该组合机构的输出构件便具有直到三阶停歇的第一类组合机构的设计。只要输入端子机构在某位置具有直到三阶导数等于零，输出端子机构为线性传递函数，则该组合机构的输出构件具有直到三阶停歇的第二类组合机构的设计。只要两个相关子机构输入端子机构在某位置具有一阶、二阶导数同时等于零，输出端子机构在对应位置的一阶导数等于零，则该组合机构的输出构件便具有直到五阶停歇的第三类组合机构的设计。

以上研究建立了复合函数高阶导数的零点与高阶停歇机构设计的对应关系，开创了关于高阶停歇机构设计的新方法。该理论只为高阶停歇机构的设计指明了方向，并不包含具体的高阶停歇机构，具体的高阶停歇机构只能在该理论的指导下作进一步的个别研究。

第 2 章　直到三阶停歇的平面机构设计与传动特征

三阶停歇是高阶停歇的基本形式，从动件在停歇位置停歇的时间相对较长。研究了两个相关的基本机构一阶传动函数的零点与输入输出之间的直到三阶传动函数为零的函数关系与几何构造，通过 21 种机构，展示了从动件在位移单端、位移双端和步进运动下做直到三阶停歇的机构设计方法以及这些机构的传动特征。

2.1　概　　述

设输入端基本机构的从动件存在两个一阶传动函数为零的位置，输出端基本机构的从动件存在一个或两个对应的一阶传动函数为零的位置，输入构件做匀速运动，则该组合机构的输出构件便在一个或两个对应位置上具有直到三阶停歇的传动特征。

首先研究 $\theta=\theta[\delta(\varphi)]$型的复合函数所对应的第一类平面组合机构，其次研究 $S=S[\delta(\varphi)]$型的复合函数所对应的第二类平面组合机构。

2.2　角位移到角位移型平面低副组合机构

2.2.1　Ⅰ型导杆双极位直到三阶停歇的平面六杆机构

1. Ⅰ型导杆双极位直到三阶停歇的平面六杆机构设计

图 2.1 为Ⅰ型导杆双极位直到三阶停歇的平面六杆机构。设杆 1 为主动件，杆长 $r_1=O_1A$，做匀速转动，杆 5 为从动件，做往复摆动，当杆 5 达到两个极限位置 O_5B_1、O_5B_2时，杆 5 与杆 3 的 O_3B_1、O_3B_2分别垂直。令机架 6 上 $O_1O_3=d_1$，$O_3O_5=d_2$，$O_3B=r_3$，则杆 3 的摆角 $\delta_b=2\arctan(r_1/\sqrt{d_1^2-r_1^2})$，杆 5 的摆角 $\theta_b=\pi-\delta_b$，r_3 与 d_2 的函数关系为 $r_3=d_2\cos(0.5\delta_b)$，对应 O_5B_1 的 $\varphi_s=\arctan(r_1/\sqrt{d_1^2-r_1^2})$。由此可见，该种机构的尺寸设计相当简单，它的传动