

量子力学 基本原理与计算

文 军 编著



科学出版社

量子力学基本原理与计算

文 军 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书依据初学者的思维模式和认知特点,循序渐进地阐述了非相对论量子力学的基本原理和基本计算。主要内容包括:量子力学的实验基础与量子力学的建立、波函数与薛定谔方程、一维定态问题、量子力学中的力学量与表象变换、中心力场、带电粒子在电磁场中的运动、微扰理论、自旋与全同粒子、散射、低维物理体系中的量子力学问题。书中提供一些例题作为量子力学的基本计算,同时给出练习题,供读者练习。

本书可作为普通高等院校物理学专业及相近专业的本科生的参考书和考研辅导书。

图书在版编目(CIP)数据

量子力学基本原理与计算/文军编著. —北京:科学出版社,2015.9

ISBN 978-7-03-045898-8

I. ①量… II. ①文… III. ①量子力学 IV. ①O413.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第236233号

责任编辑:李 萍 杨向萍 崔慧娟/责任校对:韩 杨

责任印制:徐晓晨/封面设计:红叶图文

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京厚诚则铭印刷科技有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015年10月第 一 版 开本:720×1000 B5

2015年10月第一次印刷 印张:19 1/4

字数:390 000

POD定价:128.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

量子力学是近代物理学的基础。

量子力学在理论方面的深入研究和在微观领域的成功应用,证明了量子力学是处理原子、分子、凝聚态物质以至原子核和基本粒子等领域较为成熟的基本理论。随着量子力学研究的不断深入,不仅其理论得到了纵深发展,而且正在向现代科学技术的各个应用领域渗透。核技术、激光技术、纳米技术、集成电路、现代通信等,无不以量子力学为其理论基础。没有量子力学,就没有现代科学技术。

量子力学的思维有悖于传统的思维方式,它的基本观点至今难以为大众所接受和理解,这给量子力学蒙上了一层神秘的面纱,使许多人望而却步。我学习量子力学以及从事量子力学教学多年,深刻感悟到量子力学的博大精深以及震撼人心的精神力量。但也深知对量子力学的理解非常肤浅,时刻提醒自己要努力学习,力求做到对量子力学概念的准确领悟与把握,以便能够准确地给学生讲解。在我的案头有许多国内外量子力学的优秀著作,它们从不同维度给出了对量子力学的理解,研习这些精品著作,极大地丰富了我的精神世界,也常为量子力学的精妙而倍感欣喜(约翰·惠勒:“关于量子力学,最重要的一点是它彻底摧毁了宇宙‘就在那儿’的观念。从此以后,宇宙永远不同于以往”)。我愿意把学习量子力学的感悟在此与大家分享。

如何才能学好量子力学?这是教授量子力学的教师首先考虑的问题,也是初学者需要思考的问题。

(1)量子力学是全新的物理理论。量子力学以普朗克常量 h 为表征,以波粒二象性为基本物理图像,借助于概率波描述微观体系的状态。因此,量子力学中的物理概念是与经典物理概念完全不一样的全新概念,初学者应该更新观念,接受量子力学的物理图像,熟悉量子力学的描述方法,以科学的精神和态度学习量子力学。

(2)量子力学远离日常熟悉的物理图像和描述方法,初学者往往感到陌生和费解。要理解量子力学的基本物理图像和基本内容,掌握基本概念与原理,要多思求悟,多读量子力学专著(国内有许多优秀专著),不断总结、概括与提高。

(3)学习量子力学,要完成一定量的习题。通过做习题,学会如何运用量子力学解决问题,从而加深对量子力学的领悟。做习题前,要对所学知识进行全面复习与总结,从整体上把握知识之间的关联,形成良好的认知结构。另外,要按部就班,根据题设条件,运用概念与原理,一步一步地演算,弄清内在的逻辑关系,以达到对量子力学的深刻理解。

在 20 多年的量子力学教学生涯中,经常令我感到困惑的是:①学生抵触学习量子力学,大部分学生从思想深处恐惧量子力学,视其为洪水猛兽;②对量子力学绘景感到茫然,他们多用经典物理图像来理解量子力学图像,经典物理的“阴影”时常干扰着他们对量子力学图像的正确建立;③面对量子力学繁杂、冗长的计算,抽象的概念,描述方法的“怪异”,久之便失去了学习的动力。基于以上原因,多年前我开始构思编写一本适合初学者(特别是地方新升本科院校的学生)的量子力学,使读者接受量子力学,熟悉量子力学的语言和工具,领略量子力学的流光溢彩,感悟量子力学的精妙,从而帮助他们学好量子力学。

在本书的编写中,①注重基本概念、基本原理和基本方法的介绍。从波动力学的表示方式引入基本原理,之后给出了量子力学的矩阵力学形式。注重基本概念和基本原理的扩展和应用,如 AB 效应、朗道能级、晶体中一维近自由电子近似等,在第 10 章介绍了低维物理体系中的量子力学问题。②注重运用量子力学能力的训练。理论物理的正确概念要通过大量的计算才能真正掌握,这只有通过一定量的习题训练完成。本书例题、习题共 100 余道,这些例题与习题只能起到抛砖引玉的作用。在本书的基础上,结合张鹏飞等编著的《量子力学学习指导》(中国科学技术大学出版社)的学习,对掌握量子力学的基本概念、原理、方法是很有帮助的。

学习量子力学要从做中学,多思考,勤练习,常总结。希望本书对于初学者是一个好的开端。

在撰写本书过程中参阅了许多量子力学方面的著作、论文等研究成果,在此对相关作者表示深切的谢意。

由于作者水平所限,书中难免存在疏漏和不妥之处,敬请读者批评指正。

文 军
2015 年春

目 录

前言

第 1 章 量子力学的实验基础与量子力学的建立	1
1.1 黑体辐射和普朗克的量子论	1
1.1.1 基尔霍夫定律	2
1.1.2 斯特藩-玻尔兹曼定律	3
1.1.3 维恩位移定律	3
1.1.4 瑞利-金斯公式	4
1.1.5 普朗克公式 量子	4
1.2 光电效应和康普顿效应	6
1.2.1 光电效应	6
1.2.2 康普顿效应	8
1.3 原子结构的玻尔理论	9
1.3.1 原子结构问题	9
1.3.2 原子光谱	10
1.3.3 玻尔理论	11
1.4 德布罗意关系和物质波	12
1.4.1 德布罗意关系	12
1.4.2 德布罗意物质波的实验证实	15
1.4.3 德布罗意物质波的物理意义	19
1.5 量子力学的建立及发展	20
第 2 章 波函数与薛定谔方程	23
2.1 波函数及其统计解释	23
2.1.1 波函数和玻恩的概率解释	23
2.1.2 波函数的基本性质	25
2.1.3 自由粒子的平面波	26
2.2 态叠加原理	27
2.2.1 态叠加原理	27
2.2.2 动量波函数	28
2.3 薛定谔方程	29
2.3.1 薛定谔方程的建立	29

2.3.2	定态薛定谔方程	31
2.3.3	关于薛定谔方程	32
2.3.4	定态薛定谔方程的一个推导	33
2.4	粒子流密度与粒子数守恒	34
第3章	一维定态问题	37
3.1	一维势场中能量本征问题	37
3.1.1	几个概念	37
3.1.2	一维定态波函数 $\psi(x)$ 与 $E-V(x)$ 关系	38
3.1.3	一维定态的一般性质	39
3.2	一维势阱模型	42
3.2.1	一维无限深势阱	42
3.2.2	一维有限深对称势阱	46
3.3	一维线性谐振子	48
3.4	一维势垒	54
3.4.1	一维方势垒	54
3.4.2	一维 δ 势垒	61
第4章	量子力学中的力学量与表象变换	64
4.1	表示力学量的算符	64
4.1.1	算符	64
4.1.2	算符的本征值与本征函数	66
4.1.3	厄米算符	67
4.1.4	量子力学中力学量与厄米算符的关系	70
4.2	几个常用的力学量算符	71
4.2.1	坐标算符	71
4.2.2	动量算符	73
4.2.3	角动量算符	75
4.2.4	一般力学量算符	80
4.3	厄米算符的本征函数的性质	81
4.3.1	正交归一性	81
4.3.2	完备性	83
4.4	算符的对易关系共同本征函数系不确定关系	84
4.4.1	力学量状态的确定	84
4.4.2	算符对易和不对易	86
4.4.3	力学量算符有共同本征函数的条件	87
4.4.4	力学量算符不对易的情形	90

4.4.5 势垒贯穿中势垒内部粒子的动能以及线性谐振子的零点能问题	91
4.5 力学量随时间的变化和守恒定律	92
4.5.1 力学量随时间的变化	92
4.5.2 运动积分与守恒量	93
4.5.3 对称性和守恒定律	95
4.6 态与力学量的表象	97
4.6.1 态的表象 态空间	97
4.6.2 态和算符的矩阵表示	99
4.7 量子力学公式的矩阵表示	101
4.7.1 平均值公式	101
4.7.2 本征值方程	102
4.7.3 薛定谔方程	103
4.8 幺正变换	103
4.8.1 不同表象之间的变换矩阵	104
4.8.2 用变换矩阵实现力学量算符以及态在不同表象之间的变换	106
4.8.3 幺正变换的两个重要性质	107
4.9 狄拉克符号	108
4.9.1 右矢和左矢	108
4.9.2 标积	109
4.9.3 态在具体表象中的表示	109
4.9.4 算符在具体表象中的表示	111
4.9.5 一些公式通常写法与狄拉克符号写法对照	111
4.10 线性谐振子与粒子数表象	112
4.10.1 湮没算符和产生算符	112
4.10.2 粒子数算符 \hat{N} 的本征值和本征矢	113
4.10.3 一些算符在粒子数表象中的矩阵形式	115
第5章 中心力场	117
5.1 粒子在有心力场中的运动	117
5.1.1 有心力场的一般情况	117
5.1.2 两体问题化为单体问题	120
5.1.3 在直角坐标系和球坐标系中算符 ∇ 和 ∇^2 的表示	122
5.2 氢原子及碱金属原子	123
5.2.1 电子在库仑场中运动	123

5.2.2	氢原子	127
5.2.3	碱金属原子	131
5.3	球形势阱	132
5.4	三维各向同性谐振子	134
5.4.1	球坐标系中求解	134
5.4.2	直角坐标系求解	137
第6章	带电粒子在电磁场中的运动	139
6.1	电磁场中的荷电粒子运动	139
6.1.1	电磁场中荷电粒子运动的薛定谔方程	139
6.1.2	定域的概率守恒与粒子流密度	141
6.1.3	规范不变性	141
6.2	简单(正常)塞曼效应	142
6.3	朗道能级	144
6.3.1	柱坐标系中问题的解	144
6.3.2	朗道规范	147
6.4	AB效应	148
第7章	微扰理论	152
7.1	定态微扰理论 I (非简并态)	152
7.1.1	基本方程	152
7.1.2	能量和波函数的修正	154
7.2	定态微扰理论 II (简并态)	156
7.3	非简并微扰论和简并微扰论的应用	158
7.3.1	非简并定态微扰论的应用	158
7.3.2	简并定态微扰论的应用——氢原子的一级斯塔克效应	161
7.4	变分法	164
7.4.1	变分法	164
7.4.2	变分法应用	166
7.5	晶体中一维近自由电子近似	170
7.5.1	近自由电子模型	170
7.5.2	微扰计算	171
7.6	含时微扰与量子跃迁	174
7.6.1	含时微扰论	174
7.6.2	跃迁概率	176
7.7	光的发射与吸收 选择定则	181
7.7.1	爱因斯坦系数	182

7.7.2	微扰理论对发射和吸收系数的计算	183
7.7.3	选择定则	185
第8章	自旋与全同粒子	189
8.1	电子自旋	189
8.1.1	电子自旋假设和斯特恩-盖拉赫实验	189
8.1.2	电子自旋态和自旋算符	191
8.2	角动量的耦合	195
8.2.1	角动量算符的一般性质	195
8.2.2	两个角动量的耦合	197
8.3	原子光谱的精细结构 塞曼效应	201
8.3.1	精细结构	201
8.3.2	塞曼效应	205
8.4	粒子全同性原理	207
8.4.1	多粒子体系的薛定谔方程	207
8.4.2	全同性原理	208
8.4.3	全同粒子体系的波函数 泡利原理	210
8.5	两个电子的自旋函数	213
8.6	氦原子(微扰法)	216
8.7	氢分子 化学键	221
第9章	散射	226
9.1	散射和截面	226
9.1.1	散射过程	226
9.1.2	散射的边界条件	228
9.1.3	散射的薛定谔方程	229
9.2	中心力场中的弹性散射——分波法	230
9.2.1	方程决定的渐近行为	230
9.2.2	散射振幅和截面	231
9.2.3	光学定理	233
9.2.4	分波近似	234
9.3	方形势阱与势垒所产生的散射	235
9.4	玻恩近似	238
9.4.1	玻恩近似理论	238
9.4.2	玻恩近似的成立条件	239
9.4.3	高速带电粒子被中性原子的散射	240
9.5	质心系与实验室坐标系	241

第 10 章 低维物理体系中的量子力学问题	243
10.1 超晶格量子阱	243
10.1.1 超晶格量子阱的概念	243
10.1.2 直角形势阱	245
10.1.3 抛物形势阱	245
10.2 量子点	248
10.2.1 量子点简介	248
10.2.2 量子点材料的电子态	249
10.3 量子线	251
10.4 量子围栏	253
10.4.1 波函数的贝塞尔函数解	253
10.4.2 径向波函数的简化解	254
10.5 石墨烯	255
基本计算	260
1 例题	260
2 习题	287
参考文献	296
量子力学中常用的积分公式	297
后记	298

第 1 章 量子力学的实验基础与量子力学的建立

量子力学是关于微观世界结构、运动和变化规律的科学,是研究原子、分子、凝聚态以至原子核和基本粒子的基础理论。量子力学的创立,是以经典物理的高度发展为基础的,是人类集体智慧的融合与结晶,是 20 世纪物理学史上最伟大的事件,也是人类科学发展史上最具魅力的科学史诗。19 世纪末 20 世纪初,随着对微观世界越来越深入的探索,经典物理遇到了严重的困难,如黑体辐射、光电效应、康普顿效应、氢原子光谱、固体低温下的比热等,都是经典物理学无法解释的。这些新物理现象的不断出现,充分暴露了经典物理理论和微观领域中现象之间的矛盾,这就为量子力学的创立提供了前提。

量子力学建立以后,经过近一个多世纪的实践证明,它较好地总结了微观低速物质世界的运动和变化的规律,使得人们对微观世界的规律有了更加深刻的认识。随后,人们把量子力学运用到物质世界的各个方面,建立了以量子力学为基础的原子物理、原子核物理、固体理论、量子电子学、超导超流理论、量子化学、量子统计等理论学科;运用到高速方面,建立了量子电动力学、量子场论等;运用到高新技术领域,促成了纳米科学与技术、微电子技术、激光技术、核磁共振成像技术的创立,从而促成了新能源、新材料科学的出现。因此,量子力学已成为一门引领科学和技术进步的基础科学,极大地推进了人类物质文明和精神文明的发展。

量子力学的核心观念是物质的波粒二象性。波粒二象性的发现以及较好地描述物质波粒二象性的动力学理论的架构,引导着量子物理的研究以及在各个方面的成功运用。

1.1 黑体辐射和普朗克的量子论

量子理论的突破首先出现在黑体辐射能量密度随频率的分布规律上。

所有物体在向外发射热辐射时将消耗本身能量,要使热辐射持续进行下去,就必须不断地吸收外来辐射补充能量,这种热辐射就是—定波长范围内的电磁波。物体既能发射热辐射,也能吸收落在它上面的热辐射。通过实验观察热辐射现象,辐射量值和按波长分布方面都取决于热辐射的温度。研究热辐射就是研究—定温度下辐射体发出热辐射(电磁波)的性质,即辐射的能量密度规律。

由于各种物体的结构不同,因而其对外来电磁波的吸收以及本身辐射的电磁波都不相同。物理学家为了研究物体热辐射(电磁波)现象提出了黑体模型,所谓

黑体就是在任何温度下都能够吸收投射在它上面的一切电磁辐射而无反射的理想物体。黑体是一个理想模型,在一个用完全不透明绝热材料做成的空腔上开一个很小的孔,当外界辐射进入小孔后,经过空腔壁的多次反射而吸收辐射的能量远大于从小孔反射出去的能量,反射出去的能量完全可以忽略不计,这就是黑体模型(图 1.1.1)。

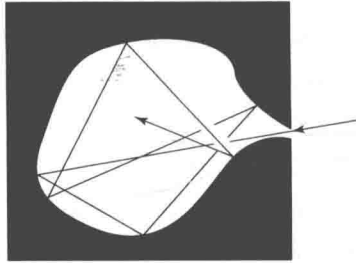


图 1.1.1 黑体模型

黑体具有一定的电磁学和热力学特征,它能够吸收投射在它上面的一切电磁辐射而无反射,黑体辐射与辐射体的温度有关。物理学家从实验和理论两方面研究了各种温度下的黑体辐射,测量了辐射能量按波长分布的情况,得到了如图 1.1.2 所示的实验曲线。从实验曲线看出,辐射有一个极大值,随温度升高,辐射能量将迅速增大,并且辐射极大值逐渐向短波方向移动。黑体辐射与材料无关,只依赖于物体的温度。

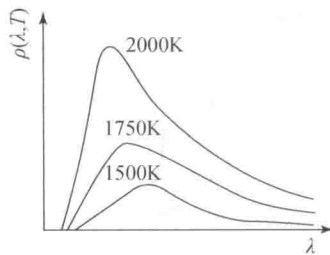


图 1.1.2 黑体辐射曲线(随温度升高辐射极大值逐渐向短波方向移动)

1.1.1 基尔霍夫定律

在单位时间内从物体表面单位面积向各个方向发出的频率在 $\nu \sim \nu + d\nu$ 范围内的辐射能量 dw 与频率 ν 和温度 T 有关,而且当 $d\nu$ 取得足够小时,可以认为 dw 与 $d\nu$ 成正比,即

$$dw = \rho(\nu, T) d\nu \quad (1.1.1)$$

式中, $\rho(\nu, T)$ 是 ν 和 T 的函数,表示在温度 T 时,从物体表面单位面积发出的频率

在 ν 附近, 单位频率间隔内的辐射功率也称为单色辐射出射度(简称单色辐出度)。它反映了在不同温度下, 辐射能量按频率分布的情况。

1860年, 德国海德堡大学的基尔霍夫(G. Kirchhoff) 根据热平衡原理得到: 物体“吸收和放射出所有投射到它上面的辐射”^[1], 即物体吸收和发射辐射能量与物体的性质无关。在频率 $\nu \sim \nu + d\nu$ 范围内, 投射到温度为 T 的物体单位面积上的能量和物体单位面积上吸收的能量之比, 称为该物体的吸收比 $a(\nu, T)$, 它是一个量纲为一的量。实验发现物体的单色辐出度 $\rho(\nu, T)$ 和吸收比 $a(\nu, T)$ 的比值只是频率 ν 和温度 T 的普适函数, 即

$$\frac{\rho(\nu, T)}{a(\nu, T)} = f(\nu, T) \quad (1.1.2)$$

显然, 对于一定频率和温度, $f(\nu, T)$ 是与物体性质无关的普适函数。当黑体处于热平衡时, 其具有最大的吸收比, 因而也就具有最大的单色辐出度。黑体的吸收比与频率和温度无关, 等于常数1。以 $\rho_b(\nu, T)$ 和 $a_b(\nu, T)$ 表示黑体的单色辐出度和吸收比, 由于 $a_b(\nu, T) = 1$, 于是基尔霍夫定律可写成

$$\frac{\rho_b(\nu, T)}{a_b(\nu, T)} = \rho_b(\nu, T) = f(\nu, T) \quad (1.1.3)$$

由此可见, 上述普适函数就是黑体的单色辐出度。

1.1.2 斯特藩 - 玻尔兹曼定律

1879年, 斯特藩(J. Stefan) 在实验中发现黑体的单色辐出度与绝对温度 T 的四次方成正比, 即

$$\rho_0(T) = \int_0^{\infty} \rho_b(\nu, T) d\nu = \sigma T^4 \quad (1.1.4)$$

1884年, 玻尔兹曼(L. Boltzmann) 将电动力学与热力学相结合, 从理论上推导出这个关系, 其中 σ 称为斯特藩 - 玻尔兹曼常数, 实验测得的值为: $\sigma = 5.67051 \times 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$, 把这个规律称为斯特藩 - 玻尔兹曼定律。斯特藩 - 玻尔兹曼定律只给出了黑体发射的所有频率的辐射的总能量, 没有得到单色辐出度的函数形式。

1.1.3 维恩位移定律

1893年, 维恩(W. Wien) 在寻找黑体单色辐出度 $\rho_b(\nu, T)$ 的函数具体形式方面取得了重大进展。他假设并研究了内壁具有理想反射面的密闭容器内的辐射, 认为辐射按频率的分布类似于分子按速率的分布, 服从麦克斯韦(C. Maxwell) 速率分布律。在分析实验数据的基础上, 得到了如下的辐射分布公式

$$\rho_b(\nu, T) = c\nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad \text{或} \quad \rho_b(\lambda, T) = \frac{c^5}{\lambda^5} f\left(\frac{c}{\lambda T}\right) \quad (1.1.5)$$

式中, c 是真空中光速; f 是以 ν/T 为宗量的函数。对于给定的温度 T , $\rho_b(\nu, T)$ 有一个极大值, 这个极大值由辐射的波长 λ_m 决定, 根据 $\frac{d\rho_b(\lambda, T)}{d\lambda} = 0$ 得到

$$T\lambda_m = b \quad (1.1.6)$$

式中, $b = 2.8978 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$, 是一个与温度无关的量。式(1.1.6)称为维恩位移定律。维恩位移定律说明, 当温度 T 升高时, λ_m 向短波方向移动。维恩公式是一个半经验公式, 它描述了短波区域的辐射情况(图 1.1.3)。

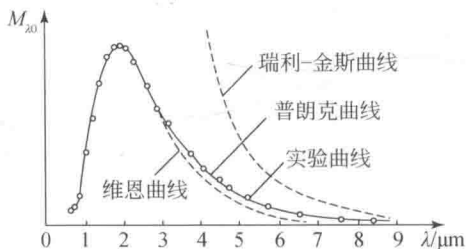


图 1.1.3 黑体辐射理论与实验曲线比较

1.1.4 瑞利 - 金斯公式

1900年, 瑞利(J. W. Rayleigh)和金斯(J. H. Jeans)把能量均分定理应用到电磁辐射能量密度按频率分布的情况中, 他们认为黑体辐射源于带电粒子的振动, 当黑体处于热平衡状态时, 振子数目按能量的分布遵循玻尔兹曼分布定律, 经过理论分析, 得到了如下公式

$$\rho_b(\nu, T) = \frac{2\pi}{c^2} \nu^2 kT \quad \text{或} \quad \rho_b(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT \quad (1.1.7)$$

式中, c 是真空中光速; $k = 1.38 \times 10^{-3} \text{ J/K}$ 是玻尔兹曼常量。该公式称为瑞利 - 金斯公式, 在长波区域和实验符合得很好(图 1.1.3)。但随着频率的增大, 与实验差别越来越大, 特别是当频率 $\nu \rightarrow \infty$ (即波长 $\lambda \rightarrow 0$) 的短波时, 瑞利 - 金斯公式给出的结果与实验结果完全相反, 辐射 $\rho_b(\nu, T) \rightarrow \infty$, 这显然是荒谬的结论。瑞利 - 金斯公式是严格按照经典统计物理学和经典电磁理论推得的, 它在短波区域与实验结果的背离给经典物理学带来了极大的困难, 通常把经典物理的这一失败称为“紫外灾难”。

1.1.5 普朗克公式 能量子

面对黑体问题的困惑, 普朗克(M. Planck)认为“要不惜任何代价为这个理论找到一个理论解释, 不论这个代价有多高”^[2]。1900年, 普朗克通过热力学方法, 分析当时已知的辐射关系, 他发现对于一定频率为 ν 的电磁辐射, 物体能量是以 $h\nu$

为单位一份一份地吸收或发射辐射,于是大胆地假设:黑体辐射的能量不能连续地变化,而只能处于某些特殊的状态,这些特殊状态的能量取分立值,即

$$0, \varepsilon, 2\varepsilon, \dots, n\varepsilon, \dots \quad (1.1.8)$$

分立能量的最小单位 ε 称为量子。量子与频率成正比,即

$$\varepsilon = h\nu \quad (1.1.9)$$

式中, $h = 6.626\ 176 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ 是普适常数,称为普朗克常量。普朗克根据经典电动力学和经典统计热力学,从理论上推导出了黑体辐射的普朗克公式

$$\rho_b(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1.1.10)$$

考虑到 $\lambda\nu = c$, 式(1.1.10) 可写为

$$\rho_b(\nu, T) = 2\pi hc\lambda^{-5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (1.1.11)$$

式(1.1.10) 和式(1.1.11) 都称为普朗克黑体辐射公式。普朗克公式与实验结果完全符合(图1.1.3), 它揭示了物体吸收或发射辐射时以“量子”的方式进行,普朗克把不连续性引入了物理学,突破了经典物理学的连续性观念,这是革命性的,量子物理由此诞生。

在普朗克公式(1.1.10) 中,当 $h\nu \ll kT$ 时,把 $e^{\frac{h\nu}{kT}}$ 展开,并略去一次项以上的项,即得到

$$\rho_b(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots\right) - 1} \approx \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT \quad (1.1.12)$$

这就是瑞利 - 金斯公式。当 $h\nu \gg kT$ 时,略去式(1.1.10) 分母中的“1”得到

$$\rho_b(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \quad (1.1.13)$$

普朗克公式的这一短波极限,实际上与维恩公式是同一形式。

普朗克公式中包含了斯特藩 - 玻尔兹曼定律和维恩位移定律。在式(1.1.10) 中,令 $\frac{h\nu}{kT} = x$, 则 $d\nu = \frac{kT}{h} dx$, 代入式(1.1.4), 得到

$$\rho_0(T) = \int_0^\infty \rho_b(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \sigma T^4 \quad (1.1.14)$$

式中,积分 $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$ 为常数; $\sigma = \frac{2\pi^5}{15} \frac{k^4}{c^2 h^5}$ 。式(1.1.14) 就是斯特藩 - 玻尔兹曼定律。

在式(1.1.11) 中,令

$$\frac{hc}{\lambda kT} = x \quad (1.1.15)$$

则

$$\rho_b(\nu, T) = 2\pi hc^2 \left(\frac{hT\nu}{hc}\right)^5 \frac{1}{e^x - 1} \quad (1.1.16)$$

上式对 x 求导, 并令导数等于零, 有

$$5(e^x - 1) - xe^x = 0 \quad (1.1.17)$$

解此方程得 $x_m = x = 4.965$, 代入式(1.1.15), 得

$$\lambda_m T = \frac{hc}{kx_m} \quad (1.1.18)$$

式中, λ_m 是在一定温度下 $\rho_b(\nu, T)$ 的最大值。上式是维恩位移定律。

普朗克得到了辐射的普朗克公式, 他对此公式感到十分困窘, 他很不情愿地引领了一场物理学的革命。“量子”的物理意义是什么, 他说“要不遗余力地去弄懂这神秘量子的真正本性”^[3]。由于经典物理学的观念已经深植于普朗克的思想之中, 导致他花费了近乎 10 年的时间试图在经典物理学的框架中为“量子”找到一个合理的理论解释, 但这没有用, 只能接受量子理论。普朗克作为量子论的开创者并成功地对黑体辐射的理论进行解释而获得 1918 年诺贝尔(A. B. Nobel)物理学奖。普朗克作用量子概念为爱因斯坦光量子概念的建立奠定了基础, 为后辈年轻的物理学家建立量子力学指明了方向。

1.2 光电效应和康普顿效应

1.2.1 光电效应

1887 年, 德国物理学家赫兹(G. Hertz)用紫外光照射火花隙间的阴极时发现了放电现象的存在, 1876 年, 林纳德(P. Lenard)用实验证明, 这是由于紫外光照射金属表面时大量电子逸出了金属表面所造成的, 这种现象称为光电效应。光电效应原理如图 1.2.1 所示。按照光的经典电磁理论, 当光照射到金属上时, 金属内部的电子受光电的场作用作简谐振动。入射光越强, 电子振动幅度就越大, 就越容易从金属内部逸出, 产生的光电子就越多, 光电流就越强。实验观察到光电子的能量仅依赖于照射光的频率, 光的强度只决定于光电子的数目。当光的频率低于某一阈值时, 无论光强度多大, 照射时间多长, 都不会引起光电子的发射。光电效应现象无法从经典物理学理论得到解释。

爱因斯坦(A. Einstein)用光量子的观点成功地解释了光电效应。1905 年, 爱因斯坦在对黑体辐射进行理论分析的基础上, 指出光电效应中的入射光是由一颗粒的光量子(简称光子)组成的, 每个光子的能量是 $h\nu$ 。当光子与金属内部的电子作用时, 光子的能量全部被金属内部的电子所吸收。电子把这能量的一部分用来