

夺标丛书

九年义务教育
初中版★同步



全国重点中学部分一线教师
北京海淀区重点学校
一线高级教师 编写

海淀金牌

初中一年级

几何

◆ 课内课后练习
◆ 单元章后练习
◆ 期中期末夺标试题
◆ 重点难点知识
◆ 素质教育应试教育综合
◆ 名师名校经验浓缩



金牌题

银牌题

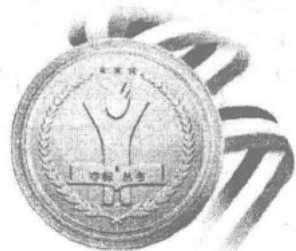
铜牌题

出版社

九年义务教育
初中版★同步

夺标丛书

- ◆全国重点中学部分一线教师
- ◆北京海淀区重点学校一线高级教师 编写



海淀金牌

初中一年级
几何

吉林教育出版社

(吉)新登字02号

《夺标丛书·海淀金牌》编委会

主 编 / 沈敬云

邓 均 (北京大学附属中学)

陈立容 (清华大学附属中学)

执行主编 / 陈 洪 陈晶茹

郭维琮 许华桂 (北京海淀区中学高级教师)

策 划 / 屈 航 杨犁桦

编 写

于继红 王丽萍 王 波 王彦红 王庭东 王 雪 孙 俭 孙 强
刘立文 刘亚芝 刘秉阁 刘 敏 刘瑞珍 李文茹 李丹妮 李 平
李世哲 李 涛 任冬艳 庄艳伟 关爱民 邬光洁 张丹萍 张亚芹
陈 珊 宋艳梅 吴桂芹 金光淑 周冬葩 周淑敏 周瑞芬 赵玉兰
赵秀华 郝光荣 姜瑞秋 徐凤文 黄潇雨 韩 双 韩英霞 韩淑清
董树勋 熊 阔 韩莹雁 白 梅 鲍 红 晔 涛 周玉玲 金维复
许 晶 郭晓燕

责任编辑 / 阙家栋

封面设计 / 版式设计 / 曲 刚

夺标丛书 海淀金牌 初中一年级几何

全国重点中学部分一线教师

北京海淀区重点学校一线高级教师 / 编写

责任编辑: 阙家栋

封面设计: 曲 刚

出版: 吉林教育出版社

787 × 1092 毫米 16 开本

10.5 印张 259 千字

1998 年 5 月第 1 版

1998 年 5 月第 1 次印刷

发行: 吉林省新华书店

印数: 1-15000 册 全套定价: 42.00 元 (共四册) 定价: 10.50 元

印刷: 吉林市华南彩印厂

ISBN7-5383-3333-9/G·2992

出版说明

《海淀金牌》是一套以九年义务教育教学大纲为标准,紧密配合九年义务教育新教材,帮助中学生全面更好地掌握初中各主要学科课程的一套实用性、权威性的辅导读物。

《海淀金牌》以提高学生文化素质、测试学生综合能力为基础,找到素质教育与应试教育的契合点,使学生得到全面发展。

本套丛书由全国重点中学部分一线优秀教师和北京海淀区重点中学的部分一线优秀教师编写。全套书注重学生学习方法的指导,注重基础知识。

《海淀金牌》在内容上把课(单元、章)进行科学条块的划分。综述指明每课学习中心;通过重点、难点、典型例题分析指明思路,做到一节一过关,一章一验收;期中、期末模拟试题配合夺标试题全面训练,使学生所学知识系统完整。

《海淀金牌》本着突出重点、减轻学生负担的原则,在练习和测试结合的基础上,通过金牌题、银牌题、铜牌题等全方位题型,做到分级训练,加深理解消化知识点,紧扣重点和难点,以达到夺标取胜的目的。

希望通过本套书的出版,能使中学生在学习与训练过程中得到最有效地帮助。

编者
1998年5月

目 录

第一章 线段、角	(1)	2.3 同位角、内错角、同旁内角	(57)
一、直线、射线、线段	(1)	单元练习题	(61)
1.1 直线	(1)	二、平行线	(64)
1.2 射线、线段	(5)	2.4 平行线及平行公理	(64)
1.3 线段的比较和画法	(9)	2.5 平行线的判定	(67)
单元练习题	(15)	2.6 平行线的性质	(73)
二、角	(18)	2.7 空间里的平行关系	(73)
1.4 角	(18)	单元练习题	(80)
1.5 角的比较	(21)	三、命题、定理、证明	(84)
1.6 角的度量	(25)	2.8 命题	(84)
1.7 角的画法	(30)	2.9 定理与证明	(88)
单元练习题	(35)	单元练习题	(92)
章后练习题	(36)	章后练习题	(95)
期中测试题(I)	(40)	期末测试题(I)	(98)
期中测试题(II)	(43)	期末测试题(II)	(101)
第二章 相交线、平行线	(46)	奇标题	(106)
一、相交线、垂线	(46)	参考答案	(150)
2.1 相交线、对顶角	(46)		
2.2 垂线	(51)		

第一章 线段、角

一、直线、射线、线段

基础知识综述

1. 直线是最基本、最原始的概念,射线和线段这两个概念是由直线导出的,它们的区别如下表:

	直 线	射 线	线 段
图 形			
端 点	无端点,在两个方向上无限伸展	有一个端点,在另一个方向上无限伸展	有两个端点
字母表示的位置	直线上任意两点	一个端点和射线上任意一点	两个端点
读 法	直线 AB 或直线 BA	射线 OA (从端点开始读)	线段 AB 或线段 BA
作 法	过 A, B 两点作直线 AB 或过 B, A 两点作直线	以 O 为端点作射线 OA 或以 B 为端点作射线 BA	连结 A, B

直线、射线、线段三者之间也有联系,若把射线反向延长,或把线段向两方延长都可以得到直线,线段向一方延长可以得到射线,射线可以看作直线的一部分,线段则是直线或射线的一部分,故在直线上取两点可以得到一条线段,取一点可以得到两条射线.

2. 直线的基本性质:过两点有且只有一条直线.

线段的基本性质:两点之间线段最短.

3. 线段的比较:把线段 AB 放到线段 $A'B'$ 上,使点 A 和 A' 重合, AB 沿着 $A'B'$ 方向落下,若 B 和 B' 重合,则 $AB=A'B'$;

若 B 在 A' 与 B' 之间,则 $AB<A'B'$;

若 B' 在 A 与 B 之间,则 $AB>A'B'$.

4. 线段的度量:用规定的长度单位来量一条线段所得的量数,就是这条线段的长度.

1.1 直 线

典型例题分析

铜牌题 【例 1】 经过一点能画几条直线? 经过两点能画几条直线? 经过三点能画几条直线?

分析:解答这类问题,在初学时宜先画图.通过直观,可以帮助理解和加深认识.经过三点画直线有两种情况:(1)如果三点在一条直线上,那么经过这三点只能画一条直线;(2)如果三点不在一条直线上,那么经过这三点可以画三条直线.

解:经过一点能画无数条直线,经过两点只能画一条直线,经过三点能画一条直线或三条直线.

注:经过三点(或更多的点)画直线时,要注意到是否有三点(或更多的点)在一条直线上.

铜牌题 【例 2】 按照下面的语句画图:

- (1)点 P 在直线 AB 上,但不在直线 CD 上.
- (2)点 Q 既不在直线 EF 上,也不在直线 GH 上.
- (3)点 R 既在直线 l_1 上,又在直线 l_2 上.
- (4)直线 a 、 b 相交于点 C ,直线 b 、 c 相交于点 A ,直线 a 、 c 相交于点 B .

分析:按照语句画图是学习几何的一项基本训练.在这里,要熟悉并能画出点和直线的两种不同位置关系的图形,解答时,先按(1)题的两个语句(或三个语句)分别画图后,再加以综合,如(1),先画出点 P 在直线 AB 上,再画出点 P 不在直线 CD 上,最后综合为下面(1)的图形.

解:按照语句画出各题的图形如下:

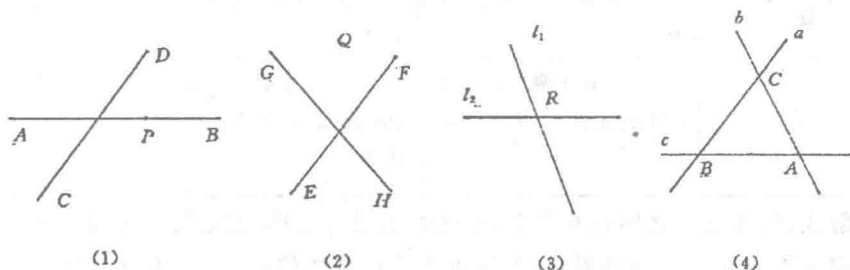


图 1-1

铜牌题 【例 3】 两条直线最多有几个交点,为什么?

分析:通过画各种不同位置关系的两条直线,发现两条直线可能没有交点,也可能有一个交点,且只有一个交点.如果我们在一条直线上任意取两点,经过这两点再画一条直线,我们会发现新画的这条直线与原来的那条直线重合.这表明两条直线不可能有两个(或更多个)交点.

答:两条直线最多只有一个交点,如果两条直线有两个(或更多个)交点,那么就得出“过两点有两条(或更多条)直线.”这与直线公理相矛盾.

银牌题 【例 4】 平面上 A 、 B 、 C 、 D 四点可以确定几条直线?

分析:由于题 10 条件中没有说明平面上四点所处的位置关系是怎样的,所以首先就应该分析这四点所处的各种位置关系,然后根据直线公理“过两点有且只有一条直线”来判断本题的解的情况.

解:(1)四点在同一条直线上(亦可说四点共线),这时 A 、 B 、 C 、 D 四点只能确定一条直线.(如图 1-2 所示)

(2) 四点有三点共线, 根据“两点确定一条直线”的公理, 这时 A, B, C, D 四点可以确定四条直线. (如图 1-3 所示)

(3) 四点中没有任何三点共线, 根据“两点确定一条直线”的公理, 这时 A, B, C, D 四点可以确定六条直线. (如图 1-4 所示)



图 1-2

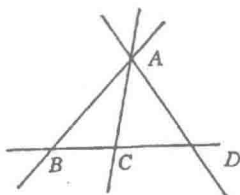


图 1-3

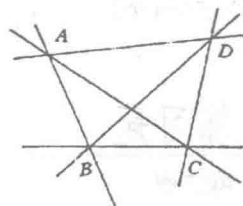


图 1-4

注: 本题要求充分理解和运用关于直线的公理, 弄清公理中的“有且只有”的含意. 前者的“有”表示存在性, 后者的“只有”表示唯一性, 题目中出现三个点以上的条件时, 一般按这种方法考虑, 给的点越多, 情况越复杂, 各种情况都必须一一考虑到.

金牌题 【例 5】 平面内四条直线两两相交, 如果没有三条直线共点, 那么一共可以确定几个交点?

分析: 在 n 条直线中, 如果每两条直线相交, 就是说这 n 条直线两两相交 (如图 1-5), n 条直线相交于一点, 也叫两两相交 (如图 1-6)

设这四条直线为 a, b, c, d , 因为两条相交直线确定一个交点, 所以 a 与 b, a 与 c, a 与 d 相交可确定 3 个交点; 同样, b 与 a, b 与 c, b 与 d 相交确定 3 个交点; 而 c 与 a, c 与 b, c 与 d 相交确定 3 个交点; d 与 a, d 与 b, d 与 c 相交同样确定 3 个交点, 综上所述, 共有 12 个交点, 但是, 因为每个交点都重复地计算了两次, 所以, 不同的交点共有: $12 \div 2 = 6$ 个.

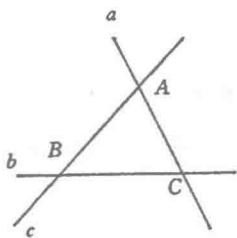


图 1-5

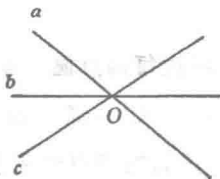


图 1-6

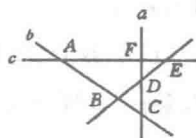


图 1-7

解: 当四条直线没有三条直线共点时, 两两相交共有 6 个交点 (如图 1-7 所示), 交点分别为: A, B, C, D, E, F .

注: 类似的, 两两相交的五条、六条……, n 条直线, 如果每两条确定的交点都不相同时, 那么共有交点的个数为:

$$\frac{5(5-1)}{2}=10(\text{个})$$

$$\frac{6(6-1)}{2}=15(\text{个})$$

.....

$$\frac{n(n-1)}{2}(\text{个})$$

课后练习题

1. 填空题

铜牌题 (1)直线的公理是:经过_____有_____,并且_____. 简单地说:_____.

铜牌题 (2)直线公理的推论是:两条直线相交,只有_____.

铜牌题 (3)经过一点能画_____条直线;经过两点能画_____直线.

银牌题 (4)经过三点中任意两点画直线,最多能画_____直线;最少能画_____直线.

银牌题 (5)直线上有_____个点.

2. 判断题(对的画“√”,错的画“×”)

铜牌题 (1)有无数个点的线是直线. ()

铜牌题 (2)用笔沿着直尺的边缘画出的只是直线的一部分. ()

铜牌题 (3)直线可用表示它上面任意点的大写字母来表示. ()

铜牌题 (4)线和线相交只能有一个交点. ()

铜牌题 (5)直线和直线相交,只能有一个交点. ()

银牌题 (6)直线没有大小之分,所以直线不能比较大小. ()

3. 选择题

金牌题 (1) A, B, C, D 是平面上四点,经过每两点画一条直线,共可画出: ()

A. 六条; B. 一条或四条或六条; C. 一条或四条; D. 一条或三条或六条.

金牌题 (2)平面上四条直线两两相交,它们的交点个数可能是: ()

A. 一个; B. 一个或四个或六个; C. 四个或六个; D. 六个.

银牌题 (3)平面上有三条直线两两相交,若交点最多有 a 个,最少有 b 个,则 $a-b$ 是: ()

A. 1; B. 2; C. 3; D. 4.

金牌题 (4)直线 AB 上有一点 P ,直线 AB 外有一点 Q ,这时,由 A, B, P, Q 可确定直线的条数是: ()

A. 1 条; B. 2 条; C. 3 条; D. 4 条.

4. 读下列语句,并根据语句的内容画出相应的图形

铜牌题 (1)在直线 AB 上取一点 O .

铜牌题 (2) A 、 B 两点在直线 a 外.

铜牌题 (3)直线 a 、 b 、 c 相交于一点 O .

银牌题 (4)直线 AB 与直线 BC 相交于 B 点,直线 BC 与直线 AC 相交于 C 点.

金牌题 (5)两条直线 a 、 b 相交于 O 点,在直线 a 上取一点 A ,在直线 b 上取一点 B ,并通过 A 、 B 两点画出一条直线.

银牌题 5. 如果在问题中没有说明三点的位置关系,而只是说有三点 A 、 B 、 C 过其中每两个点画直线,可以画出几条直线,怎样回答这个问题才是正确的.

金牌题 6. 如图 1-8 所示,平面上有不共线的三点和共线的四点,这七点一共可以确定多少条直线?

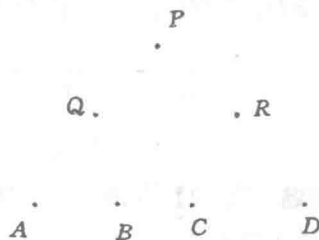


图 1-8

1.2 射线、线段

典型例题分析

铜牌题 【例 1】 在图 1-9 中,有三点 A 、 B 、 C ,按照下列语句画出图形:

(1)画直线 AB ; (2)画射线 AC ; (3)画线段 BC .

分析:本题要求能根据几何语言规范而准确地画出图形,要做到这一点,关键是:第一要看懂这些几何语句;第二要抓住这些基础图形的共同特点及其细微的区别,如直线、射线、线段的共同特点都是笔直的线;不同的是:线段有两个端点,不能延伸;射线有一个端点,向一方无限延伸;直线没有端点,向两方无限延伸.

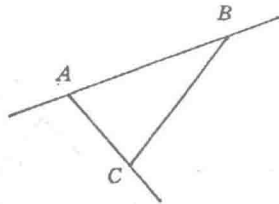


图 1-9

它们的表示方法:线段是用它的两个端点的大写字母来表示;射线是用它的端点和射线上另外任意一个点的大写字母来表示,且端点的字母写在前面;而直线则是用它上面的任意两个大写字母来表示的.弄清楚这几点,以上的图就不难画出.

解:如图 1-9 所示,直线 AB 、射线 AC 、线段 BC 就是所求.

铜牌题 【例 2】 如图 1-10 所示,点 A 、 B 、 C 、 D 是直线 l 上顺序排列着的四个点,试判断:六条射线 AD 、 AC 、 BD 、 AB 、 BC 和 CD 中哪些是相同的射线? 哪些是不相同的射线?

分析:射线 AD 、 AC 、 AB 的端点都是直线 l 上的点 A ,并且都在点的同一旁,这三条射线完全重合,所以它们是相同的射线.同理射线 BD 、 BC 也是相同的射线.又射线 AD (或 AC 、 AB)、 BD (或 BC)、 CD 的端点分别是直线 l 上的不同的三个点 A 、 B 、 C ,虽然都是直线 l 的一部分,但三条射线间有着不重合的部分,所以它们是不相同的射线.

解:射线 AD 、 AC 、 AB 是相同的射线,射线 BD 、 BC 也是相同的射线,射线 AD (或 AC 、 AB)、 BD (或 BC)、 CD 是不相同的射线.



图 1-10



图 1-11

铜牌题 【例 3】 如图 1-11 所示,点 C 、 D 是线段 AB 上的两个点,试问图中有哪几条线段?用字母表示出来.

分析:不能只看到图中的三条线段 AC 、 CD 和 DB ,还要看到由 AC 、 CD 和 DB 组合起来的一些线段.对于这类问题,解答时最好分别从各个端点起依次向同一个方向(如向右)写出各条线段.这样能避免重复或遗漏.

答:图中有 6 条线段,它们分别是 AC 、 AD 、 AB 、 CD 、 CB 和 DB .

银牌题 【例 4】 在图 1-12 中有四点 A 、 B 、 C 、 D ,按照下列语句画图,并回答问题.

- (1)连结 A 、 B ,连结 C 、 D ,并延长 CD 交 AB 于 M ;
- (2)连结 A 、 C ,连结 D 、 B ,并反向延长 DB 交 AC 于 N ;
- (3)图中以 A 、 B 、 C 、 D 、 M 、 N 六个点为端点的线段共有几条? 把它们名称一一写出来.

解:(1)和(2)的作图,如图 1-12 所示.

(3)以 A 、 B 、 C 、 D 、 M 、 N 为端点的线段共有 12 条.它们是: AM 、 AB 、 AN 、 AC 、 BM 、 BD 、 BN 、 CN 、 CD 、 CM 、 DN 、 DM .

注:请想一想,写出这些线段有什么规律?

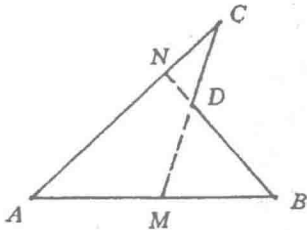


图 1-12

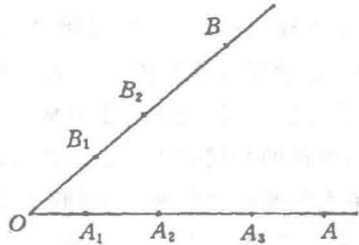


图 1-13

金牌题 【例 5】 有公共端点的两条射线 OA 、 OB ,在射线 OA 上有三点: A_1 、 A_2 、 A_3 ,在射线 OB 上有两点: B_1 、 B_2 ,如图 1-13,请回答下列问题.

(1)在射线 OA 上,以 O 、 A_1 、 A_2 、 A_3 为端点的射线共有多少条? 在射线 OB 上,以 O 、 B_1 、 B_2 为端点的射线共有多少条?

(2)以点 O 、 A_1 、 A_2 、 A_3 、 B_1 、 B_2 中任意每两点为端点,可连成多少条线段?

(3)以点 O 、 A_1 、 A_2 、 A_3 、 B_1 、 B_2 六点中,每两点确定一条直线,可以确定多少条直线?

解:(1)在射线 OA 上,以 O 、 A_1 、 A_2 、 A_3 为端点的射线共有 4 条,分别是:射线 OA 、 A_1A 、 A_2A 、 A_3A ;在射线 OB 上,以 O 、 B_1 、 B_2 为端点的射线共有 3 条,分别是:射线 OB 、 B_1B 、 B_2B .

(2)以 O 、 A_1 、 A_2 、 A_3 、 B_1 、 B_2 为端点的线段各有 5 条,(如以 O 为端点的线段有 OA_1 、 OA_2 、 OA_3 、 OB_1 、 OB_2 ;以 A 为端点的线段有 A_1O 、 A_1A_2 、 A_1A_3 、 A_1B_1 、 A_1B_2),所以过这六个点的线段

共有 30 条,但每条线段都重复地用了两次,所以共有: $\frac{6(6-1)}{2}=15$ (条)

(3)可以确定 8 条直线,它们分别是: OA 、 OB 、 A_1B_1 、 A_1B_2 、 A_2B_1 、 A_2B_2 、 A_3B_1 、 A_3B_2 . (确定这些直线的方法是:先以 O 为出发点,再依次以 A_1 、 A_2 、 A_3 、 B_1 、 B_2 为出发点连线,注意不要重复).

课后练习题

1. 判断题(对的画“√”,错的画“×”)

- 铜牌题 (1)线段 $AB=10$ 米. ()
- 铜牌题 (2)射线 $OA=8$ 米. ()
- 银牌题 (3)延长线段 AB 到 C 点. ()
- 铜牌题 (4)连结两点 A 、 B ,就得到以 A 、 B 为端点的一条线段. ()
- 铜牌题 (5)直线 l 上有两点 A 、 B , A 、 B 之间的部分叫做线段. ()
- 银牌题 (6)延长射线 OA 到 B 点. ()
- 银牌题 (7)射线和线段都是直线的一部分. ()
- 银牌题 (8)既可以画线段的延长线,又可以画线段的反向延长线. ()

2. 填空题

- 铜牌题 (1)线段 EF 的端点是_____,射线 AB 的端点是_____.
- 铜牌题 (2)直线上_____叫射线.
- 铜牌题 (3)直线上_____叫做线段.
- 铜牌题 (4)直线有_____个端点,向_____方无限延伸;射线有_____个端点,向_____方无限延伸;线段有_____个端点,_____延伸.
- 铜牌题 (5)线段的公理是:在所有联接两点的线中,_____最短,简单地说:_____最短.
- 铜牌题 (6)连结两点的线段的_____,叫做两点间的距离.
- 银牌题 (7)如图 1-14,① D 点在直线 BC _____;② O 点在直线 AC _____;③ O 点是直线_____的交点;④过点 B 有_____条直线.
- 金牌题 (8)如图 1-15 所示,以 A 为端点的线段有_____条;以 D 为端点的线段有_____条;以 C 为端点的线段有_____条.
- 银牌题 (9)如图 1-16 所示,直线、射线、线段之间的位置关系,其中能相交的是_____.
- 金牌题 (10) A 、 B 、 C 是平面上不共线的三点,连结 A 、 B ,并延长 AB ;连结 C 、 B ,并反向延长 CB ;画射线 CA ,那么图中以 A 、 B 、 C 为端点的射线共有_____条;其中有_____条可以读出的射线.

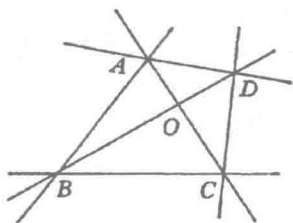


图 1-14

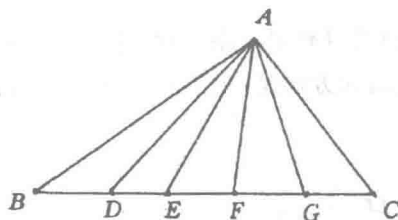
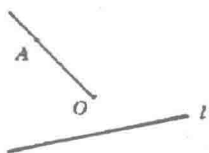
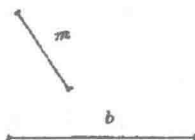


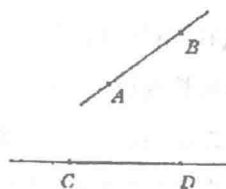
图 1-15



①



②



③

图 1-16

3. 解答题

铜牌题 (1) 已知两点 A, B (如图 1-17), 按下列条件画图:

- ① 画直线 AB ;
- ② 画射线 AB ;
- ③ 画射线 BA ;
- ④ 连结 AB .



图 1-17

铜牌题 (2) 画一条直线 l , 在直线 l 上取两点 A, B , 那么图中有几条射线? 有几条线段?

银牌题 (3) 将线段 AB 延长到 C , 再把线段 AB 反向延长到 D . 这个图中共有线段多少条?

金牌题 (4) 观察图 1-18, 在线段 AB 上分别取 $1, 2, 3, \dots, n$ 个点时, 图中各有几条线段? 请找出规律.

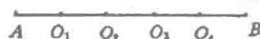
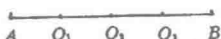
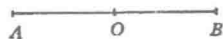


图 1-18

4. 选择题

铜牌题 (1) 如图 1-19, 直线 l 上有四点 A, B, C, D , 则射线共有:

()

- A. 2 条; B. 4 条; C. 6 条; D. 8 条.

银牌题 (2) 在图 1-20 中, 共有线段:

- A. 5 条; B. 7 条; C. 8 条; D. 11 条.

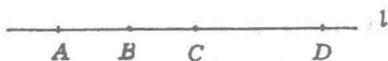


图 1-19

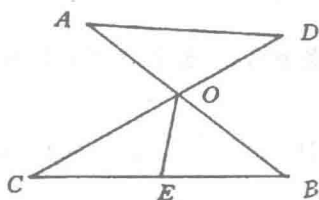


图 1-20

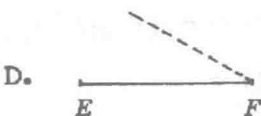
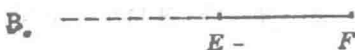
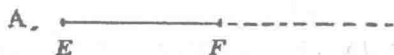


图 1-21

银牌题 (3) 图 1-21 中的虚线, 表示线段 EF 的反向延长线, 其中正确的是: ()

金牌题 (4) C, D 是线段 AB 上任意两点, E 是 AC 中点, F 是 DB 中点, 若 $EF = m, CD = n$, 则 AB 的长是: ()

- A. $m - n$; B. $2m - n$;
C. $m + n$; D. $2(m - n)$.

金牌题 5. 平面上 n 个点可以确定多少条线段? 提示: 对于 n 个点、 n 条直线、 n 条线段问题, 从 $n=1$ 开始画图考察结果, 从中发现规律, 推出 n 的情况, 是解决这类问题的常用手段.

1.3 线段的比较和画法

典型例题分析

铜牌题 【例 1】 如图 1-22 所示, 已知 C 是线段 AB 的中点, D 是 AC 上任意一点, M, N 分别是 AD, DB 中点, $AC = 7$. 求: MN 的长.

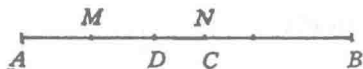


图 1-22

分析: 题目条件中出现线段中点, 就应马上想到由线段中点定义形成的特殊的数量关系. 如果线段中点是 C , 则有 $AC = CB = \frac{1}{2}AB$, 或 $AB = 2AC = 2CB$, 所以本题还应想到由线段 AD 的中点 M 、线段 BC 的中点 N 形成的特殊的数量关系, 即 $MN = MD + DN = \frac{1}{2}AD + \frac{1}{2}DB =$

$$\frac{1}{2}(AD+DB)=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}AC=7.$$

解: $\because M、N$ 分别是 $AD、DB$ 的中点(已知),

$$\therefore MD=\frac{1}{2}AD(\text{线段中点的定义}), DN=\frac{1}{2}DB(\text{线段的中点定义}),$$

$$\therefore MN=MD+DN, \therefore MN=\frac{1}{2}AD+\frac{1}{2}DB=\frac{1}{2}(AD+DB)=\frac{1}{2}AB(\text{等量代换}),$$

$$\text{又} \because C \text{ 是 } AB \text{ 中点(已知)}, \therefore AC=\frac{1}{2}AB(\text{线段中点的定义}) \therefore MN=AC(\text{等量代换})$$

$$\therefore AC=7(\text{已知}), \therefore MN=7(\text{等量代换}).$$

注:有关线段的计算或证明,若所求以及条件都在同一条直线上,经常把所求用直线上的线段的和或差来表示,然后利用等量代换求得.

铜牌题 【例 2】 $B、C$ 是线段 AD 上两点(如图 1-23),且 $CD=\frac{3}{2}AB, AC=35\text{cm}, BD=44\text{cm}$,求线段 AD 的长?



图 1-23

分析一:分别求出 $AB、BC$ 和 CD 的长, AD 的长也就可以计算出来了,即 $AD=AB+BC+CD$.

解法一:设 AB 长为 $x\text{cm}$, BC 长为 $y\text{cm}$.

$$\text{由于 } CD=\frac{3}{2}AB, \text{ 则 } CD=\frac{3}{2}x\text{cm}$$

$$\text{则} \begin{cases} x+y=35 \\ \frac{3}{2}x+y=44 \end{cases}$$

解方程组得 $x=18, y=17$.

$$\text{即 } AB=18\text{cm}, BC=17\text{cm}, CD=\frac{3}{2}AB=\frac{3}{2}\times 18=27\text{cm},$$

$$AD=AB+BC+CD=18+17+27=62\text{cm}.$$

答: AD 的长为 62cm .

分析二:由于 $CD=\frac{3}{2}AB, AC=35\text{cm}, BD=44\text{cm}$,所以只要求出 AB 的长, $BC、CD$ 的长也就可以求出来了.

$$\text{解法二:设 } AB=x\text{cm}, \text{ 则 } CD=\frac{3}{2}x\text{cm}, BC=(35-x)\text{cm 或 } (44-\frac{3}{2}x)\text{cm},$$

$$\text{于是列方程, } 35-x=44-\frac{3}{2}x,$$

$$\text{解方程,得 } x=18. \text{ 即 } AB=18\text{cm}, CD=\frac{3}{2}x=\frac{3}{2}\times 18=27\text{cm},$$

$$\therefore AD=AB+BC+CD=18+17+27=62\text{cm}.$$

答: AD 的长为 62cm .

注:用布列方程或方程组的方法解几何题,是一种常用的重要方法.用代数方法的技巧可使计算简捷方便.同学们在学习几何的过程中应逐步地掌握这种方法.

铜牌题 【例 3】 用直尺和圆规作图.

(1) 已知: 线段 $a, b (a > b)$, 求作一条线段, 使之等于 $a - b$.

作法: ① 作射线 AE ;

② 在射线 AE 上截取 $AB = a$;

③ 在线段 AB 上从 B 点起反向截取 $BC = b$, 则线段 AC 就是所求, 如图 1-24.

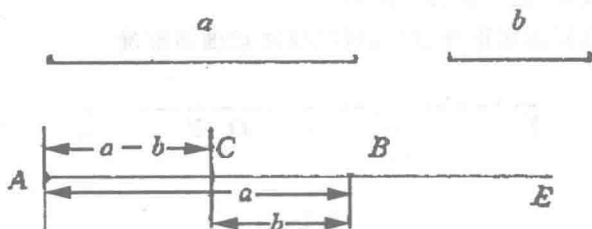


图 1-24

注: 上述作法③可以在线段 AB 上从 A 点起截取 $AC = b$, 同样得到所求的线段 $BC = a - b$.

(2) 已知: 线段 a, b , 求作一条线段, 使之等于 $2a + b$.

作法: ① 作射线 AP ;

② 在射线 AP 上从 A 点起顺次截取 $AB = 2a, BC = b$; 则线段 AC 就是所求, 如图 1-25.

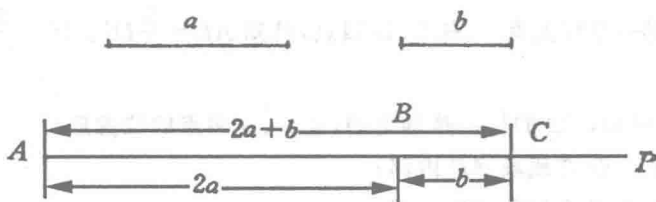


图 1-25

(3) 已知: 线段 $a, b, (a > b)$, 求作一条线段, 使之等于 $3(a - b)$.

作法: ① 作射线 AM ;

② 在射线 AM 上从 A 点起截取 $AC = 3a$;

③ 在线段 AC 上从 C 点起反向截取 $CB = 3b$; 则线段 AB 即为所求, 如图 1-26.

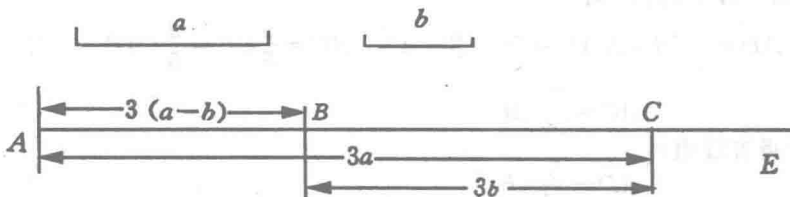


图 1-26

注: 在用尺、规作图时, 注意保留作图痕迹.

银牌题 【例 4】 延长线段 AB 到 C , 使 $BC = \frac{1}{2}AB$, 取 AC 中点 D , 再反向延长 AB 到 E , 使 $AE = AD$, 若 $AB = 6\text{cm}$, 那么线段 EC 的长是多少?

分析:线段有两个端点,不延伸,但根据需要,可以把线段向任何一方延伸,线段向一方延伸的部分,叫做线段的延长线.比如,线段 AB 的延长线,就是射线 AB 除去线段 AB 以外的部分,同样,线段 BA 的延长线就是射线 BA 除去线段 BA 以外的部分.注意:线段 AB 的延长线和线段 BA 的延长线是不同的,因为线段的延长线是有方向的.线段 AB 的延长线也可以说成线段 BA 的反向延长线.同样线段 BA 的延长线也可以说是线段 AB 的反向延长线.但是,线段的延长线不属于原线段,这一点必须清楚.

本题要求读者自己画出图形并解答,所以要注意画图准确.



图 1-27

解:图 1-27 是按照题 10 要求画出的图.

$$\because BC = \frac{1}{2}AB \text{ (画图)}, AB = 6\text{cm (已知)}, \therefore BC = 3. \therefore AC = AB + BC = 9\text{cm}.$$

$$\text{又} \because D \text{ 为 } AC \text{ 中点 (已知)}, \therefore AD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 9 = 4.5\text{cm (线段中点定义)}.$$

$$\because AE = AD \text{ (画图)}, \therefore AE = 4.5\text{cm}. \therefore EC = AE + AC = 4.5 + 9 = 13.5\text{cm}.$$

即线段 EC 的长为 13.5cm .

金牌题 【例 5】 同一直线上有 A, B, C, D 四点,已知 $AD = \frac{5}{9}DB$, $AC = \frac{9}{5}CB$, 且 $CD = 4\text{cm}$, 求 AB 的长.

分析:根据题意可知, CD 的长度是确定的,而 A, B 两点的位置应分为 3 种情况:

(1) 图 1-28, 点 C, D 在线段 AB 内部;

(2) 图 1-29, 点 A, B 在线段 CD 内部;

(3) 图 1-30, 点 B 在线段 CD 内部, 点 A 在线段 CD 的延长线上.



图 1-28

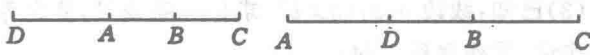


图 1-29

图 1-30

因此,本题应分不同情况求解.

$$\text{解: (1)} \because AD = \frac{5}{9}DB, \therefore AD = \frac{5}{9}(AB - AD), AC = \frac{9}{5}CB = \frac{9}{5}(AB - AC).$$

$$\text{整理后得方程组: } \begin{cases} AC = \frac{9}{14}AB \\ AD = \frac{5}{14}AB \end{cases}$$

$$\because CD = AC - AD = \frac{4}{14}AB = 4, \therefore AB = 14(\text{cm}).$$

$$(2) \text{ 由 } AD = \frac{5}{9}DB, \text{ 可得 } AD = \frac{5}{9}(AD + AB), AC = \frac{9}{5}CB = \frac{9}{5}(AC - AB),$$