

混凝土统计损伤力学

HUNNINGTU TONGJI SUNSHANG LIXUE

白卫峰 郭磊 陈守开 崔莹 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

混凝土统计损伤力学

白卫峰 郭磊 陈守开 崔莹 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书从一个新的视角审视材料损伤破坏这个基础的科学命题,在固体破坏理论研究领域是一次全新的尝试;提出了一系列原创性的理论成果,初步构建了相对独立完整的混凝土统计损伤理论体系。主要内容包括经典损伤理论的局限性、混凝土单轴拉伸细观统计损伤模型、混凝土单轴压缩细观统计损伤模型、混凝土三维细观统计损伤模型、新的准脆性材料破坏理论等内容。

本书可作为力学、材料、土木及相关专业研究生的教学参考书,也可供高年级本科生、一般工程技术人员和相关领域研究人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

混凝土统计损伤力学 / 白卫峰等著. -- 北京: 中国水利水电出版社, 2015. 10
ISBN 978-7-5170-3769-9

I. ①混… II. ①白… III. ①混凝土—损伤(力学)
IV. ①TU528

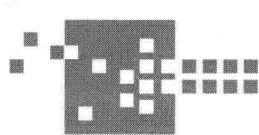
中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第250376号

书 名	混凝土统计损伤力学
作 者	白卫峰 郭磊 陈守开 崔莹 著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658 (发行部) 北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	三河市鑫金马印装有限公司
规 格	170mm×240mm 16开本 8.25印张 157千字
版 次	2015年10月第1版 2015年10月第1次印刷
印 数	0001—1000册
定 价	28.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

前 言



与混凝土工程应用繁荣兴旺的背景相比，混凝土科学，尤其是混凝土本构关系研究明显赶不上发展的需要。准确地描述混凝土材料强度与变形破坏规律是进行工程安全性和稳定性评价的理论基础。开展混凝土材料损伤破坏机理的研究，探寻科学合理的混凝土本构模型是一项非常重要的基础性前沿课题。本书结合国家自然科学基金青年基金项目(51009020)、国家博士后科学基金项目(20090461166)以及大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室开放基金项目(LP1401)，针对混凝土材料细观损伤演化机制以及统计损伤本构模型进行了系统深入的研究，初步构建了相对独立完整的混凝土统计损伤理论体系。

(1) 通过对连续损伤力学与细观统计损伤力学的基本理论进行比较，指出现有损伤力学模型的缺陷和不足，将混凝土材料细观损伤对宏观力学性能的影响重新概括为断裂损伤和屈服损伤两种模式。基于平行杆模型 PBS，并结合现代非线性科学中协同学、突变论有关原理以及声发射试验的有关成果，确定了两种细观损伤模式演化过程的特征参数，建立了描述混凝土等准脆性材料单轴拉伸变形破坏全过程的细观统计损伤模型。

(2) 针对干燥混凝土建立了考虑惯性效应的单轴拉伸动态统计损伤模型，针对饱和混凝土建立了综合考虑惯性效应和黏性效应的单轴拉伸动态统计损伤模型。材料自身的惯性效应引起材料破坏形态以及细观损伤演化过程的改变，模型中通过调整两种细观损伤模式演化过程的特征参数来模拟；水的黏性效应则调整了混凝土基体的受力状态，模型中通过并联一个阻尼元件来模拟。

(3) 混凝土的压缩破坏过程实质上是由于泊松效应在细观产生局部拉应变而引起微裂纹萌生、扩展、成核的连续损伤演化过程。

根据混凝土材料单轴压缩破坏过程的细观损伤机理，进一步建立了混凝土单轴压缩统计损伤模型。根据泊松效应引起的横向拉损伤的演化过程，确定了受压方向的损伤演化规律并建立了相应压应力-应变本构关系。

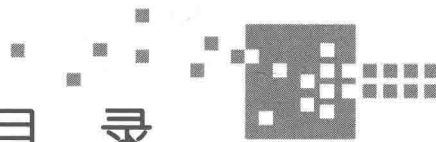
(4) 将单轴拉伸、压缩作为最基本的宏观破坏模式，复杂应力状态下的本构行为理解为两种基本模式的组合形式。提出了新的“等效应变”假设，引入等效传递拉损伤应变和损伤影响参数，建立了宏观拉、压破坏模式对应的细观损伤机制之间的等效关系，提出了混凝土三维正交各向异性统计损伤本构模型。该模型能够模拟混凝土单轴、双轴（拉-压、拉-拉、压-压）、三轴等任意加载路径下材料均匀损伤阶段本构行为的主要力学特征，为混凝土结构非线性破坏过程的精细化有限元分析提供了本构基础。

(5) 固体的破坏过程是力学家与固体物理学家为之奋斗了3个半世纪的跨层次难题，揭示材料的损伤破坏机理，是数十年来众多国内外研究者矢志不渝的目标和方向。基于所建立的统计损伤模型描述的混凝土细观损伤演化机制，本书提出了新的准脆性材料破坏理论——材料内在力学性能发挥机制理论。结合协同学的观点，将混凝土等准脆性材料看作是能动的、具有自组织行为特性的复杂系统；认为材料变形破坏过程本质上是材料以“损伤”为代价，通过自身潜在的力学性能不断发展和释放以适应外界荷载环境变化的能动的自组织行为过程；而这个自组织行为赖以进行所遵循的内在动力学机制由材料内在力学性能发挥机制控制。采用类比的科学分析方法，通过将材料损伤演化、生物进化、社会发展这三类客观世界中典型的非线性运动形式进行比较，证明了本书提出的材料破坏理论的正确性与合理性。

由于作者水平有限，书中难免存在不足或错误之处，敬请广大专家、读者批评指正。

作者

2015年5月



目 录

前言

1 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.2 发展趋势	3
1.3 本书主要研究内容	5
2 经典损伤理论的局限性	8
2.1 连续损伤力学与等效应变假设	8
2.2 细观统计损伤力学与平行杆模型	9
2.3 损伤理论基础存在的不足	11
2.4 现代非线性科学对准脆性材料破坏的认识	13
3 混凝土单轴拉伸细观统计损伤模型	16
3.1 对混凝土单轴拉伸过程的一些思考	16
3.2 损伤基本假定	18
3.3 修正平行杆模型	19
3.4 双本构物理模型	32
3.5 考虑动态应变率效应的单轴拉伸统计损伤模型	42
4 混凝土单轴压缩细观统计损伤模型	58
4.1 单轴压缩过程力学特征	58
4.2 单轴压缩统计损伤模型	61
4.3 算例分析及验证	66
5 混凝土三维细观统计损伤模型	69
5.1 损伤变量的定义	69
5.2 等效应变假设	73
5.3 三维统计损伤本构模型	74
5.4 算例分析及试验验证	77
5.5 本章结论	99

6 新的准脆性材料破坏理论	101
6.1 引言	101
6.2 材料内在力学性能发挥机制理论	103
6.3 材料破坏过程的哲学考量	106
7 总结与展望	118
7.1 总结	118
7.2 展望	121
参考文献	123

1.1 研究背景

混凝土是当代最主要的工程结构材料之一，混凝土结构在各类工程结构中占有主导地位，是当今世界上应用最广泛的结构型式。准确地描述混凝土材料强度与变形破坏规律是进行工程安全性和稳定性评价的理论基础。开展混凝土材料损伤破坏机理的研究，探寻科学合理的混凝土本构模型是一项非常重要的基础性前沿课题。

现今，随着混凝土材料应用于高坝、核电站安全壳、海洋平台和大跨度混凝土桥梁等复杂应用环境下的复杂结构，导致了許多新的工程和力学问题不断出现，特别对于高坝工程，这种矛盾尤为突出。当前我国的水利水电工程建设正处于一个高速发展的时期，其规模和难度已超出传统的设计理论和经验的范畴。我国正在和即将兴建一批 300m 级超高拱坝和 200m 级高混凝土重力坝。这些大坝多数位于强地震活动区。为了保障坝体的安全，就需要对坝体的应力状态有更深入的认识，对坝体的破坏形态有更准确的预测。混凝土材料的静动态特性及损伤破坏机理是当前大坝设计和抗震研究中的薄弱环节，由于本构模型和强度准则方面研究深度的不足，对大坝承载力的极限状态和安全评价还很难达到量化的程度，这也是初等力学在大坝设计中仍发挥主要作用的原因之一。对于这些复杂结构，正确的分析是合理设计的前提，分析结果的正确性与可靠性首先取决于所采用的本构关系和破坏准则；传统的混凝土结构的分析和设计方法在一定程度上已经难于胜任现代这些复杂的混凝土结构的力学分析，因此对混凝土损伤破坏理论进行更深入的研究愈显必要。

20 世纪 60 年代至今，有限元技术和现代计算技术的发展为大型结构的分析提供了一种有效的工具，极大提升了土木工程结构的设计水平，但作为混凝土结构非线性分析重要基础的本构关系的研究还相当落后。近 20 年来，在常规结构的线弹性分析与设计方面，基本不存在关键性障碍，但这并不意味着人类已经可以理想地反映、把握乃至控制设计结构的性能。针对混凝土结构进行的大量有限元分析的实践表明，单纯对混凝土结构进行线性分析所得的结果与

实际情况相比往往会有很大的误差。基于结构层次弹性分析与构件层次的极限状态设计基本理念指导下的现行结构设计框架,仅是对混凝土结构性能的一种阶段性反映与现实选择。为了把握乃至控制设计结构,必须正确反映混凝土本质随机性与非线性特征,必须高度重视混凝土本构关系的研究。

经过多年的发展,人们对混凝土材料及其工程结构的研究和认知从线弹性力学发展到非线性、弹塑性及损伤断裂力学;从连续介质力学发展到非连续介质的离散力学;从均匀各向同性介质发展到非均质各向异性介质;从小变形假设发展到大变形破坏过程仿真;从宏观力学模型发展到探索细观(微观)力学行为的机制以及建立两者之间的等效关系等。在强调上述有关混凝土研究的诸多领域有了长足进展的同时,应该更加清醒地注意到,由于混凝土介质的几何、组分与本构关系的复杂性,已有的数值方法在工程实践中评判混凝土材料和结构的力学行为与安全状态方面仍处于初级的半经验的唯象阶段;缺乏对混凝土材料力学性能和损伤破坏机理正确的描述,一切数值分析都可能变为力学游戏。

到20世纪80年代初,关于混凝土本构关系的研究基本上是采用唯象学的经验统计方法。由于这种研究思想囿于宏观的本构实验研究范围,因此不可避免地存在一些重要缺陷。

(1) 基于现象学的统计很难解释混凝土破坏机制得以形成的机理。由于这一约束,使得本构关系的研究很难适应于新型高性能混凝土材料的迅速发展。耗费大量人力、物力建立起来的经验性本构关系,会因为混凝土中某一组分的添加或缺失而失去用处,这不能不引起人们的警醒与深思。对于近期发展的高性能混凝土、纤维混凝土、轻质混凝土等的破坏准则尚需进行系统的实验和总结。

(2) 试验技术阻碍着关于混凝土本构关系的研究,从早期试验机刚度问题的解决到近期多维加载技术的发展,人们几乎耗费了40年的时间。迄今为止,在多维全过程试验、加载路径等问题上仍然存在着难以克服的障碍。事实上,仅以多维强度准则研究而言,由于加载路径组合方式的多样性,同时开展针对非比例加载、多次重复加载、特殊环境加载(高温、冷冻)条件下的本构关系研究,从逻辑上即已构成组合爆炸问题。而若将定量的细观损伤机理研究与试验技术相结合,可以大大缓解上述问题的难度。

同时,混凝土作为人工合成的典型岩石类准脆性材料,其力学行为研究是现代计算固体力学中一个极具挑战性的领域。固体材料的损伤和破坏指在服役过程中,由于内部大量微损伤(微裂纹或微孔洞)的萌生、扩展和连接,导致材料宏观力学性能的劣化直至最终失效。如何对这种复杂的损伤断裂到失稳的过程进行研究,一直是固体力学家百余年为之奋斗而尚未克服的难题。白以龙

等指出, 材料的损伤破坏问题可以和湍流问题并列, 堪称力学中最复杂、最困难的两大难题, 也是非线性科学中两个重要范例; Bazant 和 Chen 很清楚地刻画了一张人类知识逐渐扩张的图 (图 1.1)。虽然对材料损伤破坏及其本构关系已进行了多年、广泛的研究, 但大多数基本问题仍未找到令人满意的答案。钱学森在《物理力学讲义》中将其归

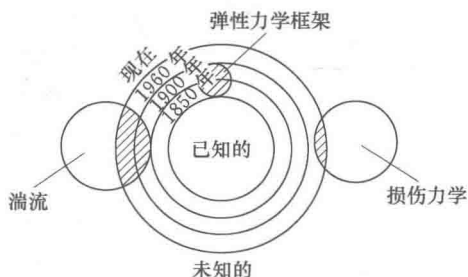


图 1.1 人类知识扩张透视图中的损伤力学 (Bazant, 1997)

入“连基本概念也还不十分清楚的问题”。事实上, 损伤问题跨越了固态物质从原子键断裂到固体出现宏观分离, 其间存在高达 100 多倍的尺度差异, 哪些尺度上的哪些因素对宏观破坏是不可忽略的重要因素, 至今尚不十分清楚。因此, 要探索解决问题的途径, 就要从搞清楚基本概念开始, 从了解材料的损伤和破坏过程中的特点入手。从固体破坏理论的整体角度考虑, 混凝土作为人工合成的材料, 具有同岩石、陶瓷等准脆性材料类似的非线性性质, 人们可以控制和调配混凝土的组成, 同其他天然材料相比, 研究人员已对混凝土进行了更多细致的试验和理论研究工作, 形成了丰富的研究成果。因此, 固体破坏理论的研究将非常有可能最先从混凝土材料的损伤破坏机理研究中寻求突破。

1.2 发展趋势

损伤力学发展至今, 涌现了许许多多各种各样的损伤力学理论, 但尚未出现比较公认的普遍的理论。其情形与 20 世纪 50 年代塑性理论大发展的状况很相似, 相信不久的将来, 工程界将会筛选出一些适用的损伤理论来。至于损伤力学的发展趋势, 可概括为以下几点。

1.2.1 材料宏观变形响应与损伤细观演化之间的关联

固体损伤力学发展至今, 主要是沿着细观力学和宏观唯象连续介质力学两个分支并行不悖地发展。作为损伤力学中互为补充的两个重要方面, 连续损伤力学和细观损伤力学的恰当结合将是描述材料从微缺陷演变到宏观性能劣化直至最终破坏全过程的有效方法, 这已成为众多研究者的共识。近年来, 损伤力学的研究正在从宏观和细观并行不悖发展向宏、细观相结合转变, 基于细观损伤力学的连续损伤模型, 即细观统计损伤模型已经成为研究的热点。并且损伤的宏、细观相结合的研究将成为固体力学新世纪的主要学科方向, 其特征为: 引入多层次的缺陷几何结构, 在材料的宏观体元中引入细观或微观的缺陷结

构, 试图在材料细观结构的演化与宏观力学响应之间建立起某种联系, 对材料的本构行为进行宏、细、微观相结合的描述。这种研究思路正在成为追踪材料从变形、损伤到失稳或破坏的全过程, 以解决这一固体力学最本质难题的主要途径。沈珠江、谢和平、白以龙、Krajcinovic 等指出, 从工程应用角度出发, 比较现实可行的方法是建立可以考虑细观机制的宏观唯象的损伤理论, 即用宏观变量描述微观变化。发展新的平均化方法和基于统计的损伤力学, 将不断丰富损伤力学的方法论; 发展宏观-细观-微观多层嵌套连接的损伤理论已是大势所趋。

细观统计损伤模型的研究还处于初步探索阶段, 材料的细观损伤演化机制问题, 作为连接材料细观层次上损伤演化与宏观层次上损伤力学行为之间的桥梁, 至今尚未被很好地解决, 已经成为制约损伤力学进一步发展的瓶颈。今后损伤力学将主要是以理论研究、细观损伤试验观测及计算机数值模拟三者相结合的方式进行研究; 实验观测和数值试验的研究将为损伤力学的理论研究提供重要的细观试验基础。

1.2.2 损伤力学与断裂力学的结合

在固体力学中, 人们对结构破坏的研究经历了 3 个阶段: 弹塑性力学阶段、断裂力学阶段和现代破坏力学阶段。将损伤力学和断裂力学结合起来, 建立考虑损伤的断裂力学, 称为破坏力学 (failure mechanics)。尤其是到了 20 世纪 80 年代中后期, 以宏观、细观、微观相结合的现代破坏力学的研究为固体力学的发展注入了新的活力, 标志着人们对材料破坏过程的认识更加深刻。细观力学、损伤力学与断裂力学构成了从细观尺度直至宏观尺度以描述材料与结构的破坏过程的破坏理论的主要内容。它使得作为固体材料力学基本内容之一的破坏理论面临一个新的发展阶段。将具有位移间断的断裂力学与非均匀的含分布缺陷的损伤力学结合起来, 研究物体的破坏过程, 赋予实际中同时存在的奇异性缺陷与分布式缺陷以更接近实际的力学描述。

损伤力学和断裂力学都属于破坏力学的范畴, 两者各有不同又相互关联。从物理机制上看, 损伤力学与断裂力学是有本质联系的, 材料的损伤与断裂反映了材料变形破坏的物理过程。在研究领域上, 断裂力学是损伤力学的后续, 两者存在互补的关系: 损伤力学主要研究出现宏观裂纹之前材料中分布的细观缺陷的发展演化; 而断裂力学则研究出现宏观裂纹之后宏观裂纹的扩展以及含宏观裂纹的变形体的力学性能, 忽略在宏观裂纹形成以前的损伤阶段, 也忽略了宏观裂纹周围的损伤, 只考虑理想的宏观缺陷。李兆霞认为从材料的应力-应变曲线上的失稳点 (峰值点) 到宏观裂纹出现这一阶段是材料性能研究中的损伤力学到断裂力学的过渡阶段, 内部的缺陷或损伤已发展至相当的程度, 应该采用损伤力学和断裂力学相结合的方法进行研究。在研究手段上, 断裂力学



和损伤力学应当互补；尤其对于上述过渡阶段，非常需要将损伤力学和断裂力学相结合，形成适合过渡阶段缺陷特征（损伤之末，断裂前兆）的方法。在这方面，模糊裂纹模型和钝裂纹带模型可以看作是有益的尝试。

1.2.3 同现代非线性科学的结合

20世纪70年代前后创立的耗散结构论、协同学、突变论、混沌、分形及超循环理论等，构成了现代非线性科学的理论框架。这些非线性理论共同形成的学科具有普适性，它们共同探索大自然中非线性及复杂性的规律性，为认识复杂现象提供了新的思维方式和解决问题的新方法。它几乎涉及自然科学和社会科学的各个领域，并正在强烈地冲击和改变着人们对客观世界的传统看法，在不同研究领域相继掀起了转变认识观的重大变革。在对混凝土等岩石类材料损伤破坏力学行为的研究中，一些学者敏锐地注意到其非线性特征；以突变论、协同论和耗散结构理论为代表的现代非线性理论的提出，为重新认识材料的损伤破坏过程提供了新的思路和可能。

应用非线性科学的有关理论，国内外学者进行了大量的基础性研究工作，并取得了重大进展。唐春安等、尹光志等对混凝土、岩石材料从微裂纹扩展到宏观断裂状态转变时的突变信息进行了分析，并提出了材料破坏过程的突变模型。于广明等分析了混凝土的分形性及其单轴应力下裂纹演化的混沌效应；利用协同学的基本原理，对混凝土破坏过程中声发射现象进行了探索性研究。纪洪广等对混凝土声发射过程的分形特性、自相似性特征进行了分析，并提出声发射参数的灰点突变模型。白以龙等根据突变理论，指出岩石类材料变形破坏包括分布式损伤和损伤诱发突变两个阶段；对已建立的描述材料损伤破坏过程的生长模型、逾渗模型进行了评述，将此过程视为一类远离平衡的生长现象，把由损伤的累积导致材料破坏的现象视为一种逾渗转变。

混凝土力学特性的复杂性正是由于其组织结构的细观非均质性所导致。只有摆脱传统线性分析的束缚，寻求非线性分析手段，正确合理地揭示材料损伤破坏机理，才有可能使混凝土力学的研究向前迈进；这是从本质上认识和解决混凝土结构安全评价问题的一条正确途径，并且已成为一种必然的发展趋势和一项十分紧迫的任务。

1.3 本书主要研究内容

与混凝土工程应用繁荣兴旺的背景相比，混凝土科学，尤其是混凝土本构关系研究明显赶不上发展的需要。正确合理地揭示材料损伤破坏机理，已成为混凝土损伤力学能否进一步发展的关键。围绕着我国西部大开发、西电东送及

南水北调等战略需求,本书结合国家自然科学基金青年基金项目(51009020)、国家博士后科学基金项目(20090461166)以及大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室开放基金项目(LP1401),针对混凝土材料细观损伤演化机制以及统计损伤本构模型进行了系统深入的研究。

本书的主要研究内容可分为以下几个方面。

(1)通过对连续损伤力学与细观统计损伤力学的基本理论进行比较,指出现有损伤力学模型的缺陷和不足,提出新的损伤基本假定,将混凝土材料细观损伤对宏观力学性能的影响重新概括为断裂损伤和屈服损伤两种模式。

(2)建立了描述混凝土等准脆性材料单轴拉伸变形破坏全过程的细观统计损伤模型:修正平行杆模型IPBS和双本构物理模型DCPM。结合现代非线性科学中协同学、突变论等有关原理以及声发射试验的有关成果,确定了细观损伤模式演化过程的特征参数。将材料整个拉伸破坏过程分为两个损伤阶段:均匀损伤阶段和局部破坏阶段;区分了峰值名义应力状态和临界状态,强调了临界状态在整个拉伸破坏过程中所起的关键性作用。

(3)混凝土材料的动态力学性能和静态相比有显著的不同,一般认为混凝土动态应变率效应包括惯性效应和孔隙水黏性效应两部分。本书针对干燥混凝土建立了考虑惯性效应的单轴拉伸动态统计损伤模型,针对饱和混凝土建立了综合考虑惯性效应和黏性效应的单轴拉伸动态统计损伤模型。从宏细观相结合的角度揭示了混凝土等准脆性材料损伤破坏的力学机制。

(4)建立了考虑细观拉伸损伤机制的混凝土单轴压缩细观统计损伤模型。根据泊松效应引起的横向拉损伤的演化过程,确定了受压方向的损伤演化规律并建立了相应的压应力-应变本构关系。预测了单轴压缩单调加载以及循环加载全过程。进一步建立了考虑局部破坏阶段尺寸效应的非局部统计损伤模型。

(5)建立了混凝土三维正交异性细观统计损伤本构模型。将单轴拉伸、压缩作为最基本的宏观破坏模式,复杂应力状态下的本构行为理解为两种基本模式的组合形式。提出了新的“等效应变”假设,引入等效传递拉损伤应变和损伤影响参数,建立了宏观拉、压破坏模式对应的细观损伤机制之间的等效关系。通过预测值与试验结果比较,表明该模型能够模拟混凝土单轴、双轴(拉-压、拉-拉、压-压)、三轴等任意加载路径下材料均匀损伤阶段本构行为的主要力学特征,可为今后混凝土结构非线性破坏过程的精细化有限元分析提供本构基础。

(6)提出了新的准脆性材料破坏理论——材料内在力学性能发挥机制理论。结合协同学的观点,将混凝土等准脆性材料看作是能动的、具有自组织行为特性的复杂系统;认为材料变形破坏过程本质上是材料以“损伤”为代价,



通过自身潜在的力学性能不断发展和释放以适应外界荷载环境变化的能动的自组织行为过程；而这个自组织行为赖以进行所遵循的内在动力学机制由材料内在力学性能发挥机制控制。采用类比的科学分析方法，通过将材料损伤演化、生物进化、社会发展这三类客观世界中典型的非线性运动形式进行比较，证明了本书提出的材料破坏理论的正确性和合理性。

2.1 连续损伤力学与等效应变假设

宏观连续损伤力学以连续介质力学和不可逆热力学为基础，把物体内存在的微缺陷理解为连续的变量场（即损伤场），把损伤过程视为满足热力学定理的能量耗散过程。1958年，Kachanov在研究金属蠕变过程中首次提出用连续度的概念来描述材料的逐渐衰变，使得材料中复杂的、离散的劣化过程可以用一个连续变量来描述，成为损伤研究出现的里程碑；此后其学生 Robotnov 于1963年引入了重要的概念——损伤因子和有效应力。法国著名学者 Lemaitre 提出了“等效应变”假设，使得损伤力学更加贴近实用。他们的研究工作共同奠定了现代损伤力学宏观唯象学方法的基础，并分别对应于两种损伤变量的定义形式。

(1) 基于缺陷面积定义的损伤变量：

$$D = 1 - \frac{\tilde{A}}{A} \quad (2.1)$$

式中： \tilde{A} 为实际承载的有效面积，即扣除了由于微缺陷而不能承载的部分面积后得到的净面积； A 为名义面积（初始面积）。

损伤过程中，随着微孔洞、微裂纹等微缺陷的萌生和扩展，有效面积 \tilde{A} 减小，损伤变量 D 增大。损伤变量 D 的变化范围为： $0 \leq D \leq 1$ 。

设 σ 为对应于名义面积的名义应力（Cauchy 应力）； $\bar{\sigma}$ 为对应于有效承载面积 \tilde{A} 的有效应力，损伤变量可表示为

$$D = 1 - \frac{\sigma}{\bar{\sigma}} = 1 - \frac{\tilde{A}}{A} \quad (2.2)$$

现在损伤力学中通常使用的损伤变量均采用上述概念，表示由于损伤而丧失承载能力的面积与初始无损时原面积之比。

(2) 基于弹性模量定义的损伤变量。上面提到的基于缺陷面积的损伤变量定义方法物理意义十分明确，但对应的缺陷面积不能通过试验直接获得。为此，Lemaitre 提出了“等效应变”假设，表述为：损伤材料（ $D \neq 0$ ）在有效应力作用下产生的应变 ϵ 与同种材料无损（ $D = 0$ ）时产生的应变等效。根据这一原理，受损材料的任何应变本构关系可以从无损理想弹性材料的本构方程

来导出，只要用损伤后的有效应力 $\bar{\sigma}$ 来取代无损材料本构关系中的名义应力 σ ，如图 2.1 所示。

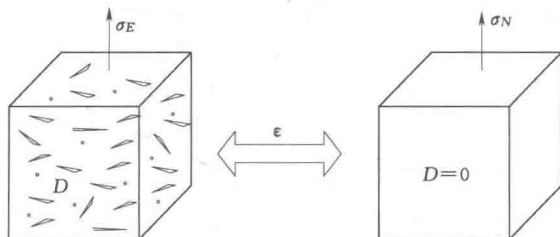


图 2.1 等效应变假设

对于一维问题，该原理用公式可表示为

$$\epsilon = \frac{\bar{\sigma}}{\tilde{E}} = \frac{\sigma}{E(1-D)} = \frac{\sigma}{\tilde{E}} \quad (2.3)$$

式中： E 为无损材料弹性模量； \tilde{E} 为损伤后的弹性模量。

由式 (2.2) 和式 (2.3) 可得损伤变量的另一种形式：

$$D = 1 - \frac{\sigma}{\bar{\sigma}} = 1 - \frac{\tilde{A}}{A} = 1 - \frac{\tilde{E}}{E} \quad (2.4)$$

由此可知“等效应变”假设认为，材料细观损伤演化所引起的宏观损伤效应中，“材料有效面积的减小”和“弹性模量的减小”是等效的。式 (2.4) 即为损伤理论中“弹性模量法”的定义和度量损伤的基本依据，以损伤前后材料弹性模量的变化来定义或度量损伤。

$$\sigma = E(1-D)\epsilon \quad (2.5)$$

式 (2.5) 为基于“等效应变”假设得到的一维损伤本构方程的标准形式。

在连续损伤力学理论体系中，除“等效应变”假设外，还包括等效应力假设、等效能量假设等，通过这些假设建立起无损材料和损伤材料的关系。但是不可否认，基于“等效应变”假设而建立起来的以“弹性模量”作为损伤变量定义依据的连续损伤模型构成了目前应用最为广泛、最为系统的宏观损伤理论体系；“等效应变”假设可以认为是现代连续损伤力学的理论基础。

2.2 细观统计损伤力学与平行杆模型

细观统计损伤力学，是从材料的细观结构出发，对不同的细观损伤机制加以区分，通过对细观结构变化的物理与力学过程的研究来了解材料的破坏，并通过体积平均化的方法从细观分析结果导出材料的宏观性质。从几何和热力学过程上考虑了各种类型损伤的性状和分布，并可预测它们在不同介质中的产生、发展和最后的破坏过程，建立细观统计损伤模型一般采用多重尺度的连续

介质理论。

细观统计损伤力学的优点：它能将微损伤的细观动力学规律和宏观力学紧密结合起来；根据材料的微细观成分单独的力学行为以及它们的相互作用来建立宏观的考虑损伤的本构关系，进而给出完整的损伤力学理论构架。细观统计损伤力学一方面忽略了损伤过于复杂的微物理过程细节，避免了统计力学过于浩繁的计算；另一方面又包含了不同材料细观损伤的几何和物理特征，为损伤变量和损伤演化赋予了接近真实的几何形象和物理过程，提供了清晰的物理背景，深化了对损伤过程本质的认识。

细观统计损伤力学的不足之处：未能直接处理微损伤之间的相互作用；需要经过许多简化才能从非均匀的微细观材料过渡到宏观的均质材料；必须采用一种平均化方法，以把细观结构损伤机制研究的结果反映到材料的宏观力学行为的描述中去；加之人们对于微细观成分及其相互作用的了解还不够充分，难以反映细观损伤对宏观力学性能的影响。细观统计损伤力学目前仍处于发展探索阶段，其实用性方面还有待于进一步发展。

细观统计损伤力学的研究大体上有基于微观力学与基于唯象学两条途径。第一条途径特点是以微裂纹、微孔洞为研究对象，可以考虑微缺陷的成核及扩展的物理机制，但本质上十分复杂，使其实际应用受到限制。唯象学模型引入内变量来描述材料的损伤状态，其中损伤变量的定义、演化方程的描述、关键参数的选取等则基于细观力学的研究成果；所提供的是宏观的本构方程，便于工程应用，受到许多研究者的重视。

Krajcinovic (1982) 利用 Iwan (1967) 讨论复合材料屈服特性的并联分布元素模型，建立了一种简单而形象的统计损伤物理元件模型——平行杆模型 PBS，来模拟混凝土、岩石等准脆性材料单轴拉伸时的损伤演化规律，它反映了材料细观非均质性以及内力重分布与损伤演变之间的相互作用。其基本思想

是认为细观非均匀性是造成准脆性材料宏观非线性的根本因素，采用统计损伤演化规律来反映混凝土材料的非均匀性和缺陷分布的随机性。

如图 2.2 所示，将材料代表体积单元 (RVE) 离散成由 $N(N \rightarrow \infty)$ 个细观杆元素组成的平行杆系统。每个杆件被赋予相同的刚度 k 和截面积 dA ；为引入材料的细观非均质性，假定这些杆元素具有各种可能的非均质的强度特性（纯脆性和脆性-韧性性质）。

损伤变量 D 表示为

$$D = \frac{ndA}{NdA} = \frac{n}{N} \quad (2.6)$$

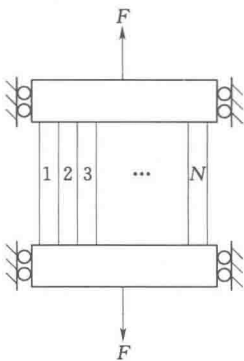


图2.2 平行杆模型 PBS
(Krajcinovic, 2005)