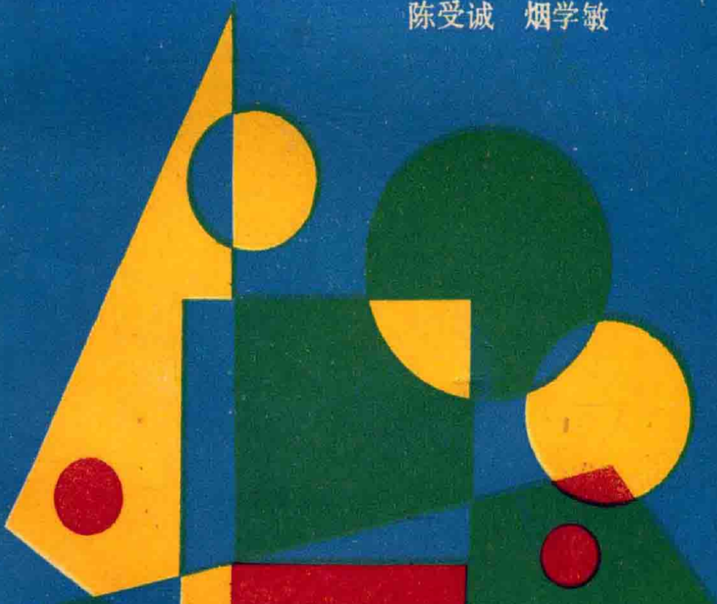
全国特级教师会编学习指南

初中数学

张庄容　张鼎炎　李庚南
陈受诚　烟学敏



全册荟萃　名师指点
过"关"斩"将"一举夺冠

天津人民出版社

全国特级教师会编学习指南

初 中 数 学

张庄容　张鼎言　李庾南　陈受诚　烟学敏　著

天 津 人 民 出 版 社

全国特级教师会编学习指南

初中数学

张庄容　张鼎言　李庚南　著
陈受诚　烟学敏

*

天津人民出版社出版

（天津市赤峰道130号）

河北省永清县印刷厂印刷　　新华书店天津发行所发行

*

787×1092毫米　32开本　7.75印张　208千字

1992年7月第1版　　1992年7月第1次印刷

印数：1—32,700

ISBN 7—201—01093—X/G·479

定　价：　3.35元

编者的话

优秀的教师是我国教育事业的宝贵财富，他们具有坚实的知识基础，精到的业务专长和丰富的教学经验，从而在教学过程中培育了一批又一批杰出人才。特级教师是优秀教师中的突出部分。但目前我国特级教师为数甚少，分布很不普遍。有鉴于此，我社组织全国部分特级教师编写了这套“全国特级教师会编学习指南”，以让全国广大勤于上进的同学，都能领受这些名师的启迪与指点，从而使自己的学习成绩更上一层楼。

本丛书是我国十二个省、市四、五十位特级教师通力合作的结果，也是其多年从事教学工作的心血结晶，在体例与编写方法上，与同类读物相比有很大不同。丛书各册不是对教材知识进行系统归纳与全面讲解，即知识搬家，而是只抓住教学内容中的重点和疑、难点进行典型剖析，讲出掌握的方法及要诀，并通过例题加以说明。本书各节均包括中考试题举例、小结和精要检测三部分。中考试题举例精选具有典型性和代表性的最新中考试题（题后括号内注明了考题的使用时间和地区），并给出答案和提示与分析，着重在共性问题的剖析与题目意义的引伸、推广，解开“扣子”，点拨思路。小结是对各节涉及内容中重点、疑点、难点带有规律性和实用性的总结，不求详尽，但求精到，一语中的，使之融

会贯通，以收举一反三之功效。从而提高学生运用所学知识分析问题、解决问题的实际能力，以裨从根本上领会和掌握这些重点和疑、难点，使学习成绩和实际水平有一个全面的升华。

本丛书在组织编写过程中，得到了包括天津市著名特级教师陈冬生先生在内的许多同志的无私帮助。还有些特级教师虽因种种原因未能参加这一工作，但也给予了我们宝贵支持。在此，谨向这些同志表示真诚的感谢。

我们限于见闻和条件，此次未能邀请全国所有特级教师来参加这一工作，为此深感遗憾！在全国范围内组织如此众多的特级教师编写一套丛书，目前尚属首次。由于能力所限，不足之处在所难免，敬祈批评指正。我社衷心希望全国广大师生，包括尚未参加这一工作的特级教师和其他优秀教师，继续关心和支持我们的工作，为提高全国普教质量共同努力！

参加本书编写的有(依姓氏笔画为序)：张庄容(天津市，第二、三章)、陈受诚（长春市，第一章）、李庚南（南通市，第五、六章）、张鼎言（天津市，第四章）、烟学敏（天津市，第七章）五位特级教师。张庄容和烟学敏老师承担了本书编写纲目的制定工作，烟学敏老师还承担了样稿拟定和全书统稿的工作，在此一并致谢！

天津人民出版社

1992年3月

目　　录

第一章　实数、代数式与方程

第一节　实　　数

§1. 中考试题举例

【例1】填空题：

（1）$-\frac{1}{2}$的倒数的相反数是________；（1987，淮阴市）

（2）$-\frac{3}{10}$与它相反数的和是________，6与它的倒数的积是________；（1987，四川）

（3）已知$|a|=2$，那么$a=$________；（1989，上海）

（4）当$a<2$时，$|a-2|=$________。（1990，广东）

（答案）（1）2　（2）0，1　（3）± 2　（4）$2-a$

【例2】填空题：

（1）比较大小：0____-2^2，$-\sqrt{3}$____-1.732；

（1987，张家口市）

（2）用“>”号或“<”号表示下面两个数的大小关系：

-0.5________$-\frac{1}{4}$。（1990，北京）

（答案）（1）>，<　（2）<

【例3】选择题：

（1）在实数范围内，数0、7、-81、$(-5)^2$中，有平方根的有（　）。

（A）1个　（B）2个　（C）3个　（D）4个

（1990，天津）

（2）$\sqrt{9}$的平方根是（　）。

(A) 3 (B) $\sqrt{3}$ (C) ± 3 (D) $\pm\sqrt{3}$

(1990，上海)

(3) 已知$\sqrt{1.988}=1.410$， $\sqrt{1988}=44.59$，则$\sqrt{0.1988}$的值是（　　）。

(A) 0.0140　(B) 0.1410　(C) 4.459　(D) 0.4459

(1988，天津)

(答案) (1) (C)　(2) (D)　(3) (D)

【例4】选择题：

下列三个命题：

(1) 两个无理数的和一定是无理数；

(2) 两个无理数的积一定是无理数；

(3) 一个有理数与一个无理数的和一定是无理数；

其中真命题是（　　）。

(A) (1)、(2)和(3)　　(B) (1)和(2)

(C) 只有(1)　　(D) 只有(3)

(1987，山东)

(答案) (D)

(提示与分析) 如果两个无理数互为相反数，那么它们的和为0，如$\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$，而0是有理数，所以(1)是假命题，故答案不能是(A)、(B)、(C)，应选(D)。

如果只为了答题，象上面那样就可以了，但(2)是真命题还是假命题，(3)又为什么是真命题，还是应该弄清楚的。

因为$\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=(\sqrt{3})^2=3$，而3是有理数，所以(2)是假命题；

那么(3)为什么是真命题呢?我们用反证法证明：

证明：假设(一个有理数A)+(一个无理数B)=有理数C，那么必有

$B=C-A=$有理数，与题设B是无理数矛盾，

所以(3)是真命题。

【例5】选择题：

(1) 在-3，0，$\sqrt{2}$，$\frac{\pi}{2}$，$0.\dot{7}1\dot{4}$，$\sqrt{9}$，$\sin60°$，$\frac{22}{7}$这8个数中，无理数有（　　）。

(A) 3个　(B) 4个　(C) 5个　(D) 2个

（1987，汉中地区）

(2) 全体小数所在的集合是（　　）。

(A) 分数集合　　(B) 有理数集合

(C) 无理数集合　　(D) 实数集合

（1987，河南）

（答案） (1) (A)　(2) (D)

（提示与分析） (1) 无限不循环小数叫做无理数，由此定义可知，无理数的本质属性一是无限，二是不循环，只有满足这两个条件的小数才是无理数。根据这二条本质属性，不难判断$\frac{\pi}{2}$，$\sqrt{2}$，$\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$是无理数，其它的都是有理数，故应选（A）。

我们知道$\pi=3.14159265\cdots$是无限不循环小数，所以π是无理数，因此$\frac{\pi}{2}$是无理数；

我们可以证明$\sqrt{2}=1.4142\cdots$是无限不循环小数，即$\sqrt{2}$是无理数，同样可证象$\sqrt{2}$这样的不尽方根都是无理数；

但$\sqrt{9}=3$是有理数，不是无理数，不要被带有根号这一表面现象所迷惑。要透过现象看本质，就要先化简而后判断。又例如$\sqrt{1\frac{7}{9}}=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}$也是有理数。这种“数”的判断与“式”的判断是截然不同的，判断一个代数式是整式、分式及根式要看原来的外形，所以不能

先化简，如$\frac{x^3}{x^2}$是分式，而不能认为$\frac{x^3}{x^2}=x$ 是整式，$\sqrt{\frac{1}{x^2}}(x>0)$是根式，而不能认为$\sqrt{\frac{1}{x^2}}=\frac{1}{x}$ 是分式。

另外，$\frac{22}{7}$是分数，属于有理数。但经常有些同学把$\frac{22}{7}$误认为无理数，分析其原因，大概是把$\frac{22}{7}$化成小数时，只注意到了它是无限小数这一面，而没注意到$\frac{22}{7}=3.14285\dot{7}$ 是循环小数这一面。

(2)

$$\text{小数}\begin{cases}\text{有限小数} \longrightarrow \boxed{\text{有理数}} \\ \text{无限小数}\begin{cases}\text{无限循环小数} \longrightarrow \text{有理数} \\ \text{无限不循环小数—无理数}\end{cases}\end{cases}$$

由上表可知，有的小数是有理数，有的小数是无理数，因此，所有小数所在的集合是实数集合。

【例6】判断正误：

(1) 6是$(-6)^2$的算术平方根； (　　)

(2) 数轴上的点都表示有理数； (　　)

(1990，沈阳市)

(3) 无理数都是无限小数； (　　)

(1987，山西)

(4) 在有理数中，绝对值是它本身的数有无数个。(　　)

(1987，吉林)

(答案) (1) × (2) × (3) √ (4) √

【例7】选择题：

x，y是任意实数，下列各式的值一定为正数的是（　　）。

(A) $|x+5|$　　(B) $(x-y)^{2n}$

(C) $y^2+\frac{1}{2}$　　(D) $\sqrt{x^2+y^2}$　　(1990，湖南)

（答案） (C)

（提示与分析）当$x=-5$时，$|x+5|=0$；当$x=y$时，$(x-y)^{2n}=0$；当$x=y=0$时，$\sqrt{x^2+y^2}=0$；由此可知，应选(C)。其实$y^2\geqslant0$，所以$y^2+\frac{1}{2}>0$。

此题主要考察非负数的概念。0与正数统称非负数，初中常见的非负数有三种，它们分别是$|a|\geqslant0$；$a^{2n}\geqslant0$；$\sqrt{a}\geqslant0$（其中$a\geqslant0$）。

【例8】计算：

$$\left|-5\frac{1}{2}\right|\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{11}\div1\frac{1}{4}$$

（1987，青岛）

（答案）

解：$\left|-5\frac{1}{2}\right|\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{11}+1\frac{1}{4}$

$$=\frac{11}{2}\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times\frac{3}{11}\times\frac{4}{5}$$

$$=-\frac{11\times1\times3\times4}{2\times6\times11\times5}$$

$$=-\frac{1}{5}$$

【例9】已知$(x+y-1)^2+\sqrt{2x-y+4}=0$，求实数$x$，$y$及$y^x$。

（1988，北京）

（答案）解：$\because(x+y-1)^2\geqslant0$，$\sqrt{2x-y+4}\geqslant0$，

又$\because(x+y-1)^2+\sqrt{2x-y+4}=0$，

$\therefore(x+y-1)^2=0$，$\sqrt{2x-y+4}=0$。

$\therefore x+y-1=0$，…………①

$2x-y+4=0$。…………②

①+②，得　$3x+3=0$，

$$x=-1。\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots③$$

把③代入①，得 $\quad -1+y-1=0,$

$$y=2。$$

$\therefore x=-1,\ y=2,\ y^x=2^{-1}=\frac{1}{2}$ 。

（**提示与分析**）此题是已知一个方程，求二个未知数，按一般方法求解是不可能的。但此题是已知二个非负数的和等于0，于是可利用非负数的性质（如果有限个非负数的和等于0，那么每个非负数都为0）把已知方程划分为二个方程，使得方程的个数与未知数的个数一样多，从而求出x、y的值，这是非负数性质的一个重要应用。

非负数的这个性质用字母来表示就是：当$a_1\geqslant0, a_2\geqslant0, \cdots, a_n\geqslant0$，并且$a_1+a_2+\cdots+a_n=0$时，$a_1=0$，$a_2=0$，…，$a_n=0$。

§2. 小结

实数部分，主要有如下四个问题：

1. 无理数

学了无理数后，数的范围由有理数扩充到了实数，所以正确理解无理数的概念是学习实数的关键。无理数的本质属性前面例5已经分析过了，不再重复，下面再谈两个值得注意的问题：

（1）不尽方根是无理数，但无理数不都是不尽方根，如π，0.1010010001…（每两个1之间依次多一个0）都是无理数。

（2）前面已说过，无限小数包括无限循环小数（属于有理数）与无限不循环小数——无理数，所以无理数是无限小数的一部分。部分属于全体，全体包括部分，因此，“无理数都是无限小数”这一判断正确。一般地，在判断数的从属关系时，说部分属于全体，则判断正确；如果说全体是某一部分，则判断错误。

2. 相反数、倒数和绝对值都是重要概念，因此试题中常有直接考察这些概念本身的题目，但也常常把这些概念与其它知识联系起来，解题要注意这种情形。

例如：一个数的相反数与这个数的倒数的和等于0，则这个数的

绝对值等于（　　）。

（A）0　（B）$\frac{1}{2}$　（C）1　（D）2

（1990，南京）

解：设这个数为x，则

$$-x+\frac{1}{x}=0,$$

$$x^2=1,$$

$$x=\pm 1。$$

$\therefore |x|=1$，故应选（C）。

显然，利用方程来解此题简单明了。当然，此题可用排除法来解，自己试一试，然后再与上面的解法比一比。

3．绝对值

（1）定义：一个正数的绝对值是它本身；0的绝对值是0；一个负数的绝对值是它的相反数。即

$$|a|=\begin{cases}a & (a>0),\\0 & (a=0),\\-a & (a<0)。\end{cases}\qquad 或|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant 0),\\-a & (a<0)。\end{cases}$$

$$或|a|=\begin{cases}a & (a>0),\\-a & (a\leqslant 0)。\end{cases}$$

注意：0的绝对值既可并入正数的绝对值里，也可并入负数的绝对值里，这给解题带来些麻烦。再加上教科书中没介绍这种“并入”，特别是后一种，所以解题时一不小心就会因丢了0而造成错误。

例如：若$|x|=-x$，则x一定是（　　）。

（A）正数　（B）负数　（C）0　（D）负数或0

（1990，黑龙江）

此题应选（D），但由已知$|x|=-x$，常常只想到负数的绝对值是它的相反数，而忘了$|0|=-0=0$，结果错选为（B）。

（2）性质

从绝对值的定义，可以得到绝对值的两个常用性质：

性质1. 任何实数都有唯一的绝对值，并且它是一个非负数，即$|a|\geqslant 0$（a为实数）。

性质2. 如果两个数互为相反数，那么它们的绝对值相等，即$|a|=|-a|$。

（3）习题类型

在实数部分，关于绝对值的习题，主要有如下三类：

①绝对值的化简

绝对值的化简，首先应判定绝对值符号内的数或式的值是正、是负还是0的实质，然后再根据绝对值的定义把绝对值符号去掉。

例如，化简：（1）$\left|\sqrt[3]{-2^2}-1\right|$；　　（2）$|1+2x|\left(x\leqslant-\frac{1}{2}\right)$。

解：（1）$\because \sqrt[3]{-2^2}-1=-\sqrt[3]{4}-1<0$，

$\therefore \left|\sqrt[3]{-2^2}-1\right|=-\left(-\sqrt[3]{4}-1\right)=\sqrt[3]{4}+1$。

（2）$\because x\leqslant-\frac{1}{2}$，

$\therefore 2x+1\leqslant 0$，

$\therefore |1+2x|=-(1+2x)=-1-2x$。

②已知一个实数的绝对值，求原数；即已知$|x|=a\,(a\leqslant 0)$，求x。

解这类题，主要是根据性质2，得$x=\pm a$。

例如，已知$|x|=2$，$|y|=3$，则$x+y=$（　　）。

解：$\because |x|=2$，$\therefore x=\pm 2$。

$\because |y|=3$，$\therefore y=\pm 3$。

$\therefore x+y=5$或-5或1或-1。

③已知某式的绝对值的字母表达式，求字母的取值范围。

例如，若$|a-2|=2-a$，则a的取值范围是（　　）。

（A）$a<2$　（B）$a>2$　（C）$a\leqslant 2$　（D）$a\geqslant 2$

（1989，江西）

解：$\left.\begin{array}{l}|a-2|=2-a\\|a-2|\geqslant 0\end{array}\right\}\Longrightarrow 2-a\leqslant 0\Longrightarrow a\leqslant 2$。

∴应选（C）。

由此可见，解这类问题可利用$|a|\geqslant 0$这一性质列出不等式，然后解不等式。这种解法比用定义来解简便，且不容易发生丢0的错误。

4. 平方根与算术平方根

1987年上海市中考有这样一道题："查表得$\sqrt{1.35}=1.162$，$\sqrt{13.5}=3.674$，那么可求得0.0135的平方根是（　　）。"

据统计，此题竟有46%的学生把平方根混做算术根，错答为0.1162。

这一事实告诉我们，对于平方根与算术平方根这两个重要概念，必须弄清他们的区别与联系。

（1）主要区别：例如4的平方根是±2，是双值的，记作$\pm\sqrt{4}=\pm 2$；而4的算术平方根是2，是单值的，记作$\sqrt{4}=2$。

（2）为了真正理解它们的区别，有必要明白为什么要引出算术平方根的概念。原因就在于一个正数的平方有二个，它们互为相反数，因此，若不规定符号$\sqrt{4}$只表示算术平方根2，就会引起混乱。例如求$\sqrt{4}+\sqrt{9}$，就可得到四种不同的答案，即

$\sqrt{4}+\sqrt{9}=2+3=5$；　　$\sqrt{4}+\sqrt{9}=-2+3=1$；

$\sqrt{4}+\sqrt{9}=2-3=-1$；　　$\sqrt{4}+\sqrt{9}=-2-3=-5$。

这不符合数学中的每一个符号都有确切的含义的规定，而规定了算术平方根之后，$\sqrt{4}+\sqrt{9}$就只能等于$2+3=5$。

（3）由上面两项叙述，已不难看到它们的联系：0的算术平方根与0的平方根相同；一个正数的算术平方根就是它的平方根中正的那一个，所以算术平方根是平方根的一部分；知道了一个数的算术平方根，也就知道了它的平方根。

§3. 精要检测

1. 选择题：

（1）若$\sqrt{23600}=153.6$，$\sqrt{x}=1.536$，则x为（　　）。

（A）2360　（B）236　（C）23.6　（D）2.36

(2) 如果$a<2$，那么$|-1.5|-|a-2|$等于（　　）。

(A) $1.5-a$　　(B) $a-3.5$

(C) $a-0.5$　　(D) $3.5-a$

(3) 下列命题中正确的是（　　）。

(A) 正数、负数和零称为有理数

(B) 正有理数、负有理数统称为有理数

(C) 有理数包括整数和分数

(D) 有理数包括有限小数和无限小数

(4) a、b是任意实数，下列各式的值一定是负数的是（　）。

(A) $-|a+1|$　　(B) $-(a-b)^2$

(C) $-\sqrt{a^2+b^2}$　　(D) $-a^2-1$

. 填空题：

(1) 在0.6，$\sqrt{0.9}$，$-\sqrt{0.16}$，$0.\dot{3}$，$\sin 45°$，$0.130130013000130000\cdots$，$-0.130130013$，$3.1416$中，有理数有________，无理数有______。

(2) 一个数的倒数的相反数是$3\frac{1}{5}$，这个数是______。

(3) 绝对值等于$\sqrt{2}-1$的数是________。

(4) 若$|a+4|+\sqrt{b+2}=0$，则$\frac{6}{a+b}$的值是________。

(5) 比较大小：$-\sqrt[3]{8}$ ______ $-|-2|$；$1-a^2$ ______ 1。

(6) 如果a，b互为倒数，那么$\frac{1}{2}ab=$______。

(7) 如果$|x|=x$，那么x______。

3. 判断题：

(1) 两个数互为相反数，其和为零。（　　）

(2) 只有正数才能开平方。（　　）

(3) 任何实数都不大于它的绝对值。（　　）

4. 如果$|m|=|n|$，能断定$m=n$吗？举例说明。