

初中数学

基础知识与例题分析

(修订版)

北京师范大学出版社

初 中 数 学

基础知识与例题分析

修 订 版

任中文 段炳燮 蒋佩锦 韩玉琴 编
乔家瑞 陈俊辉 刘绍贞 张鸿菊

北 京 师 范 大 学 出 版 社

初中数学基础知识与例题分析

修 订 版

任中文 段炳燮 蒋佩锦 韩玉琴

乔家瑞 陈俊辉 刘绍贞 张鸿菊

编

北京师范大学出版社出版发行

全 国 新 华 书 店 经 销

天津宝坻第十印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张：15.625 字数：334千

1990年4月第1版 1990年4月第1次印刷

印数：1—10 500

ISBN 7-303-00905-1/G·530

定价：4.85元

再 版 前 言

本书自1983年出版以来，受到了全国各地读者的欢迎，多次重印仍供不应求，1987年国家教委又颁布了新的教学大纲，即九年义务教育全日制教学大纲。根据新大纲的要求，本社又组织原作者重新进行编写。新书保持了原书的优点与特色，增删了一些内容，例题与习题也进行了精选与更新，使之更适合于新形势的要求。

本书的特点是：基础知识系统全面，简明扼要；例题新颖，分析透彻，指出了思路方法和技巧；练习题分为基本题和综合题，覆盖面大，灵活性强，并增加了选择题。最后还安排了以检查学习效果为目的的总复习题。

本书可作为初中学生，自学青年和在职职工学习初中数学的参考书，也可以作为初中数学老师的教学参考书。

参加本书编写的作者有：蒋佩锦（北京五中），韩玉琴（北京八中），任中文、段炳雯（北京汇文中学），陈俊辉、张鸿菊（北京师大二附中），刘绍贞（北京西城教研中心），乔家瑞（北京教育学院崇文分院），最后由任中文、乔家瑞审阅了全部原稿。王文涌、林水平等同志在成书过程中提出了很多宝贵意见，在此表示感谢。限于我们的水平，必有错误与不妥之处，欢迎读者批评指正。

编 者

1990年1月

目 录

第一部分 代 数

第一章	实数	(1)
第二章	代数式	(18)
第三章	代数方程和方程组	(64)
第四章	不等式	(139)
第五章	指数和对数	(157)
第六章	函数及其图象	(189)
第七章	统计初步	(228)

第二部分 三 角

第八章	三角函数与解三角形	(235)
-----	-----------------	-------

第三部分 几 何

第九章	基本概念	(279)
第十章	相交线 平行线	(286)
第十一章	三角形	(294)
第十二章	四边形	(313)
第十三章	相似形	(331)
第十四章	圆	(349)
第十五章	直观的空间图形知识	(390)

第四部分 总复习题

基本练习题一	(401)
基本练习题二	(415)
综合练习题一	(434)
综合练习题二	(436)
综合练习题三	(439)
综合练习题四	(442)
综合练习题五	(445)

第五部分 提示和答案

第一章 基本练习题	(449)	综合练习题	(451)
第二章 基本练习题	(452)	综合练习题	(459)
第三章 基本练习题	(460)	综合练习题	(465)
第四章 基本练习题	(468)	综合练习题	(470)
第五章 基本练习题	(471)	综合练习题	(475)
第六章 基本练习题	(476)	综合练习题	(480)
第七章 基本练习题	(481)		
第八章 基本练习题	(482)	综合练习题	(484)
第九章 基本练习题	(485)	综合练习题	(486)
第十章 基本练习题	(486)	综合练习题	(487)
第十一章 基本练习题	(487)	综合练习题	(487)
第十二章 基本练习题	(488)	综合练习题	(489)
第十三章 基本练习题	(490)	综合练习题	(491)
第十四章 基本练习题	(491)	综合练习题	(492)
第十五章 基本练习题	(494)		

第一部分 代 数

第一章 实 数

一、数的概念

1. 自然数集合

(1) 自然数 称 $1, 2, 3, 4, 5 \dots$ 这些数为自然数, 自然数也叫做正整数。

(2) 质数和合数 只能被 1 和它本身整除的自然数叫做质数(又叫素数)。比如 $2, 3, 5, 7 \dots$ 都是质数。除了能被 1 和它本身整除外, 还能被其它的自然数整除的自然数, 叫做合数。比如 $4, 6, 12, 25$ 等都是合数。 1 既不是质数, 也不是合数。因此, 自然数可以分为质数、合数和 1 三类。

(3) 分解质因数 把一个合数表示成若干个质因数连乘积的形式, 叫做分解质因数。比如把 30 分解质因数, 即写成 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 的形式。分解质因数的方法, 常用短除的方法。

(4) 最大公约数 如果 a 能被 b 整除, 那么 b 就叫做 a

的约数。几个数公有的约数，叫做这几个数的公约数，其中最大的一个，就叫做这几个数的最大公约数。

(5) 最小公倍数 几个数公有的倍数，叫做这几个数的公倍数，其中最小的一个，叫做这几个数的最小公倍数。

2. 整数集合

(1) 整数 称 $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ 为整数。整数包括正整数、零、负整数三部分。零，既不是负整数，也不是正整数。

(2) 奇数和偶数 不能被 2 整除的整数叫做奇数，能被 2 整除的整数叫做偶数。奇数一般表示为 $2n-1$ ，偶数一般表示为 $2n$ ，其中 n 为整数。

3. 有理数集合

(1) 有理数 整数和分数统称为有理数。任何有理数都可以表示成 $\frac{n}{m}$ (m 和 n 为互质的整数， $m \neq 0$) 的形式。整数也可以看成是分母是 1 的分数。

(2) 数轴 数轴是一条规定了方向、原点、单位长度的直线。数轴可以表示数，正数用数轴上原点右面的点表示，负数用数轴上原点左面的点表示，零用原点表示。

(3) 相反数 在数轴上原点的两侧，离开原点距离相等的两个点表示的两个数，叫做相反数。比如 3 和 -3 ，5 和 -5 。零的相反数就是零。

(4) 绝对值 在数轴上表示一个数的点到原点距离，叫做这个数的绝对值。正数和零的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数。比如 $|4| = 4$ ， $|-6| = 6$ ， a 的绝对值可以用下式表示：

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

(5) 比较大小

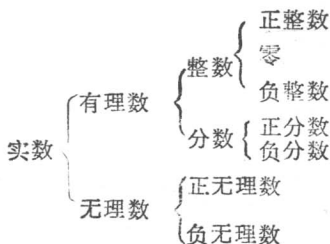
在数轴上表示两个数的点，右边的点所表示的数大，左边的点所表示的数小。

4. 实数集

(1) 无理数 无限不循环小数叫做无理数。

(2) 实数 有理数与无理数统称为实数。

(3) 数系表



二、实数的运算

1. 运算法则 (略)

2. 运算定律

(1) 交换律 $a + b = b + a$, $a \cdot b = b \cdot a$;

(2) 结合律 $(a + b) + c = a + (b + c)$,

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$;

(3) 分配律 $m(a + b) = ma + mb$.

3. 运算顺序

(1) 在有括号的式子内，一般先进行括号内的运算。

(2) 在没有括号的式子中，先算乘方、开方、再算乘除，最后算加减。

(3) 在同一级的运算中，如果没有括号，应从左至右依次进行运算。

(4) 有时可以利用运算定律，变更式子中各数的运算顺序，达到简化运算的目的。

例1 把360分解质因数

解：

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 360} \\ 2 \overline{) 180} \\ 2 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$$\therefore 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5.$$

上述方法叫做短除。

例2 求36, 48, 60的最大公约数与最小公倍数。

解：

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \quad 48 \quad 60} \\ 2 \overline{) 18 \quad 24 \quad 30} \\ 3 \overline{) 9 \quad 12 \quad 15} \\ 3 \quad 4 \quad 5 \end{array}$$

$$\therefore \text{最大公约数是 } 2 \times 2 \times 3 = 12.$$

$$\text{最小公倍数是 } 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 \times 5 = 720.$$

求最大公约数的方法：用各数的公共质因数连续去除，一直除到所有的商数互质为止，所有除数的乘积，就是这几个数的最大公约数。

求最小公倍数的方法：先用各数的公共质因数连续去除，除到所有商数互质后，如果其中有部分数有公共质因数，再继续除下去，不能被整除的数，都照写在商的位置上，一直除到任意两个商数都互质为止，把所有的除数及最后的商数连乘起来，即得最小公倍数。

例3 在什么条件下 $\frac{b}{a}$ 是正数？是负数？为零？没有意义？

解：当 a 与 b 同号时， $\frac{b}{a}$ 是正数，

当 a 与 b 异号时， $\frac{b}{a}$ 是负数，

当 $b = 0$ ， $a \neq 0$ 时， $\frac{b}{a}$ 为零，

当 $a = 0$ 时， $\frac{b}{a}$ 无意义。

例4 求最大公约数为12，最小公倍数为420的两个正整数。

解：设两个数为 x ， y ，由条件有 $x = 12a$ ， $y = 12b$ (a 与 b 互质)， $12ab = 420$

$\therefore ab = 35$ ，因此 $a = 1$ ， $b = 35$ 或 $a = 5$ ， $b = 7$ 。

$\therefore x = 12$ ， $y = 420$ 或 $x = 60$ ， $y = 84$ 。

例5 在什么条件下，下列各式成立？

(1) $|x| = x$ ； (2) $|x - 3| = 3 - x$ 。

解：(1) 当 $x \geq 0$ 时， $|x| = x$ ；

(2) 当 $x \leq 3$ 时， $|x - 3| = 3 - x$ 。

例6 如果实数 a, b, c 在数轴上的对应点分别为 A, B, C 三点, 如图 1-1 所示, 求

$$\sqrt{(a+b)^2} + |a-b| + |b+c|.$$



图 1-1

解: 由图可知, $a < b < 0 < c$, 并且 $|b| > |c|$,

$$\therefore a+b < 0, a-b < 0, b+c < 0.$$

因此, 原式 $= -(a+b) - (a-b) - (b+c)$

$$= -a-b-a+b-b-c$$

$$= -2a-b-c.$$

例7 解方程 $|x-3|=2$.

解: 当 $x \geq 3$ 时, 原方程可化为 $x-3=2$,

$$\therefore x=5;$$

当 $x < 3$ 时, 原方程可化为 $3-x=2$,

$$\therefore x=1.$$

因此, 原方程的解是 $x=5, x=1$.

例8 判断下列命题是否正确, 正确的划“√”, 不正确的划“×”。

(1) 两个互为相反的数, 它们的绝对值相等。

()

(2) 如果 a 表示实数, 那么 $-a^2$ 表示负数。

()

(3) $a+b$ 一定大于 $a-b$ 。()

(4) 如果 $|x| > |y|$, 那么 $x > y$ 。()

(5) 一个数的倒数, 不大于这个数。()

解: (1) $\checkmark$; (2) $\times$; (3) $\times$; (4) $\times$;
(5) $\times$.

例9 计算下列各式:

$$(1) |3-x| + |2x+1| - |x+2| \quad (x < -2);$$

$$(2) |a+2| + |a-2|.$$

解 (1) 原式 $= 3 - x - 2x - 1 + x + 2$
 $= 4 - 2x.$

(2) 当 $a \geq 2$ 时,

$$|a+2| - |a-2| = a+2+a-2 = 2a;$$

当 $-2 \leq a < 2$ 时,

$$|a+2| + |a-2| = a+2-a+2 = 4;$$

当 $a < -2$ 时,

$$|a+2| + |a-2| = -a-2-a+2 = -2a.$$

遇有绝对值符号内含有字母的算式时, 可取绝对值为零时字母的值为界限, 分情况把绝对值符号脱掉, 然开再进行计算.

例10 比较下列每组三个数的大小:

$$(1) \pi, 3.1415, \frac{22}{7};$$

$$(2) -\frac{5}{6}, -\frac{6}{7}, -0.85.$$

解: (1) $\because \pi = 3.14159\cdots, \frac{22}{7} = 3.14285\cdots$

$$\therefore 3.1415 < \pi < \frac{22}{7};$$

$$(2) \because \frac{5}{6} = 0.833\ldots, \quad \frac{6}{7} = 0.857\ldots,$$

$$\therefore -\frac{6}{7} < -0.85 < -\frac{5}{6}.$$

例11 计算 $3\frac{1}{4} - (+4\frac{5}{12}) - (-12\frac{1}{6}) + (+2\frac{1}{3})$

$$- (+5\frac{1}{6}) - (-2\frac{1}{4}).$$

解：原式 $= 3\frac{1}{4} - 4\frac{5}{12} + 12\frac{1}{6} + 2\frac{1}{3} - 5\frac{1}{6} + 2\frac{1}{4}$

$$= 3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4} + 12\frac{1}{6} - 5\frac{1}{6} - 4\frac{5}{12} + 2\frac{1}{3}$$

$$= 5\frac{1}{2} + 7 - 2\frac{1}{12}$$

$$= 10\frac{5}{12}.$$

例12 计算 $3.75 - [(-\frac{1}{2}) + 4\frac{2}{3} - (-\frac{1}{2}) + \frac{1}{6}]$

解：原式 $= 3\frac{3}{4} - [-\frac{1}{2} + 4\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}]$

$$= 3\frac{3}{4} - (4\frac{2}{3} + \frac{1}{6})$$

$$= 3\frac{3}{4} - 4\frac{5}{6}$$

$$= -1\frac{1}{12}.$$

进行有理数加减混合运算应注意：

(1) 将原式统一化成加法，再省略加号。

(2) 如式中有相反数，先将它们合并为零。

(3) 利用交换律或结合律，可以把正数和负数分别合并计算，然后再将结果相加。

(4) 遇有分数计算时，可把同分母或分母间有倍数关系的分数合并在一起，比较简便。

(5) 遇有分数和小数混合运算时，一般是将小数化为分数。

例13 计算 $(-2) \times (-3) \times (+5) \times (-12) \div (-5)$ 。

解：原式 $= 2 \times 3 \times 5 \times 12 \div 5$

$$= 72.$$

进行有理数乘除混合运算应注意：

(1) 应先确定算式的符号，再求其绝对值。积的符号决定于因数中负数的个数。当负因数有奇数个时，积为负，当负因数有偶数个时，积为正。

(2) 遇有分数乘除混合运算时，应将除化为乘。

例14 计算 $[2\frac{1}{3} \times (-\frac{1}{2}) - \frac{2}{3} \times \sqrt{-8} \div \frac{1}{6}] \times (-6)$

解：原式 $= [\frac{7}{3} \times (-\frac{1}{2}) - \frac{2}{3} \times (-2) \times 6] \times (-6)$

$$= [-\frac{7}{6} + 8] \times (-6)$$

$$= 7 - 48$$

$$= -41.$$

例15 计算 $-0.75^2 + (-1\frac{1}{2})^3 + (-1)^0 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})^2$

$$\text{解: 原式} = -\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^3 + 1 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2$$

$$= -\frac{9}{16} \times \left(-\frac{8}{27}\right) + \left(\frac{1}{6}\right)^2$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{36}$$

$$= \frac{7}{36}.$$

进行四则混合运算时应注意运算的顺序是：先乘方，后乘除，再加减。

基本练习题

1. 填空:

(1) 最小的正整数是_____, 最大的负整数是_____, 最小的质数是_____.

(2) 绝对值等于13的数是_____.

(3) 当 a 是_____时, $|a| = -a$.

(4) $3, 1416, \pi, \sqrt{3}, -\frac{2}{3}, \sqrt{4}, 0$ 中有理数有_____, 无理数有_____.

(5) 小于9的非负整数有_____个, 它们是_____.

(6) 一个数是它倒数的3倍, 这个数是_____.

(7) $|2 + \sqrt{3}| - |2 - \sqrt{3}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

(8) 1726430000用科学记数法可记作_____, 按精确到百分位可记作_____, 按保留两位有效数字可

记作_____.

(9) 比 a 的相反数大 $\sqrt{3}$ 的数是_____.

(10) x 的 2 倍的相反数与 a 的 3 倍的一半的和等于_____.

2. 简答

(1) 写出下列各数的相反数:

$$-3.4, \quad \frac{5}{3}, \quad \sqrt{7}, \quad 0, \quad -m, \quad \frac{1}{a}.$$

(2) 写出下列各数的倒数:

$$4, \quad \frac{2}{7}, \quad \sqrt{3}, \quad -6.5, \quad \frac{1}{m}, \quad 0. \quad (m \neq 0)$$

(3) 用科学记数法, 记出下列各数:

$$40000, \quad 3300000, \quad 8560000, \quad 89.4 \times 10^5.$$

(4) 用四舍五入法, 对下列各数取近似值 (精确到千分位).

$$5.27299, \quad 0.43756, \quad 314.5596.$$

(5) 用四舍五入法, 对下列各数取近似值 (保留两位有效数字):

$$86790, \quad 248900, \quad 4329000.$$

(6) 在什么条件下下列各式成立?

$$\begin{array}{ll} \text{① } a \cdot b > 0; & \text{② } a \cdot b < 0; \\ \text{③ } a \cdot b = 0; & \text{④ } -5a > 0. \end{array}$$

(7) 计算下列各式:

$$\begin{array}{l} \text{① } |+5| + |-7| - |-6|; \\ \text{② } |-3| \times |-2| - |-5| \times |+6|; \\ \text{③ } |a+2| + |a-2|. \end{array}$$