装备科技译著出版基金

高新科技译丛

Numerical Techniques in Electromagnetics with MATLAB (Third Edition)

MATLAB模拟的电磁学数值技术(第3版)

【美】 Matthew N.O.Sadiku 著　　喻志远 译

教会读者怎样设置和进行数值分析并求解电磁问题

教会读者怎样利用各种数值方法提高读者解决问题的能力

为电磁研究培养高级人才

CRC Press
Taylor & Francis Group

国防工业出版社
National Defense Industry Press

装备科技译著出版基金

MATLAB 模拟的电磁学数值技术

（第 3 版）

Numerical Techniques in Electromagnetics with MATLAB

（Third Edition）

［美］Matthew N. O. Sadiku　著

喻志远　译

国防工业出版社

·北京·

CRC Press
Taylor & Francis Group

著作权合同登记　图字：军 - 2013 - 127 号

图书在版编目(CIP)数据

MATLAB 模拟的电磁学数值技术：第 3 版 /（美）萨迪库（Sadiku，M. N. O.）著；喻志远译. —北京：国防工业出版社，2016. 1

书名原文：Numerical Techniques in Electromagnetics with MATLAB（Third Edition）

ISBN 978 - 7 - 118 - 09763 - 4

Ⅰ. ①M...　Ⅱ. ①萨...　②喻...　Ⅲ. ①Matlab 软件 - 应用 - 电磁学 - 数值计算　Ⅳ. ① 0441

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 260831 号

Numerical Techniques in Electromagnetics with MATLAB(Third Edition) by Matthew N. O. Sadiku

ISBN:978 - 1420063097

※

国防工业出版社出版发行

（北京市海淀区紫竹院南路 23 号　邮政编码 100048）

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787 × 1092　1/16　**印张** 31¾　**字数** 786 千字

2016 年 1 月第 1 版第 1 次印刷　**印数** 1—2000 册　**定价** 136. 00 元

（本书如有印装错误，我社负责调换）

国防书店：(010)88540777　　发行邮购：(010)88540776

发行传真：(010)88540755　　发行业务：(010)88540717

献给

我的导师
卡尔·A·温萃斯

以及我的双亲
埃萨特和索罗门·萨迪库

前　言

当我应 CRC 出版社的邀请，开始为本书的第 3 版做准备工作时，我是不太情愿的，因为我感觉自从第 2 版出版后，计算电磁学没有太大的变化。

在过去的三十年中，由于计算机资源变得日益丰富，解决计算电磁学各种问题的论文和软件成指数倍地增长。

尽管如此，电磁界仍然缺少一本适当的著作可以用于解决电磁相关问题。虽然已有这样或那样的专题著作，但是这些著作都是为专家们写的而不是为学生写的。只有很少几本书，覆盖了计算电磁学中的主要技术，适合于课堂教学。

看起来，计算电磁学界的专家只熟悉一种或很少几种技术，而很少专家熟悉所有主要计算电磁学技术。本书的目的就是想要填补这方面的空白。

本书适合于大学高年级学生或研究生用。可以作为一学期或两学期的课程。本书对读者的主要要求是学习过介绍电磁学的课程，具有计算机高级编程语言的知识。由于书中所有的计算机代码是由 MATLAB 程序给出的，所以作者假设读者具备基本的 MATLAB 知识，虽然熟悉线性代数和数值分析是有用的，但不是必需的。

在本书的编著过程中有三个基本目标：第一教会读者怎样设置和进行数值分析并求解电磁问题；第二，怎样利用各种数值方法提高读者解决问题的能力；第三为电磁研究培养高级人材。书中为实现这些目标，所有的内容都以简明的方式给出，从而使得本书不仅可以作为教课书使用，也可以用于自学。然而在简明教材学习之后，读者可以从参考书中获得更多的知识，在每一章之后，给出了许多例题。在这些例题中，本章所涉及的技术被应用于许多实际问题中。由于应用问题和电磁理论一样是宽广的，而作者的经历有限，所以这些应用是经过作者选择而给出的。

本书被分为 9 章以及 4 个附录。

第 1 章涵盖电磁理论中的一些基本概念；

第 2 章为了对数值方法有一个深刻的认识，作为对照，介绍了解析方法中的分离变量法和级数法；

第 3 章讨论了差分方法，本章介绍了由偏微分方程引出的微分方程的差分，对前项差分、后向差分和中心差分进行了介绍。对时域有限差分法和 Yee 算法进行了介绍，并应用于求解散射问题。本章还介绍了数值积分：其中包括梯形、Simpson、Newton - Cote 和高斯积分法；

第 4 章为变分法，为下两章矩量法和有限元法作准备，其中包括内积、自伴算子、泛函和尤拉方程；

第 5 章为论述矩量法，着重于积分方程的求解；

第 6 章为有限元法，包括使用有限元法的基本步骤，其中覆盖了用有限元法求解拉普拉斯方程、泊松方程和波方程等内容。

第 7 章为传输线矩阵法或称为传输线模型法，此方法用于求解扩散问题和散射问题；

第 8 章为 Monte Carlo 法，包含随机走动（Random Walk）、浮点随机走动法和出游（exodus）法；

第 9 章为线方法；

附录 A 为矢量关系；

附录 B 给出了 MATLAB 编程要点；

附录 C 为求解联立方程的直接法和迭代法；

附录 D 给出了奇数习题的答案。

自从本书的第 2 版出版后，在数值技术方面方兴未艾。许多研究生课程现在都包括电磁问题的数值分析，然而计算电磁学本身的变化不大。值得注意的是 FDTD 方法的变化，此方法吸引了大量注意，并且出现了对标准方法的改进。

本书的第 3 版在 6.1 节中，对时域有限元法增加许多值得注意的变化，而在 8.7 节增加了怎样在 Monte Carlo 法中求解与时间相关的问题。

目　录

第1章 基本概念

1.1 引 言

科学家和工程师在求解连续问题或场解问题中经常使用几种技术。宽泛地说,这些技术可以分为实验、解析和数值等三大类。实验类方法通常是昂贵的、费时的、甚至是危险的。通常没有允许参数变化的灵活性。而对每一种数值方法, 我们能够看到,其可以将解析方法进行简化, 使之易于数值应用。下面一些方法是电磁学中经常应用的技术。

1. 解析方法,即精确解方法

(1) 变量分离法;

(2) 级数展开法;

(3) 保角变换法;

(4) 积分求解法,即用拉斯拉斯和傅里叶变换求解法;

(5) 扰动法。

2. 数值方法(近拟解)

(1) 有限差分法;

(2) 加权余数法;

(3) 矩量法;

(4) 有限元法;

(5) 传输线模型法;

(6) 蒙特卡罗法;

(7) 线方法。

这些方法的应用不仅限于电磁相关的问题,它们还可以用于其他连续问题,如液体问题、热传导和声学问题。

如同我们将看到的,一些数值方法是相互关联的,它们一般给出相对工程目的而言精度较为充分的近似解。因为我们的目标是在下面的章节详细地讨论这些方法,所以现在过多地讨论这个问题,有点言之过早。

Paris 和 Hurd 所说的,"大多数可以解析地求解的问题已经被求解了",这句话最好地表述了对电磁问题的数值解的需求。直到 20 世纪 40 年代,才使用变量分离法和积分方程法求解了大多数电磁问题。应用解析技术,需要高度的创新、经验和努力,又由于几何结构的复杂性,仅能研究很窄一部分问题。

数值解得助于现代高速计算机的出现,开始于 20 个世纪 60 年代。从此以后人们做出了相当大的努力用数值方法来求解一些实际的与电磁相关的复杂的问题。这些问题的特点是要么其解析解非常棘手,要么是其解析解根本不存在。数值研究的优点在于,其计算工作可以由数学和物理要求不是很高的操作人员进行,这样就节约了对高度训练过的人才的需求。

在对各种解析方法进行研究之前,回顾一下电磁现像中的基本物理定律是适当的。在本章的1.2节和1.3节中复习了这些基本物理定律,并了解电磁问题分类的不同方法。在1.4节给出了场的叠加原理和场解的唯一性定理的讨论。

1.2 电磁理论的回顾

整个电磁理论可由八个方程展开,即四个场方程和四个媒质方程[2-4]。在我们复习这些方程之前,先回顾一下在电磁理论中常用的两个积分定律,即散度定律

$$\oint_S \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}S = \int_v \nabla \cdot \boldsymbol{F} \mathrm{d}v \tag{1.1}$$

和斯托克斯(Stokes)定律

$$\oint_L \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}L = \int_S \nabla \times \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}S \tag{1.2}$$

也许复习电磁理论的最好方法是使用电荷的基本定律。电磁理论可以认为是研究由静电荷和运动电荷产生的场。静电场通常是由静电荷产生的,而静磁场是由电荷作均速运动(直流)产生的。动态或时变场通常是由电荷加速运动或电流随时间变化而得到的。

1.2.1 静电场

两个控制着静电场的方程为高斯定律:

$$\oint \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}S = \int \rho_v \mathrm{d}v \tag{1.3}$$

它是库仑力定律的直接推导的结果,而描述静电场为保守场,而有

$$\oint \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}L = 0 \tag{1.4}$$

式(1.3)和式(1.4)中

D——电通量密度(C/m^2);

ρ_v——体电荷密度(C/m^3);

E——电场强度(V/m)。

式(1.3)和式(1.4)积分形式的定律,可以将式(1.1)应用于式(1.3)得到,将式(1.2)应用于式(1.4)则变为微分形式,由此可得到

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_v \tag{1.5}$$

和

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = 0 \tag{1.6}$$

矢量场 $\boldsymbol{D}$ 与 $\boldsymbol{E}$ 的关系为

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} \tag{1.7}$$

式中 ε 为介质的介电常数(F/m)。

电场 $\boldsymbol{E}$ 可以用电势 V 表示为

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V \tag{1.8}$$

或

$$V = -\int \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}L \tag{1.9}$$

将式(1.5)、式(1.7)和式(1.8)联合起来,可以得到泊松方程

$$\nabla \cdot \varepsilon \ \nabla V = -\rho_v \tag{1.10a}$$

或者,如果 ε 不是空间的函数

$$\boxed{\nabla^2 V = -\frac{\rho_v}{\varepsilon}} \tag{1.10b}$$

当 $\rho_v = 0$,式(1.10)变为拉普拉斯方程

$$\nabla \cdot \varepsilon \ \nabla V = 0 \tag{1.11a}$$

或者,如果 ε 不是空间的函数

$$\boxed{\nabla^2 V = 0} \tag{1.11b}$$

1.2.2 静磁场

静磁场的基本定律是安培定律,即

$$\oint_L \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}L = \int_S \boldsymbol{J}_e \cdot \mathrm{d}S \tag{1.12}$$

式(1.12)与比奥沙伐尔定律相关,又与磁通量的守恒定律(又称为静磁场的高斯定律)相关。

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0 \tag{1.13}$$

式(1.12)、式(1.13)中

$\boldsymbol{H}$——磁场强度(A/m);

$\boldsymbol{J}_e$——电流密度(A/m^2);

B——磁通量密度(Wb/m^2)。

将式(1.2)应用于式(1.12),并将式(1.1)应用于式(1.13)可得它们的微分形式

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}_e \tag{1.14}$$

和

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{1.15}$$

矢量 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 通过媒质的磁导率 μ(H/m)相关

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{1.16}$$

同样,电流密度 $\boldsymbol{J}_e$ 通过媒质的电导率 σ(S/m)与电场强度 $\boldsymbol{E}$ 相关。

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} \tag{1.17}$$

式(1.17)被认为是的点形式的欧姆定律。用磁矢位 $\boldsymbol{A}$(Wb/m)来表示

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A} \tag{1.18}$$

应用矢量恒等式

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{F}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{F}) - \nabla^2 \boldsymbol{F} \tag{1.19}$$

对方程(1.14)和方程(1.18)进行处理。在库仑规范($\nabla \cdot A = 0$)下,可以得到静磁场的泊松方程

$$\boxed{\nabla^2 \boldsymbol{A} = -\mu \boldsymbol{J}_e} \tag{1.20}$$

当 $\boldsymbol{J}_e = 0$,方程(1.20)变为拉普拉斯方程

$$\boxed{\nabla^2 \boldsymbol{A} = 0} \tag{1.21}$$

1.2.3 时变场

在时变场的情况下电场和磁场之间存在着同步。方程(1.5)和方程(1.15)保持不变,而方程(1.6)、方程(1.14) 对时变场而言需作一些修正。对式(1.16)的修正需应用法拉第电磁感应,而对方程(1.14)应保证允许位移电流的存在。这样时变电磁场所遵循的物理定律在数学上可以表示为

$$\boxed{\begin{aligned}&\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho_v && (1.22\mathrm{a})\\&\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0 && (1.22\mathrm{b})\\&\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}-\boldsymbol{J}_m && (1.22\mathrm{c})\\&\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}_e+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t} && (1.22\mathrm{d})\end{aligned}}$$

式中

J_m——$\sigma^* H$ 为磁流密度($\mathrm{V/m^2}$);

σ^*——磁阻(Ω/m)。

这些方程为麦克斯韦方程的一般形式。它们是与矢量场相关的一阶相互耦合微分方程。等效于式(1.22)的积分方程为

$$\oint_S\boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}S=\int_v\rho_v\mathrm{d}v \tag{1.23a}$$

$$\oint_S\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0 \tag{1.23b}$$

$$\oint_L\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{L}=-\int_S\left(\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}+\boldsymbol{J}_m\right)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1.23c}$$

$$\oint_L\boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{L}=\int_S\left(\boldsymbol{J}_e+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}\right)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1.23d}$$

另外,与媒质相关的四个麦克斯韦方程为

$$\boxed{\begin{aligned}&\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E} && (1.24\mathrm{a})\\&\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H} && (1.24\mathrm{b})\\&\boldsymbol{J}_e=\sigma\boldsymbol{E} && (1.24\mathrm{c})\\&\boldsymbol{J}_m=\sigma^*\boldsymbol{H} && (1.24\mathrm{d})\end{aligned}}$$

式(1.24)被称为当媒质中存在场时的本构关系。方程(1.22)和方程(1.24)构成了麦克斯韦八个方程,它们代表着电磁理论本身。应该注意的是当麦克斯韦场存在时有以下假设:

(1) 场是单值的;

(2) 有界的;

(3) 是有连续导数,空间和时间的连续函数。

还应该注意到另两个与麦克斯韦方程并存的基本方程,一个为洛伦兹(Lorentz)力方程:

$$\boldsymbol{F}=Q(\boldsymbol{F}+\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{B}) \tag{1.25}$$

式中:$\boldsymbol{F}$ 为带电粒子在电荷为 Q、运动速度为 u 时在电磁场中所受的力。

另一个为连续性方程

$$\boxed{\nabla\cdot\boldsymbol{J}=-\frac{\partial\rho_v}{\partial t}} \tag{1.26}$$

式(1.26)表示电荷的守恒(电荷的不可灭性),连续性方程隐含在麦克斯韦方程中(看例1.2),方程(1.26)对电磁理论并不特殊。在流体力学中,J 对应于速度,而 ρ_v 对应于质量,于是方程(1.26)代表物质守恒定律。

1.2.4 边界条件

当电磁场存在时,媒质的特性由本构参量 σ、ε 和 μ 确定。如果媒质的参量 σ、ε 和 μ 与 E 和 H 无关,则称媒质是线性的,否则媒质为非线性的。如参量 σ、ε 和 μ 不是空间坐标的函数,则称媒质为均匀的,否则为非均匀的。如果参量 σ、ε 和 μ 与方向无关(即为标量)则媒质称为各向同性媒质,非则称为各向异性的。

图1.1给出的两种媒质(媒质参量分别为 σ_1,ε_1 和 μ_1 和 σ_2,ε_2 和 μ_2)的边界条件很容易由麦克斯韦积分方程导出,它们为

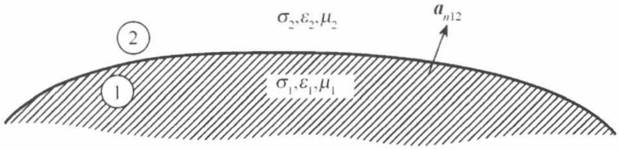

图1.1　两种媒质之间的界面

$$E_{1t} = E_{2t} \text{ or } (\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2) \times \boldsymbol{a}_{n12} = 0 \tag{1.27a}$$

$$H_{1t} - H_{21} = K \text{ or } (\boldsymbol{H}_1 - \boldsymbol{H}_2) \times \boldsymbol{a}_{n12} = \boldsymbol{K} \tag{1.27b}$$

$$D_{1n} - D_{2n} = \rho S \text{ or } (\boldsymbol{D}_1 - \boldsymbol{D}_2) \cdot \boldsymbol{a}_{n12} = \rho S \tag{1.27c}$$

$$B_{1n} - B_{2n} = 0 \text{ or } (\boldsymbol{B}_2 - \boldsymbol{B}_1) \cdot \boldsymbol{a}_{n12} = 0 \tag{1.27d}$$

式中:a_{n12} 为由媒质1指向媒质2的单位法向矢量;下标1和2分别为区域1和2;t 和 n 分别为场的切向和法向分量。

式(1.27a)和式(1.27d)为电场的切向分量与磁感应强度的法向分量在跨越边界时是连续的。方程(1.27b)表示磁场 $\boldsymbol{H}$ 的切向分量在跨越边界时,由于边界上表面电流密度 K 的存在而不连续。方程(1.27c)表示电通量密度 $\boldsymbol{D}$ 的法向分量在跨越边界时,由于边界上表面电荷密度 ρ_s 的存在而不连续。

在实际应用中,当媒质为无源时($J=0$,$\rho_v=0$),只用到两个麦克斯韦方程[即方程(1.22c)和方程(1.22d)],因为其他两个方程是隐含的(见问题1.4)。另外,在实际应用中,使两个切向场满足必要的边界条件已足够,因为法向场分量隐含满足其边界条件。

1.2.5 波方程

如前所述,麦克斯韦方程为耦合一阶微分方程,在解边值问题时是有难度的,这种难度可以通过除去一阶方程的耦合,得到一个二阶微分波方程,此方程在求解问题时有重要作用,为了从一个线性的、各向同性的、均匀的无源($J=0$,$\rho_v=0$)媒质中,由式(1.22)导出波方程,对式(1.22c)两边取旋度,有

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \boldsymbol{H}) \tag{1.28}$$

由方程(1.22d),有

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$