

大学物理

(下册)

主 编 吴 评 辛 勇
副主编 刘 崧 廖清华 徐雪春

3
d



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

大学物理

(下册)

主 编 吴 评 辛 勇

副主编 刘 崧 廖清华 徐雪春



北京邮电大学出版社
[www. buptpress. com](http://www.buptpress.com)

内 容 简 介

本书是为适应当前教学改革的需要,参照新颁布的教育部《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2008年版),结合编者多年的教学实践编写而成的。全书分上、下两册,上册包括力学、狭义相对论力学基础和电磁学,下册包括统计物理学基础、热力学基础、振动和波、波动光学和量子物理基础。教材编写力求简明凝练,深广度适当,适用面宽,便于教学。

本书面向新时期的应用型人才培养,适合作为一般普通高等学校非物理类专业的本科生教材。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理.下册/吴评,辛勇主编.--北京:北京邮电大学出版社,2012.8

ISBN 978-7-5635-3172-1

I. ①大… II. ①吴…②辛… III. ①物理学—高等学校—教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 179609 号

书 名: 大学物理(下册)

主 编: 吴 评 辛 勇

责任编辑: 刘春棠

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)

发 行 部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京源海印刷有限责任公司

开 本: 787 mm×960 mm 1/16

印 张: 17

字 数: 366 千字

印 数: 1—3 000 册

版 次: 2012 年 8 月第 1 版 2012 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-3172-1

定 价: 34.50 元

· 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 ·

前 言

本书是为适应当前教学改革的需要,参照新颁布的教育部《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2008年版),结合编者多年的教学实践编写而成的,是一套实用、现代的大学物理教材。

“大学物理”课程是高等院校理工科各专业的一门重要必修基础课。学习这门课程不仅能使学生对物理学的基本概念、基本理论和基本方法有比较系统的认识和理解,增强分析问题、解决问题的能力,而且能使学生树立科学的世界观,培养其探索精神和创新意识,提高科学素养。

本书是以目前多数高等学校的物理课程教学学时数 64~120 学时为参考配置的,面向新时期应用型人才培养,基本概念、基本规律突出,充分考虑学生学习物理知识的认知规律,构建了合理的知识框架,使读者由浅入深、系统地学习大学物理的基本内容和科学方法,立求便于教、便于学。全书分上、下两册,上册包括力学、狭义相对论力学基础和电磁学,下册包括统计物理学基础、热力学基础、振动和波、波动光学和量子物理基础。在此基础上,对教学内容作了部分调整。对例题和习题进行了精选,注意了题型的多样化,既注意尽量用到高等数学的知识求解,减少了与中学物理的重复,又能较好地配合理解核心内容,并在不过多增加教学负担的情况下,增加了部分阅读材料,这些内容对于扩大学生的知识面、激发学生学习物理的兴趣是非常有益的。

本书由吴评、辛勇任主编,刘崧、廖清华、徐雪春任副主编。参加本书编写工作的还有骆成洪、刘笑兰、胡爱荣、黄国庆、邓新发、杨蓓、魏昇、于天宝、陈华英、赵书毅、姜卫群、陈国云、章冬英、于洋。

本书在编写过程中还参考了大量兄弟院校的教材以及其他相关书籍和文献,在此对相关的作者致以衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中难免有错漏之处,恳请读者批评指正。

编 者

目 录

第 9 章 统计物理学基础	1
9.1 分子运动论的基本概念	1
9.2 平衡态 理想气体状态方程	4
9.3 理想气体的压强公式 温度公式	8
9.4 能量按自由度均分原理 理想气体的内能.....	12
9.5 麦克斯韦速率分布定律.....	17
9.6 玻耳兹曼分布律.....	22
9.7 气体分子的平均自由程.....	24
思考题	28
练习题	29
第 10 章 热力学基础	33
10.1 热力学第一定律	33
10.2 热力学第一定律在定值过程中的应用	38
10.3 理想气体的绝热过程	45
10.4 循环过程 卡诺循环	49
10.5 热力学第二定律	54
10.6 可逆与不可逆过程 卡诺定理	57
10.7 热力学第二定律的统计意义	58
10.8 熵	60
思考题	70
练习题	70
第 11 章 机械振动	80
11.1 简谐振动的描述	80

11.2	简谐振动的能量	93
11.3	阻尼振动 受迫振动 共振	95
11.4	简谐振动的合成	99
	思考题	110
	练习题	110
第 12 章	机械波基础	115
12.1	机械波的形成与传播	115
12.2	平面简谐波的波动方程 波动微分方程	122
12.3	波的能量和能流	129
12.4	声波简介	135
12.5	惠更斯原理	137
12.6	波的叠加原理 波的干涉	138
12.7	驻波 半波损失	142
12.8	多普勒效应	147
	思考题	153
	练习题	153
第 13 章	波动光学	160
13.1	光源 相干光的获得	160
13.2	光程与光程差	165
13.3	杨氏双缝干涉	168
13.4	薄膜干涉	171
13.5	迈克耳孙干涉仪	182
13.6	光的衍射现象 惠更斯-菲涅耳原理	184
13.7	单缝的夫琅禾费衍射和圆孔的夫琅禾费衍射	187
13.8	衍射光栅和光栅光谱	195
13.9	偏振光 马吕斯定律	204
13.10	反射和折射时产生的偏振 布儒斯特定律	209
13.11	双折射现象	210
13.12	偏振光的干涉	213
	思考题	218
	练习题	219

第 14 章 量子物理基础	226
14.1 光的量子性	226
14.2 原子结构与玻尔的氢原子理论	235
14.3 微粒的波粒二象性	240
14.4 氢原子	243
14.5 原子的电子壳层结构 元素周期表	245
思考题	250
练习题	250
参考答案	253
参考文献	261

第 9 章 统计物理学基础

宏观物体是由大量微观粒子(分子或其他粒子)组成的,这些微观粒子处于永不停息的无规则运动之中,这种运动称为热运动。热现象就是大量微观粒子热运动的宏观表现,宏观上说就是与温度有关的现象。热学是研究宏观物体各种热现象的性质和变化规律的一门科学。

对热运动宏观效果的研究通常采用两种不同的方法:一种方法是以观察和实验为基础,运用归纳和分析方法总结出热现象的宏观理论,称为热力学。如与热现象有关的能量转化和守恒定律(即热力学第一定律)、描述能量传递方向的热力学第二定律等都是无数实验和经验的总结。另一种方法是从物质的微观结构出发,以每个微观粒子遵循力学规律为基础,运用统计方法,导出热运动的宏观规律,再由实验确认,用这种方法所建立的理论系统称为统计物理学。

本章以气体为研究对象,从气体分子热运动观点出发,运用统计方法来研究大量气体分子的热运动规律。主要内容有理想气体的压强和温度的微观本质、能量均分定理、理想气体的内能、麦克斯韦气体分子速率分布律、玻耳兹曼分布律、分子平均自由程等。

9.1 分子运动论的基本概念

分子运动论从物质的微观结构出发来研究和阐明热现象的规律。在研究分子热运动规律之前,我们先了解一下分子运动论的几个基本概念。

(1) 一切宏观物体都是由大量分子组成的,分子间存在间隙。

气体、液体和固体都是由大量分子组成的,分子又由原子组成。分子是保持该物质化学性质的最小微粒。

实验表明,1 mol 任何物质所含分子数相同,这个数目称为阿伏伽德罗常数,用符号 N_A 表示。其值为

$$N_A = 6.022\ 136\ 736 \times 10^{23} / \text{mol} \approx 6.022 \times 10^{23} / \text{mol}$$

单位体积内的分子数称为分子数密度,用符号 n 表示。实验测得几种物质在常温、常压下的分子数密度值为:氮 $n = 2.47 \times 10^{19} / \text{cm}^3$, 水 $n = 3.3 \times 10^{22} / \text{cm}^3$, 铜 $n = 7.3 \times 10^{22} / \text{cm}^3$ 。

以上两个物理量的数值表明,分子的数目是非常大的。

对气体加压,其体积会明显变小;将水和酒精混合,其体积小于混合前水和酒精的体积和;对储存在厚壁钢桶中的油加压,当压强高达 2 000 标准大气压时,油会从筒壁渗出。这些例子生动地表明,气体、液体和固体物质的分子间都是存在间隙的。分子可以分为单原子分子、双原子分子和多原子分子,不同结构的分子其尺度不相同,在标准状态下,分子直径的数量级约为 10^{-10} m,气体分子的间距约是分子直径的 10 倍,即气体每个分子占有的体积约为分子本身体积的 1 000 倍,因此在标准状态下,可以将气体分子当做略去大小及几何形状的质点来处理。

(2) 组成物质的分子(或原子)在永不停息地运动着,这种运动是无规则的,其剧烈程度与物质的温度有关。

1827 年,英国植物学家布朗用显微镜观察到悬浮在水中的花粉不停地做短促跳跃,花粉运动方向不断改变,毫无规则,而且液体温度越高,花粉颗粒越小,花粉颗粒的运动越剧烈。这种悬浮颗粒的运动,称为**布朗运动**。图 9-1 给出布朗运动简图。从图中可以看出,花粉颗粒的运动是杂乱无章的,其速度的大小和方向频繁地发生变化,运动轨迹是无规律的曲线。

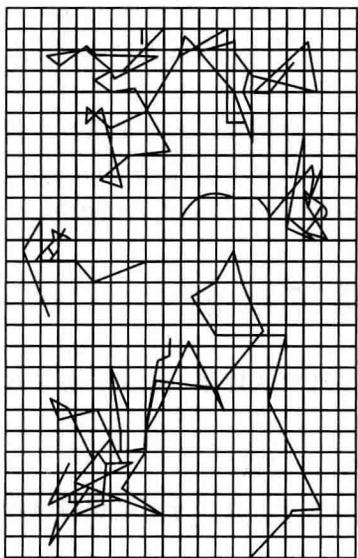


图 9-1 布朗运动

布朗运动是由液体分子碰撞花粉颗粒引起的,花粉颗粒的运动情况在一定程度上反映了液体分子的运动情况。由于分子间的相互碰撞,每个分子的运动方向和速率都在不断改变,由于存在沿各个方向运动的分子,所以每个分子在某一时刻可能受到来自各个方向的碰撞,从而运动轨迹是杂乱无章的。温度越高,分子的无规则运动就越剧烈,这正是无规则运动的一种规律性。正因为分子的无规则运动与物体的温度有关,所以通常就把这种运动叫做**分子热运动**。分子热运动的无规则性是与分子的快速运动和分子之间的频繁碰撞密切相关的。

分子热运动的最大特点是无序性。如果追踪某一个分子的运动,我们会发现它一会儿向这个方向运动,一会儿向那个方向运动,一会儿速率大,一会儿速率小,很难发现它有什么规律性。组

成宏观物体的微观粒子数目很大,碰撞很频繁,每一次碰撞后分子速度的大小和方向都发生改变。如果采用经典力学来处理分子的碰撞问题,就必须研究每一个分子的运动情况,即必须求解一个数目庞大的动力学方程组。这样,我们将面临下列困难:第一,无法确定分子运动参量的初始值;第二,无法求解数目庞大的动力学方程组。因此,经典力学(因果

律)无法处理分子的热运动。

然而,如果我们对大量分子的运动进行统计,却发现存在一定的规律。例如,如果我们对大量分子运动的速率进行测量,并将分子的速率分成一系列等间隔的区间,同时对落在各个速率区间的分子数进行统计,就会发现在一定的平衡态下,各速率区间中的分子数分布总是满足一定的规律。如果进一步求出分子速率的平均值,就会发现只要系统的宏观条件不变,平均速率也是确定的。不但大量分子的速率满足一定的统计规律,描述分子运动的其他微观量(如动能、动量等)对大量分子的统计结果也满足一定的规律性。

总之,尽管个别分子的运动是杂乱无章的,但就大量分子运动的集体表现来看,却存在一定的规律性,这种规律性来自大量偶然事件的集合,故称为统计规律。这种统计规律表现为:对于处在一定平衡态下的宏观系统,分子数按各个微观量的分布是一定的,各个微观量的统计平均值是一定的。

(3) 分子(或原子)之间存在相互作用力。

物质内部分子(或原子)之间存在复杂的相互作用力,两分子间的相互作用力 f 与分子之间的距离 r 的关系可用如图 9-2 所示的曲线表示。从图中可以看出,当分子间距离较近($r < r_0$)时,相互作用力表现为斥力,且随着距离的减小,斥力迅速增大。当分子间距离较远($r > r_0$)时,相互作用力表现为引力。此后随着 r 继续增大,引力逐渐减小,并逐渐趋近于零。固体中分子间隙普遍要小些,引力较大,而液体中分子间隙较大,引力较小,所以固体能维持一定的形状,而液体则不能。一般情况下,液体和固体都很难压缩,这说明,外力的挤压使分子间隙减小,分子间的作用力进入斥力范围,这个斥力随分子间距离减小而增大,对外界作用产生较大的抵抗。气体分子之间有较大距离,分子间的引力较小。

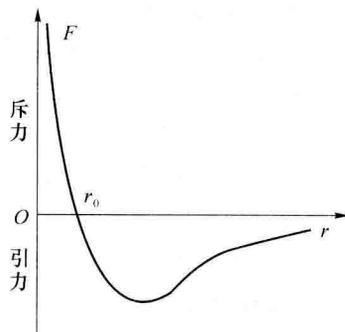


图 9-2 分子间的相互作用力

分子间的相互作用与分子的热运动构成了相互对立的一对矛盾:分子力的作用有使分子聚集在一起,在空间形成某种规则分布的趋势;而分子的热运动则有使分子分散,从而破坏这种规则排列的趋势。事实上,正是由于这两种相互对立因素的作用,使得物质分子在不同的温度下表现为三种不同的聚集态。在较低的温度下,分子的热运动不够剧烈,分子在相互作用力的影响下被束缚在各自的平衡位置附近做微小的振动,这时物质表现为固态;当温度升高,无规则运动剧烈到某一限度时,分子力的作用已不能把分子束缚在固定的平衡位置附近做微小的振动,但分子的无规则热运动还不能使分子分散远离,这样物质便表现为液态;当温度继续升高,热运动进一步剧烈到一定的程度时,分子力不但无法使分子有固定的平衡位置,连分子间一定的距离也不能维持,这时分子互相分散远离,分子的运动近似为自由运动,这样物质便表现为气态。

9.2 平衡态 理想气体状态方程

1. 平衡态

热学的研究对象是大量微观粒子(分子、原子等)组成的宏观物体,通常称为热力学系统,简称系统。在研究一个热力学系统的热现象规律时,不仅要注意系统内部的各种因素,同时也要注意外部环境对系统的影响。研究对象以外的物体称为系统的外界(或环境)。一般情况下,系统与外界之间既有能量交换(如做功、传递热量),又有物质交换(如蒸发、凝结、扩散、泄漏)。根据系统与外界交换的特点,通常把系统分为三种:第一种是不受外界影响的系统,称为孤立系统,孤立系统是一个与外界既无能量交换,又无物质交换的理想系统;第二种是封闭系统,与外界只有能量交换,而无物质交换;第三种是开放系统,与外界既有能量交换,又有物质交换。

热力学系统按所处的状态不同,可以区分为平衡态系统和非平衡态系统。对于一个不受外界影响的系统,不论其初始状态如何,经过足够长的时间后,必将达到一个宏观性质不再随时间变化的稳定状态,这样的一个状态称为热平衡态,简称平衡态。

在此我们必须注意平衡态的条件是:“一个不受外界影响的系统”,若系统受到外界的影响,如把一根金属棒的一端置入沸水中,另一端放入冰水中,在这样的两个恒定热源之间,经过长时间后,金属棒也达到一个稳定的状态,称为定态,但不是平衡态,因为在外界影响下,不断地有热量从金属棒高温热源端传递到低温热源端。因此,系统处于平衡态时,必须同时满足两个条件:一是系统与外界在宏观上无能量和物质的交换;二是系统的宏观性质不随时间变化。换言之,系统处于热平衡态时,系统内部任一体元均处于力学平衡、热平衡(温度处处相同)、相平衡(无物态变化)和化学平衡(无单方向化学反应)之中。孤立系统的定态就是平衡态。

关于平衡态需要指出以下几点注意事项。

① 平衡态仅指系统的宏观性质不随时间变化。从微观的角度来看,在平衡态下,组成系统的大量粒子仍在不停地、无规则地运动着,只是大量粒子运动的平均效果不变,这在宏观上表现为系统达到平衡,因此这种平衡态又称热动平衡态。

② 热动平衡态是一种理想状态。实际中并不存在孤立系统,但当系统受到的外界影响可以略去,宏观性质只有很小变化时,系统的状态就可以近似地看做平衡态。

反之,如果系统不具备两个平衡条件的任一条件的状态,都叫非平衡态。如果存在未被平衡的力,则会出现物质流动;如果存在冷热不一致(温差),则会出现热量流动;如果存在未被平衡的相(物态),则会出现相变(物态变化);如果存在单方向化学反应,则会出现成分的变化(新物质增加,旧物质减少)。也就是说,系统中存在任何一种流或变化(宏观过程)时,系统的状态都不是平衡状态。

2. 状态参量

如何描述一个热力学系统的平衡状态呢? 系统在平衡状态下, 拥有各种不同的宏观属性, 如几何的(体积)、力学的(压强)、热学的(温度)、电磁的(磁感应强度、电场强度)、化学的(物质的量、摩尔)等。热力学用一些可以直接测量的量来描述系统的宏观属性, 这样用来表征系统宏观属性的物理量叫**宏观量**。实验表明, 这些宏观量在平衡态下各有确定的值, 且不随时间变化。从诸多宏观量中选出一组相互独立的量来描述系统的平衡态, 这些宏观量叫系统的**状态参量**。对于给定的气体、液体和固体, 常用体积(V)、压强(p)和温度(T)等作为状态参量。

压强是指气体作用于容器器壁并指向器壁单位面积上的垂直作用力, 是气体分子对器壁碰撞的宏观表现。在国际单位制中, 压强的单位是帕斯卡, 简称帕(Pa), 它与大气压(atm)和毫米汞柱(mmHg)的关系为

$$1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg}$$

体积是指气体分子热运动所能到达的空间, 通常就是容器的容积。应该注意的是, 由于气体分子间距较大(相对分子自身尺度而言), 气体体积与气体所有分子自身体积的总和是不同的, 后者一般仅占前者的几千分之一。在国际单位制中, 体积的单位是立方米(m^3), 它与升(L)的关系为

$$1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

温度在概念上比较复杂, 宏观上, 可简单地认为温度是物体冷热程度的量度, 它来源于日常生活中人们对物体的冷热感觉, 但从分子运动论的观点看, 它与物体内部大量分子热运动的剧烈程度有关(这点在后面将给予介绍)。温度的分度方法称为**温标**, 常用的温标有两种: 在国际单位制中, 采用热力学温标(也称开尔文温标), 符号是 T , 单位是 K; 生活中常用摄氏温标, 符号是 t , 单位是 $^{\circ}\text{C}$, 二者之间的关系为

$$T = t + 273.15$$

统计物理学是从物质的微观结构和微观运动来研究物质的宏观属性, 而每一个运动着的微观粒子(原子、分子等)都有其大小、质量、速度、能量等。这些用来描述单个微观粒子运动状态的物理量称为**微观量**。微观量一般只能间接测量。微观量与宏观量有一定的内在联系, 气体动理论的任务之一就是要揭示气体宏观量的微观本质, 即建立宏观量与微观量统计平均值之间的关系。

3. 理想气体状态方程

中学讲过的三条实验定律如下。

(1) 玻意耳定律: 一定质量的气体在温度保持不变时, 其压强和体积的乘积保持不变, 即

$$pV = C(\text{常量}) \quad (9-1)$$

(2) 查理定律: 一定质量的某种气体在体积不变的情况下, 其压强与热力学温度成正比, 即

$$\frac{p}{T} = C(\text{常量}) \quad (9-2)$$

(3) 盖吕萨克定律:一定质量的气体在压强不变的情况下,其体积与热力学温度成正比,即

$$\frac{V}{T} = C(\text{常量}) \quad (9-3)$$

在气体压强不太大、温度不太低(接近于标准大气压和室内温度)时,严格遵守上述三个实验定律的气体称为**理想气体**。理想气体是实际气体在一定条件下的近似,是一种理想模型。实验表明,一些实际气体,如氧气、氮气、氦气和空气等,在温度不太低、压强不太大时,可以近似地当做理想气体。

由上述三条实验定律可以导出质量一定的理想气体的三个状态参量 p 、 V 、 T 之间的函数关系为

$$\frac{pV}{T} = C(\text{常量}) \quad (9-4)$$

由于式(9-4)是法国物理学家克拉珀龙在 1834 年首先推导出来的,因此称为**克拉珀龙方程**。

将克拉珀龙方程应用于气体的标准状态,有

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T}$$

其中,标准状态下的压强和温度分别为 $p_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、 $T_0 = 273.15 \text{ K}$ 。由于 1 mol 任何理想气体所占的体积为 $V_m = 22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$,因此质量为 m 、摩尔质量为 M 的气体的体积为 $V_0 = \frac{m}{M} V_m$,将这些值代入上式得

$$\frac{pV}{T} = \frac{m p_0 V_m}{M T_0}$$

令 $\frac{p_0 V_m}{T_0} = R$, 则

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (9-5)$$

式(9-5)称为**理想气体状态方程**。 R 称为**普适气体常量**,其值为

$$R = \frac{p_0 V_m}{T_0} = \frac{1.013 \times 10^5 \times 22.4 \times 10^{-3}}{273.15} \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) = 8.31 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$$

如果用 N 表示体积 V 中的气体分子总数, N_A 为阿伏伽德罗常数,则气体的质量和摩尔质量分别为 $m = N m_0$ 、 $M = N_A m_0$,其中, m_0 为每个气体分子的质量。将它们代入式(9-5)中,得

$$p = \frac{N R}{V N_A} T = n \frac{R}{N_A} T \quad (9-6)$$

其中, n 为气体分子数密度。由于 R 和 N_A 都是常量, 因此 R/N_A 也是常量, 称为**玻耳兹曼常数**, 用 k 表示, 其值为

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8.31}{6.022 \times 10^{23}} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

式(9-6)可以改写为

$$p = nkT \quad (9-7)$$

式(9-7)为理想气体状态方程的另一种表达形式。

例 9-1 一柴油机的气缸容积为 83 L。压缩前缸内空气的温度为 37 °C, 压强为 0.8 atm, 用活塞压缩后, 气体体积变为原来的 1/17 (此值称为气缸的压缩比), 压强变为 4.2×10^6 Pa。试求:

- (1) 压缩后气体的温度(假设气体可视为理想气体)。
- (2) 如果此时把柴油喷入气缸, 将会发生怎样的情况?

解 (1) 根据理想气体状态方程, 考虑气体摩尔数不变, 对于压缩前后两个状态有

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

由已知 $p_1 = 0.8 \text{ atm} = 8.0 \times 10^4 \text{ Pa}$, $T_1 = (273.15 + 37) \text{ K} = 310 \text{ K}$, $p_2 = 4.2 \times 10^6 \text{ Pa}$,

$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{17}$, 所以

$$T_2 = \frac{p_2 V_2 T_1}{p_1 V_1} = 945.5 \text{ K}$$

(2) 此温度远远超过柴油的燃点, 因此若喷入柴油, 则柴油将立即燃烧爆炸, 形成高压气体, 进而推动活塞对外做功。

例 9-2 一钢瓶内装有质量为 0.10 kg 的氧气(可视为理想气体), 压强为 1.6×10^6 Pa, 温度为 320 K。因为瓶壁漏气, 经过一段时间后, 瓶内氧气压强降为原来的 5/8, 温度为 300 K。试求:

- (1) 氧气瓶的容积。
- (2) 漏去了多少氧气?

解 (1) 根据理想气体状态方程, 对于气体的初始状态, 有

$$p_1 V_1 = \frac{m_1}{M} RT_1$$

由已知 $p_1 = 1.6 \times 10^6 \text{ Pa}$, $m_1 = 0.10 \text{ kg}$, $M = 0.032 \text{ kg}$, $T_1 = 320 \text{ K}$, 得氧气瓶的容积为

$$V_1 = \frac{m_1}{M p_1} RT_1 = \frac{0.10 \times 8.31 \times 320}{0.032 \times 1.6 \times 10^6} \text{ m}^3 = 5.19 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

(2) 设漏气后瓶内气体质量为 m_2 , 由已知 $p_2 = \frac{5}{8} p_1$, $T_2 = 300 \text{ K}$, $V_2 = V_1$, 有

$$m_2 = \frac{Mp_2V_2}{RT_2} = \frac{0.032 \times \frac{5}{8} \times 1.6 \times 10^6 \times 5.19 \times 10^{-3}}{8.31 \times 300} \text{ kg} = 6.67 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

所以,漏去气体的质量为

$$\Delta m = m_1 - m_2 = (0.10 - 6.67 \times 10^{-2}) \text{ kg} = 3.33 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

9.3 理想气体的压强公式 温度公式

本节以理想气体为例,说明用分子热运动观点解释系统宏观性质的统计方法。首先,从已有的实验事实出发,建立理想气体的微观模型并提出统计假设;然后,采用统计平均方法求微观量与宏观量之间的联系,从而阐明宏观量的微观本质及统计意义。

1. 理想气体的分子模型

从分子热运动和分子相互作用来看,理想气体的分子模型可表述如下。

(1) 分子本身的大小比起它们之间的平均距离可忽略不计,分子可以看做质点。

实验表明,常温常压下气体中各分子之间的距离,平均地说约是分子有效直径的 10 倍,对于三维空间来说,即分子本身体积仅是其活动空间的千分之一。显然,分子可看做质点。

(2) 除碰撞外,分子力可忽略。

由于气体分子间距离很大,分子力的作用距离很短,除了碰撞的瞬间外,分子间的相互作用力可以忽略。因此,在两次碰撞之间,分子做匀速直线运动,即自由运动。

(3) 分子间的碰撞是完全弹性的。

处于平衡态下气体的宏观性质不变,这表明系统的能量不因碰撞而损失,因此分子间及分子与器壁之间的碰撞是完全弹性碰撞。

综上所述,理想气体分子的微观模型是弹性的自由运动的质点群。这个理想化的微观模型在一定条件下与真实气体的性质相当接近。当然,随着对气体性质更深入的研究,这个模型还需要进行补充和修正。

2. 平衡态气体的统计假设

无外力场作用的情况下,气体处于平衡态时,气体内各处的分子数密度是相同的。由此可以推测出,分子向各个方向运动的机会是均等的,没有任何一个空间方向占有优势。由此可提出如下统计假设:气体内分子速度沿三个坐标轴方向分量平方的平均值是相等的,即

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \quad (9-8)$$

设气体分子总数为 N ,根据统计平均值的定义,有

$$\overline{v_x^2} = \frac{v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \cdots + v_{Nx}^2}{N}$$

$$\overline{v_y^2} = \frac{v_{1y}^2 + v_{2y}^2 + \cdots + v_{Ny}^2}{N}$$

$$\overline{v_z^2} = \frac{v_{1z}^2 + v_{2z}^2 + \cdots + v_{Nz}^2}{N}$$

对任意一个分子(比如第 i 个分子),有

$$v_i^2 = v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2$$

根据统计平均值的定义和统计假设,有

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2} \quad (9-9)$$

式(9-9)给出的统计假设只适用于大量分子组成的系统。当系统内分子数很少时,谈不上各处分子数密度相等,也谈不上各处分子数密度不随时间变化。因此,无法认为分子沿各方向运动机会均等,式(9-9)也就失去了成立的前提。

3. 理想气体压强公式

从微观上看,器壁受到的压强是气体中大量分子与器壁碰撞的结果。由于分子数目巨大,碰撞非常频繁,可以认为器壁受到持续力的作用。这一认识就是我们推导气体压强公式的出发点。

设有一个任意形状的容器,体积为 V ,其中有分子数为 N 、分子质量为 m_0 ,并处于平衡态的一定量理想气体。

由于分子具有各种可能的速度,为便于讨论,我们设想把 N 个分子分成若干组,每组内分子的速度大小和方向都相同,并设速度为 v_i 的一组分子的分子数密度为 n_i ,则总的分子数密度为

$$n = \sum_i n_i$$

气体处于平衡态时,器壁上各处的压强是相等的,所以我们可以垂直于 x 轴的器壁上任意取一小块面积 dA 来计算它所受的压强,如图 9-3 所示。

首先考虑速度为 $\mathbf{v}_i = v_{ix}\mathbf{i} + v_{iy}\mathbf{j} + v_{iz}\mathbf{k}$ 的单个分子在一次碰撞中对 dA 面积元的作用。由于碰撞是完全弹性的,所以碰撞前后分子在 y 和 z 方向上的速度分量不变,在 x 方向上的速度分量由 v_{ix} 变为 $-v_{ix}$,于是分子在碰撞过程中动量增量为 $-m_0 v_{ix} - m_0 v_{ix} = -2m_0 v_{ix}$,根据动量定理,它等于面积元 dA 施于分子的冲量,而由牛顿第三定律知,分子施于器壁面积元 dA 的

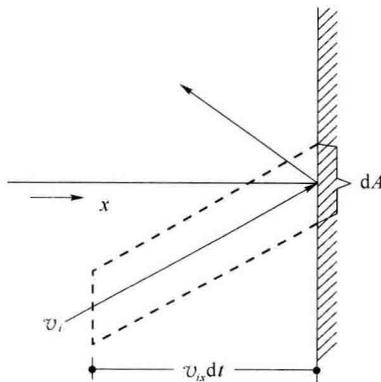


图 9-3 压强公式推导用图

冲量则为 $2m_0 v_{ix}$ 。

其次, 确定在 dt 时间内速度为 v_i 的这一组分子施于 dA 的总冲量。在 dt 时间内速度为 v_i 的分子能与 dA 相碰撞的是位于以 dA 为底、 $v_{ix} dt$ 为高, 以 v_i 为轴线的斜形柱体内的那一部分, 该柱体内的分子数目为

$$n_i v_{ix} dA dt$$

因此, 速度为 v_i 的这一组分子在 dt 时间内施于 dA 的总冲量是

$$n_i v_{ix} dA dt 2m_0 v_{ix}$$

最后, 计算所有分子在 dt 时间内施于 dA 的总冲量。将上述结果对所有可能的分子速度求和, 并注意到 $v_{ix} < 0$ 的分子是不会与 dA 相碰撞的, 于是求和限制在 $v_{ix} > 0$ 的范围内, 因此

$$dI = \sum_{i(v_{ix} > 0)} 2n_i m_0 v_{ix}^2 dA dt$$

根据平衡态气体的统计假设, 气体中 $v_{ix} > 0$ 的分子数与 $v_{ix} < 0$ 的分子数应各占总分子数的一半, 于是

$$dI = \sum_i n_i m_0 v_{ix}^2 dA dt$$

所有与 dA 相碰撞的分子施于 dA 的合力

$$dF = \frac{dI}{dt}$$

因此, 气体对容器壁的压强为

$$p = \frac{dF}{dA} = \frac{dI}{dt dA} = m_0 \sum_i n_i v_{ix}^2$$

由于

$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum_i n_i v_{ix}^2}{\sum_i n_i} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

又

$$\sum_i n_i = n$$

所以

$$\sum_i n_i v_{ix}^2 = n \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

代入压强表达式, 可得

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2}$$

上式还可写成

$$p = \frac{2}{3} n \left(\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} \right) = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_k \quad (9-10)$$

其中