



高等院校卓越计划系列丛书

结构力学 (第Ⅱ册)

陈水福 陈 勇 杨骊先 编著

中国建筑工业出版社



高等院校卓越计划系列丛书

结 构 力 学

(第Ⅱ册)

陈水福 陈 勇 杨骊先 编著

中国建筑工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

结构力学(第Ⅱ册)/陈水福,陈勇,杨骊先编著. —北京:中国
建筑工业出版社, 2015. 10
(高等院校卓越计划系列丛书)
ISBN 978-7-112-18470-5

I. ①结… II. ①陈… ②陈… ③杨… III. ①结构力学-高
等学校-教材 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 223482 号

本书根据高等学校力学基础课程教学指导分委员会制订的“结构力学课程教学基本要求”和高等学校土木工程学科专业指导委员会编制的“高等学校土木工程本科指导性专业规范”编写而成。全书共 14 章,分 I、II 两册。第 I 册共 8 章,主要内容包括平面杆件体系的组成方式、静定结构的内力和位移计算、超静定结构的基本分析方法及其应用。第 II 册共 6 章,主要内容包括力矩分配法及其他实用分析法、超静定分析续论,以及矩阵位移法、结构动力、稳定和极限荷载计算等专题。

本书贯彻以读者为中心的宗旨,融入了作者经多年思考和总结的“四多四少”(多图释、少文叙;重逻辑、少推理;增情感、少刻板;重能力、少技巧)的教学思想和理念,具有鲜明的以工科思维为主体并融合部分人性化思想的特色和风格。书中每个章节的逻辑关系均经过精心设计,按照一条主线、几条副线的思路展开,环环相扣,娓娓道来,期望达到专业角度的引人入胜。

本书可作为普通高等学校土木、水利、交通、海洋、航空航天、工程力学等工程学科的结构力学教材,也可供相关专业的工程技术人员参考使用。

责任编辑:赵梦梅

责任设计:张虹

责任校对:张颖 赵颖

高等院校卓越计划系列丛书

结构力学

(第Ⅱ册)

陈水福 陈勇 杨骊先 编著

*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京红光制版公司制版

北京市书林印刷有限公司印刷

*

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:15 $\frac{3}{4}$ 字数:382 千字

2016 年 1 月第一版 2016 年 1 月第一次印刷

定价:30.00 元

ISBN 978-7-112-18470-5

(27721)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题,可寄本社退换

(邮政编码 100037)

前 言

时代的进步、信息化与全球化的共同推动，促使我们的工作、生活与学习方式不断发生着深刻的变化。反映到教学上，我们的课堂面对面、手把手时间减少了，而学生自主学习、社会实践的机会大大增加了。这一变化无疑对“教”与“学”两方面都提出了更高的要求。然而，教师的满堂灌、学生的教一点学一点的传统习惯似乎并未得到根本改变。就“教”而言，我们的教材尚存在“窄”、“专”、“独”以及应试烙印明显、读者读来无趣等不足，难以适应以学生自主学习为主，面向能力培养的教学要求。另外，课堂、课后、评价方式等也存在很大的提升空间。笔者近年来也一直在揣摩教学特别是教材方面的改进问题，但是要真正落到实处，还确实不是件容易的事。

近几年，笔者忙里偷闲读到日本著名推理小说家东野圭吾先生撰写的几本推理小说。其间得知，工科出身的东野先生改行写作后的早期作品并不畅销，但是后来他写作时，注意将看似严密但相对枯燥的推理改为简单的一条逻辑贯穿主线，再充实人性与情感方面的描写，果然就大受读者欢迎。笔者相信，推理小说的创作以及是否受读者欢迎的规律与专业书籍的撰写在很多方面是相通的。

去年春节前后，笔者回到家里经常发现当时读小学五年级的儿子拿着好几册厚厚的《明朝那些事儿》读得津津有味。据说这些书讲的多是正史，那么其中必有吸引人的地方能让一个小学生对正史着迷。特地借来拜读了两册，发现确实有一些不同之处：首先是语言亲近、平实，似在讲故事；第二是加入了趣味和情感。而这两个方面应该是任何一个读者都不会抵触的。

十年前，拜读过一册日本学者和泉正哲教授撰写的《建筑结构力学》。书中大量概念清晰、通俗易懂的关于作用力及弯、剪、扭变形的卡通式图片和形象化图形，给笔者留下了深刻的印象。这些图片不仅大大增加了读者的兴趣，也使得原本显得深奥、枯燥的理论变得简单易懂。这从一个侧面说明，力学教材是可以做到让看似枯燥乏味的力学知识变得有趣易懂的。

对于人性和情感问题，结构力学属于自然科学，它与情感有关联吗？笔者认为答案是肯定的。当然，这种情感应该是一种拟人的“情感”，是与人类社会或社会普遍规则相互沟通时所表现出的一种共性的表述。例如，人类早期自给自足时代的状况更接近于自然界中的静定结构，他们必须依靠个体或小部落独立抵御外部环境的影响，独立维持生计及稳定、平衡。而当今的社会更类似于一个紧密依存、相互约束的超静定结构。超静定结构在外力作用下的内力分布严格遵循刚度大分担内力就大的“能者多劳”规律，否则结构就不能维持平衡或保持协调。这和人类社会所遵循或追求的“能者多劳”规则是一致的，否则社会就很难达到稳定与和谐。结构力学中还有很多概念，例如“自由度”、“约束”、“频率”、“承载力”等等，与社会学中的相应概念都有许多共通之处。因此在结构力学教学与教材中，如果能从这些共性之处出发，对一些力学概念按照人们的生活常识加以类比解

释，或许是一个让读者更易接受和理解的方式。

本书就是在上面的一些思考，并逐渐勾画出书本的整体风格和特色后开始撰写的。

撰写过程中，尝试将下面的一些理念和特点贯穿到整本书的每个章节：

1. 多图释，少文叙。能够用图形加以解释、阐明的，尽量用插图、图解等说明；而相应的文字叙述就尽可能简化，明了即可。整体语言方面，讲究简练、直接、平实，与读者亲近，避免居高临下，但又不失严谨。

2. 重逻辑，少推理。注重前后文的逻辑关系，对能够根据生活常识或专业常识就可以讲清的概念、原理，就直接按照简单逻辑关系阐明，避免一开始就采用冗长或绕弯的层层推理予以叙述或论证；一些不必细述的推导、验证工作留给读者自主完成或结合参考书完成。

3. 增情感，少刻板。对一些关键知识点和转折点，设计构思部分拟人化、形象化的卡通式图片，使得相关叙述既富有情感，又蕴含力学概念和哲理，减少刻板，加深读者的印象，增进读者的兴趣。

4. 重能力，少技巧。注重对结构概念的阐述和对读者能力的培养，将概念分析与方法运用及归纳、延伸有机地结合起来；强调分析方法的普遍性、规律性及其内在关联性，而非带有一定偶然的技巧性。鉴于计算机分析方法的普遍应用，对一些偏重于技巧但缺乏规律性的方法尽量不讲或少讲。

在此书稿即将出版之际，特别感谢另两位作者杨骊先和陈勇的通力合作与辛勤付出。还要感谢妻子丁继青和儿子陈丁亮的支持。创作期间，冥思苦想之中突然出现的一些创意会第一时间与他们分享、交流，其中的一些卡通式图片会首先让儿子阅读，他也很乐意给出自己的理解或诠释。今年是笔者从教、也是从事结构力学教学的第二十个年头，也将此书作为献给自己和献给读者的一份礼物。希望读者能分享自己二十年来逐渐积累的一些体会和感悟，并对你们有用或能产生更新的思维与拓展，也希望大家提出宝贵的意见和建议。

陈水福

2014年10月

E-mail: csf@zju.edu.cn

本书特色及简介

本书内容涵盖高等学校力学基础课程教学指导分委员会制订的“结构力学课程教学基本要求”和高等学校土木工程学科专业指导委员会编制的“高等学校土木工程本科指导性专业规范”所规定的全部教学内容和相应知识点。第Ⅱ册撰写时延续第Ⅰ册的特点,力求全面贯彻以读者为中心的教学宗旨,融入作者经多年思考和总结的“四多四少”(多图释、少文叙;重逻辑、少推理;增情感、少刻板;重能力、少技巧)的教学理念,努力形成鲜明的以工科思维为主体并融合部分人性化思想的特色和风格。

在第Ⅱ册中,这些特色和风格的主要体现如下:

1. 对各章节的逻辑关系进行了重新优化,通常按照一条主线、几条副线的思路展开,环环相扣,娓娓道来,期望达到专业角度的引人入胜。

2. 注重对读者解决问题能力的培养。强调分析方法的普遍性和规律性,而非带有一定偶然的技巧性;引导读者在分类、分步、分层完成力学分析的同时,注意培养他们对分析方法、受力特性等进行归纳、总结和实际应用的能力。

3. 在一些关键知识点及内容转折点之处,设计构思了部分形象化、拟人化的卡通式图片。通过对概念、原理的生动诠释,帮助读者更直观、形象地完成认知和理解;或者结合工程案例用幽默、诙谐的方式提出问题,引导读者带着问题快速进入新内容的角色中。

4. 在力学原理和分析方法的表述方面,增加了通过拟人化手法对结构的力学行为进行直观、形象及人性化诠释的内容,以帮助读者更好地掌握原理与方法的内在机理及本质所在。

5. 对各专业名词的定义或解释均力求在一定背景之下作出,并且尽可能地给出之所以如此命名的直观缘由或逻辑关系,而非简单地下定义或逐条列出名词解释。

6. 在保持自身特色的同时,充分吸收了美、欧、日等一些发达国家先进教材的优点,例如丰富的图像表现,配有完整图题和二级标题的插图方式的运用,对结构简图的来由、背景、应用等的必要交代,与工程实际的紧密结合,类型多样的例题、习题等。

7. 根据认知的规律性及面向能力培养的目标,对各章习题作出了层次化和精细化的设计与编排。除了安排必要的思考题外,将每章的习题从易到难分为三个层次:分析与运用题、归纳与综合题、拓展与探究题。其中前者属于直接运用相关概念、方法,或稍加分析、判断后便可解决的问题;第二类属于需对前后知识进行归纳、综合,再加以应用的题目;后者属于要对相关概念、方法进行延伸、扩展,或具有一定探索性和研究性的习题与小课题,其中有的题目具有一定难度,有的则需要读者自身体验或结合工程实践,或通过小组合作才能更好地完成。各习题序号中未加标记的属于分析与运用题,序号后加“*”

的属于归纳与综合题,序号后加“**”的属于拓展与探究题。

8. 为使教材更具逻辑性、可读性和深入性,本书第Ⅱ册在各章节的内容安排和陈述方式上作出了以下全新的改进:

(1) 将力矩分配法与剪力分配法的应用范围从逻辑关系上予以统一,前者用于无结点线位移或虽有此位移但可不作为基本未知量的梁和刚架结构,后者用于无结点转角或虽有此转角但可不作为基本未知量的刚架结构;同时将两种方法的计算原理及分析步骤也统一起来。

(2) 将有剪力的力矩分配与无剪力的力矩分配从原理、方法及计算步骤上予以统一。

(3) 对于刚性横梁在各跨间未完全贯通的多跨多层刚架,提出了一种与多结点力矩分配法相类似的多结点剪力分配渐近算法。

(4) 从工程结构是如何支承和传递荷载这一基本概念出发,对超静定结构的承载方式和受力特性进行了新的更为直观形象的诠释与总结,例如“协同”、“分担”、“能者多劳”等更具人性化思想的概念的运用及相关结论的归纳等。

(5) 就超静定结构的内力校核问题,提出了先作定性校核、再作定量校核的建议,并给出了具体的方法和路径,同时将定性校核与结构的定性分析联系起来。

(6) 对荷载的传力路径作出了更为合理、明确的解释和定义,并总结了如何依据传力路径进行超静定结构定性分析的实用方法。

(7) 对超静定结构的定性分析或称概念分析作出了更为具体、直观的阐述,总结了几种简便实用的定性分析方法,并加以实际应用。

(8) 通过对超静定结构内力变化规律的分析,将工程结构抵御荷载及其他外部作用的措施简单归纳为两类:一是“抗”,二是“放”,并加以对比和应用。

(9) 直接采用功的互等定理建立起超静定结构影响线的比拟作法,显示出了更为简单、实用的特点。

(10) 在结构的矩阵位移法分析中,将直接按照元素的物理意义确定整体刚度元素和整体等效结点荷载元素的方法从原理和算法上统一起来,称之为结点平衡法,并与计算机分析中的单元集成法形成对比,同时作为后者的一个局部校核方法。

(11) 在用能量法进行稳定计算的阐述中,将基于势能驻值原理的变分问题直接转化为对独立位移参量的微分计算问题,并给出了统一的可直接操作的势能驻值方程,从而建立起一个具有明确物理含义和具体列式,且对有限和无限自由度体系均适用的统一算法。

全书共14章,分Ⅰ、Ⅱ两册,此为第Ⅱ册。第Ⅱ册共6章,主要内容包括力矩分配法和超静定结构的其他实用分析方法、超静定分析续论,以及矩阵位移法、结构动力计算、稳定计算和极限荷载等专题。

第Ⅱ册的第9、10、13、14章由陈水福撰写,第11章由陈勇和杨骊先共同撰写,第12章由陈勇和陈水福共同撰写。书中带人物的卡通式图片由陈水福构思设计,图中涉及的人物由研究生吴晶晶绘制,杨骊先作了校核和部分修改。研究生沈言帮助绘制了书中的部分插图,并计算和校核了一部分例题和习题,研究生史卓然、夏俞超等帮助完成了部分

习题的计算和核对工作。全书由陈水福统稿，优化了各章节的逻辑关系，统一了文字表述和插图方式，修改和补充了部分例题和习题。

本书的撰写和出版得到了浙江大学建筑工程学院的专项资助和中国建筑工业出版社的大力支持，在此表示诚挚的感谢。

限于作者水平，书中一定存在许多不足之处，敬请读者批评指正。

作 者

2015 年 3 月

主要符号表

A	面积
a	振幅 (单自由度)
C	弯矩传递系数、广义阻尼系数
$\mathbf{C}$	阻尼矩阵
c	支座位移、黏滞阻尼系数
c_r	临界阻尼系数
d	节间长度
E	弹性模量
F	动力荷载、荷载幅值
$\mathbf{F}$	结点力向量、荷载幅值向量
F_D	阻尼力
$\bar{\mathbf{F}}^e$	局部坐标系下的单元杆端力向量
$\mathbf{F}^e$	整体坐标系下的单元杆端力向量
F_H	水平推力
F_I	惯性力
F_N	轴力
F_P	集中荷载
$\mathbf{F}_P$	荷载引起的固端力向量
F_Q	剪力
F_Q^D	分配剪力
F_Q^F	固端剪力
F_{Pcr}	临界荷载
F_{Pe}	欧拉临界荷载
F_P^+	可破坏荷载
F_P^-	可接受荷载
F_{Pu}	极限荷载
F_R	支座反力
F_x	x 方向 (水平向) 分力
F_y	y 方向 (竖向) 分力、弹性恢复力
f	矢高、工程频率

G	剪切模量
I	截面惯性矩、惯性力幅值
$\mathbf{I}$	单位矩阵
i	弯曲线刚度
K	整体刚度系数、临界荷载系数
$\mathbf{K}$	整体刚度矩阵、结构刚度矩阵
$\mathbf{K}^e$	单元贡献矩阵
k	刚度系数、抗力影响系数、剪应力分布不均匀系数
$\bar{k}^e$	局部坐标系下的单元刚度矩阵
k^e	整体坐标系下的单元刚度矩阵
M	力矩、力偶矩、弯矩、广义质量
$\mathbf{M}$	结构质量矩阵
M^F	固端弯矩
M_s	弹性极限弯矩、屈服弯矩
M_u	塑性极限弯矩、极限弯矩
m	质量
$\bar{m}$	单位杆长的质量
$\mathbf{P}$	整体结点荷载向量、整体等效结点荷载向量
$\mathbf{P}^e$	单元等效结点荷载贡献向量
$\mathbf{p}$	单元等效结点荷载向量
q	均布荷载集度、三角形分布荷载最大集度
R	半径
S	转动刚度、冲量
$\mathbf{S}$	整体几何刚度矩阵
s	弧长、单元几何刚度元素
$\mathbf{s}$	单元几何刚度矩阵
T	周期、动能
$\mathbf{T}$	坐标变换矩阵
t	时间、温度
$\mathbf{t}$	坐标变换子矩阵
U	应变能
u	x 方向位移、轴向位移
V	势能
v	y 方向位移、速度
W	功、重量、弹性截面模量
W_s	塑性截面模量

Y	位移幅值、振型分量值
X	多余未知力
Y	位移幅值向量、主振型向量、主振型矩阵
y	位移、位移函数
y_{st}	静位移
y	质点位移向量
Z	影响线量值、未知结点位移
α	材料线膨胀系数、初始相位角、方位角、截面形状系数
β	动力系数
Δ	广义位移、结点位移分量
Δ	结点位移向量
Δ_P	荷载引起的结点位移向量
$\bar{\Delta}^e$	局部坐标系下的单元杆端位移向量
Δ^e	整体坐标系下的单元杆端位移向量
δ	柔度系数、位移影响系数
δ	柔度矩阵
ϵ	轴向应变（正应变）
ϵ_s	屈服应变
γ	平均剪应变、容重
η	正则坐标、临界荷载修正系数
φ	截面倾角、弦转角、形状函数
λ	单元定位向量元素、特征根、长细比
λ	单元定位向量
κ	曲率
μ	分配系数、计算长度系数
Π	总势能
θ	截面转角、荷载频率
ρ	材料密度
σ_b	强度极限
σ_s	屈服应力
σ_u	极限应力
ω	自振圆频率
ξ	阻尼比

目 录

前言

本书特色及简介

主要符号表

第 9 章 力矩分配法及其他实用分析法	1
9-1 力矩分配法	1
9-1-1 概念和原理	1
9-1-2 多个结点的力矩分配	5
9-2 力矩分配法的拓展应用	9
9-2-1 无剪力力矩分配	9
9-2-2 力矩分配法与位移法的联合应用	12
9-3 剪力分配法	15
9-3-1 单层排架的剪力分配	15
9-3-2 横梁刚度无穷大刚架的剪力分配	18
9-4 力法与位移法的联合——混合法	24
9-5 近似法简介	26
9-5-1 竖向荷载下多跨多层刚架的近似计算	26
9-5-2 水平荷载下多跨多层刚架的近似计算	27
思考题	28
习题	28
第 10 章 超静定分析续论	35
10-1 超静定结构的位移计算	35
10-2 超静定内力计算的校核	37
10-2-1 平衡条件的校核	38
10-2-2 变形条件的校核	39
10-3 超静定结构的定性分析	39
10-3-1 超静定梁式桁架的定性分析	40
10-3-2 连续梁和无侧移刚架的定性分析	40
10-3-3 有侧移刚架的定性分析	41
10-4 超静定结构的一般特性	43
10-4-1 超静定结构的受力和变形特性	43
10-4-2 超静定结构的内力变化规律	45
10-5 超静定结构的影响线及其应用	46
10-5-1 超静定结构的影响线	47
10-5-2 连续梁的最不利荷载位置及内力包络图	49

思考题	52
习题	52
第 11 章 矩阵位移法	56
11-1 概述	56
11-2 一般杆件的单元分析	57
11-2-1 局部坐标系下的单元刚度矩阵	57
11-2-2 整体坐标系下的单元刚度矩阵	59
11-3 刚架的整体分析	62
11-3-1 整体刚度矩阵的形成	62
11-3-2 结点荷载作用下的整体分析	66
11-3-3 其他结点及支座形式的处理	70
11-4 一般荷载作用下的刚架分析	72
11-4-1 等效结点荷载	72
11-4-2 计算步骤及计算示例	77
11-4-3 忽略轴向变形时矩形刚架的分析	79
11-5 连续梁、桁架及组合结构的分析	82
11-5-1 连续梁的分析	82
11-5-2 桁架的分析	85
11-5-3 组合结构的分析	89
11-6 支座移动和温度改变时的分析	92
11-7 后处理法简介	95
思考题	98
习题	99
第 12 章 结构的动力计算	104
12-1 概述	104
12-1-1 动力荷载和动力计算简述	104
12-1-2 结构振动的自由度	105
12-2 单自由度体系的自由振动	106
12-2-1 无阻尼自由振动	107
12-2-2 有阻尼自由振动	111
12-3 单自由度体系在简谐荷载作用下的强迫振动	113
12-3-1 无阻尼强迫振动	113
12-3-2 有阻尼强迫振动	118
12-4 单自由度体系在一般荷载作用下的强迫振动	121
12-5 多自由度体系的自由振动	124
12-5-1 两自由度体系的频率和振型	124
12-5-2 n 自由度体系的频率和振型	130
12-5-3 主振型的正交性	133
12-6 多自由度体系的强迫振动	135

12-6-1 简谐荷载作用下的强迫振动	135
12-6-2 一般荷载作用下的强迫振动	142
12-7 无限自由度体系的自由振动	144
12-8 近似法求结构的自振频率	146
12-8-1 能量法	146
12-8-2 集中质量法	150
思考题	151
习题	152
第 13 章 结构的稳定计算	158
13-1 概述	158
13-2 有限自由度体系的稳定分析	160
13-2-1 静力法	161
13-2-2 能量法	164
13-3 用静力法确定弹性压杆的临界荷载	167
13-3-1 具有刚性支座的压杆	167
13-3-2 具有弹性支座的压杆	170
13-4 用能量法确定弹性压杆的临界荷载	174
13-5 考虑剪切变形的压杆的临界荷载	178
13-5-1 考虑剪切变形的实腹式压杆的临界荷载	179
13-5-2 缀条式和缀板式组合压杆的临界荷载	180
13-6 用矩阵位移法计算刚架的临界荷载	183
13-6-1 压杆单元的刚度矩阵	183
13-6-2 矩阵位移法步骤及示例	185
13-7 拱和窄条梁的稳定计算	189
13-7-1 拱的稳定	189
13-7-2 窄条梁的稳定	193
思考题	195
习题	195
第 14 章 结构的极限荷载	200
14-1 概述	200
14-2 极限弯矩、塑性铰与破坏机构	201
14-2-1 梁截面的极限弯矩	201
14-2-2 静定梁的破坏机构与极限荷载	204
14-3 超静定梁的极限荷载	204
14-3-1 单跨超静定梁的极限荷载	205
14-3-2 连续梁的极限荷载	207
14-4 比例加载时判定极限荷载的几个定理	208
14-5 刚架的极限荷载	210
14-5-1 机构法和试算法	210

14-5-2 增量变刚度法 213

思考题..... 216

习题..... 216

附录 A 习题答案及提示..... 220

附录 B 索引 230

参考文献..... 237

第 9 章 力矩分配法及其他实用分析法

第 7 章和第 8 章讨论了力法和位移法的基本原理及其在各类超静定结构中的应用。从这些分析中看到,力法和位移法是通过求解关于基本未知量的方程并做叠加计算获得结构的内力解答的。作为基本解法,力法和位移法的最大优点是其通用性和统一性。但是,若从手算或定性分析的角度看,这两种方法的计算较为繁琐,而且最后内力是通过基本未知量间接得到的,在受力概念上有时显得并不那么直观。本章将介绍由这两种方法演变而来的其他一些实用分析方法,包括力矩分配法、剪力分配法、力矩分配法与位移法的联合、力法与位移法的联合(即混合法)等。这些方法有的受力概念更为直接明了,且可避免求解基本方程;有的虽需求解方程,但方程数目明显减少,表现出了直观、简便和实用的特点。

9-1 力矩分配法

9-1-1 概念和原理

前已述及,工程结构是支承和传递荷载的骨架体系。在静定结构中,这种支承和传递主要表现为“独立和单向”(参见 4-4 节);而在超静定结构中则有所不同,此时更多地表现为一种“协同”,即“协调和共同分担”。例如图 9-1a 所示的无侧移刚架,根据结点 A 的力矩平衡,作用于该结点的外力偶 M 必由汇交于此的三个杆端共同承担(图 9-1b)。那么,三者该如何分担呢?结论是需要达成变形协调,而利用位移法容易验证,满足变形协调的分担原则是“能者多劳”,即各杆端所分担的力矩大小与杆件在该端抵抗转动的能力成正比。这种抵抗能力就是第 6-7 节所述的抗力影响系数或称刚度系数,这里是为了抵抗杆端转动,故称之为转动刚度系数,简称转动刚度,用 S 表示,例如 AB 杆在 A 端的转动刚度可记为 S_{AB} 。

图 9-2 给出了四种不同支承情况的等截面直杆在 A 端的转动刚度,其中前三种

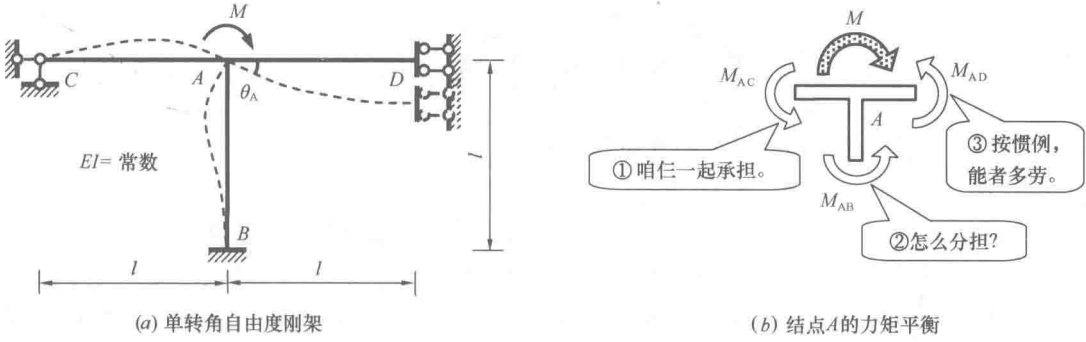


图 9-1 无侧移刚架作用结点力偶

(图 9-2a、b、c)的值很容易由形常数表 7-1 获得,而第四种(图 9-2d)的微小转动并未受到 B 端轴向约束的限制,故其转动刚度为零。通常我们将杆件中主动发生转角的一端称为近端(图中 A 端),而另一端称为远端(图中 B 端)。显然,当近端发生转动时,远端一般也会产生弯矩,这就像是将近端的弯矩按一定比例传递给了远端,因此把远端与近端的弯矩之比称为近端向远端的传递系数,而远端的弯矩又称为传递弯矩。杆件 AB 由 A 向 B 的传递系数一般用 C_{AB} 表示,图 9-2 中已标出各杆件的远端弯矩和传递系数。由图可见,等截面直杆的转动刚度与杆件的线刚度 i 及远端的支承情况有关;而传递系数只与远端的支承情况有关。

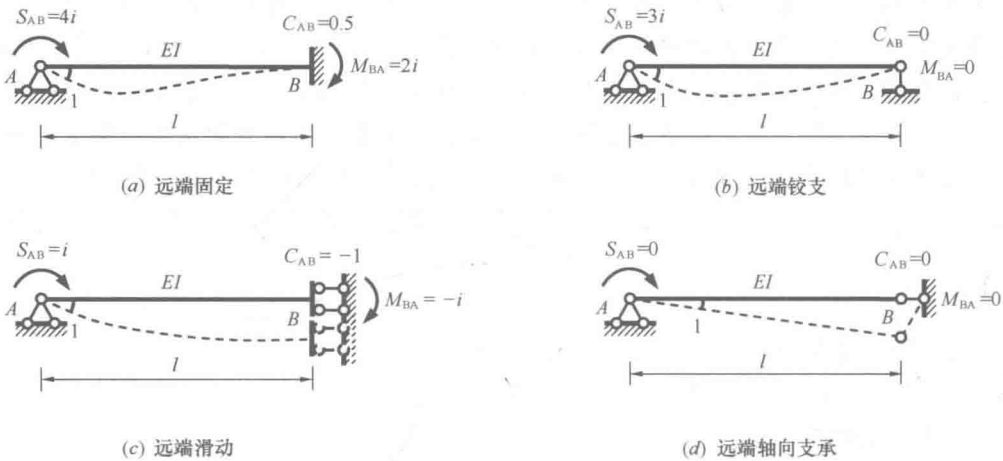


图 9-2 等截面直杆的转动刚度和传递系数

回过头来讨论图 9-1a 的刚架,它属于只有一个结点转角自由度的结构。因结点 A 没有线位移,故三杆的受力方式与图 9-2a、b、c 的情况完全一致。这样,依据“能者多劳”的原则,就可以直接按照三杆转动刚度的相对大小,确定出各杆端所需分担的力矩的比例系数,即

$$\mu_{Ak} = \frac{S_{Ak}}{\sum S_{Aj}} \quad (k, j = B, C, \dots) \tag{9-1}$$

式中 $\sum S_{Aj}$ 表示汇交于 A 点的各杆端的转动刚度之和。上述对外力矩的分担也可看成是将该力矩按上面的比例系数直接分配给三个杆端,故该比例系数又称为各杆在近端的力矩分配系数,简称分配系数。显然,汇交于同一结点的各杆端的分配系数之和等于 1,即

$$\sum \mu_{Aj} = \mu_{AB} + \mu_{AC} + \mu_{AD} = 1$$

于是,各杆的近端弯矩就等于其分配系数乘以外力矩:

$$M_{Ak} = \mu_{Ak} M \quad (k = B, C, \dots) \tag{9-2}$$

而远端弯矩根据前面的传递系数概念可写为

$$M_{kA} = C_{Ak} M_{Ak} = C_{Ak} \mu_{Ak} M \quad (k = B, C, \dots) \tag{9-3}$$

由此可见,对于只有一个结点转角自由度的结构,如果该结点上作用一外力偶(设为顺时针),则各杆的近端弯矩就等于外力偶乘以该杆的分配系数,而远端弯矩则等于其近端弯矩乘以传递系数。这种通过分配和传递力矩来计算杆端弯矩的方法,称为力矩分配法。由于各近端弯矩是通过分配方式得到的,故又称之为分配弯矩。